

平成 25 年度～平成 27 年度
科学研究費補助金基盤研究(B)
課題番号 25282035

数理的意味決定力の育成に関する ホリスティック・アプローチ研究

平成 28 年（2016 年）3 月

研究代表者 西村 圭一（東京学芸大学）

はしがき

数年間に及ぶ学校数学の成果として、どのような能力や態度を身につけたかと問うたとき、どのような答えが返ってくるでしょうか。その答えが、下に示すような算数・数学教育の役割の「達成状況」を物語っているのではないのでしょうか。

「これからの時代の市民にとって、数理科学的な事象の把握・処理の能力は欠かせない。市民が正しい判断を行うためには、データに基づき物事を量的に把握することが必要不可欠であるが、そのような能力の涵養において、数理科学教育（算数・数学教育）が果たす役割は大きい。」

（日本学術会議数理科学委員会数理科学分野の参照基準検討分科会，2013）

高校までの学びを基盤に、大学や職場での教育を通してこのような能力を身につけている人がいる一方で、学校数学の学びが算数・数学の世界内にとどまったものになり、実社会で活用できないまま「剥落」している人も少なくないのが現状です。

もちろん、他者と協働しながら、事象を数理的に処理し、リスクや不確実性を考慮し、根拠を明確にして判断や意思決定をすることは容易なことではありません。しかしながら、そのプロセスに参画したり、批判的に検討したりできない人は、他者の示した結論に一方的に従うか、ただ反対の意を唱えるだけしかできなくなってしまいます。これでは民主的な国の形成に資する教育とは言えないのではないのでしょうか。また、このような判断や意思決定の力を育む教育は、「子供たちが、身近な地域を含めた社会とのつながりの中で学び、自らの人生や社会をよりよく変えていくことができるという実感を持つ」（中教審 教育課程企画特別部会，2015）上でも欠かせないのではないのでしょうか。

本報告書は、平成25年4月から3年間にわたる、日本学術振興会科学研究費補助金・基盤研究(B)『数理的意思決定力の育成に関するホリスティック・アプローチ研究』の研究成果をまとめたものです。私たちは、上述のような問題意識のもと、算数・数学の「実用性」ではなく、むしろ「人間形成」やその先にある「社会形成」「文化創造」の視点から検討を重ねてきました。算数・数学の内容や考え方を基盤に判断や意思決定をする力の育成を図ることは、数学化された社会における学校教育の使命であり、その育成は長期的に、かつ、従来からある教科の枠を越えて図っていく必要があると考えています。

お忙しい中、調査や実践授業にご協力いただきました先生方並びに児童・生徒に心より御礼申し上げます。

平成28年3月

研究代表者 西村 圭一

研究メンバー一覧

2016年3月現在

西村 圭一	東京学芸大学（研究代表者）
青山 和裕	愛知教育大学教育学部
久保 良宏	北海道教育大学教育学部（旭川校）
清野 辰彦	東京学芸大学教育学部
長尾 篤志	文部科学省初等中等教育局
松崎 昭雄	埼玉大学教育学部
山口 武志	鹿児島大学教育学系
上野 耕史	国立教育政策研究所教育課程研究センター
島田 功	日本体育大学児童スポーツ教育学部
鈴木 和幸	電気通信大学
後藤 顕一	国立教育政策研究所教育課程研究センター
高橋 昭彦	東京学芸大学特任教授
長崎 栄三	国立教育政策研究所名誉所員
椿 広計	独立行政法人統計センター
松原 憲治	国立教育政策研究所教育課程研究センター
青山 尚司	小平市立小平第九小学校
厚美 香織	神奈川県立小田原高等学校
新井 健使	東京学芸大学附属国際中等教育学校
上田 大悟	あきる野市立増戸中学校
小澤 真尚	筑波大学附属中学校
久下谷 明	お茶の水女子大学附属小学校
後藤 貴裕	東京学芸大学附属国際中等教育学校
櫻井 順矢	山梨大学教育人間科学部附属中学校
清水 宏幸	山梨県教育庁義務教育課
菅原 恵美	札幌市立星置東小学校
鈴木 春香	小平市立小平第六小学校
鈴木 侑	荒川区立汐入東小学校
田中 紀子	愛知県立豊田西高等学校
富樫奈緒子	荒川区立汐入東小学校
中逸 空	青稜中学・高等学校
成田慎之介	東京学芸大学附属国際中等教育学校
浜田 兼造	さいたま市立美園中学校
本田 千春	東京学芸大学附属国際中等教育学校
松島 充	広島大学附属東雲小学校
宮崎 史和	高知県教育委員会西部教育事務所
室谷 将勝	荒川区立汐入東小学校
茂木 悟	丸森町立丸森中学校
山下 雅代	電気通信大学大学院（院生）
吉成 優希	鎌倉女学院中学校高等学校
大島 知幸／落合 菜々子／古川 史洋	東京学芸大学大学院（院生）

研究概要

研究の目的とその背景

本研究は、複雑な社会的文脈において数理科学を用いて意思決定を行う、数理科学的意思決定力を育成するための教材開発の観点や授業デザインの原則を提案し、それらの実践可能性を実証的に検討するとともに、そのような授業実践を行うための教師教育に関する示唆を得ることを目的とするものである。

「数理科学的意思決定」とは、**〈意思決定を要する現実世界の問題を数学的に定式化し、数学的处理を施し、数学的結果を得る過程を辿り、複数の選択肢を創出した上で、その中から、根拠を明確にしながら合意形成を図り、何らかの決定を行うこと〉**である。このような意思決定を要請する問題場面には、一つの正解が予定されている訳ではなく、否応なく社会的価値観や個人的価値観が関わり、それらの価値観に応じて数学が選択・使用・解釈されることになる。本研究は、これまでの、価値観のような人間の感情が関わるような問題は扱う必要はなく、あたかも世の中から独立した中立な事象を考察しているかのように振舞ってきた算数・数学教育とは、質の異なる算数・数学教育を指向している。この背景には、学校段階が上がるに連れて、蓄積された知識を礎としながら、膨大な情報から何が重要かを主体的に判断し、自ら問いを立ててその解決を目指し、他者と協働しながら新たな価値を生み出していく状況から離れていく現状に楔を打ちたいという想いがある。

現代社会において、社会的な意思決定を要する多くの場面では、数理科学的な根拠に基づく意思決定がなされている。そのプロセスに参画したり批判的に検討したりする力がないと、他者の示した結論に一方的に従うか、ただ反対の意を唱えるだけになってしまう。これでは持続可能で民主的な国の形成者に資する教育とは言えないであろう。数理科学的意思決定力は、そのようなプロセスに参画したり、数理を用いて批判的に検討したりできる市民の育成に貢献しうるものである。

本研究の成果

第一に、数理科学的意思決定のプロセスを明確にした上で、数理科学的意思決定の教育的意義について、社会や人間と数学、算数・数学教育における価値観、批判的思考、対話、期待利得最適化に基づく意思決定、科学技術教育の視座から考察した（第1章）。

第二に、数理科学的意思決定に関する下位能力群とそのフレームワークを具体化し、そうした下位能力群やフレームワークを基盤としながら、意思決定力を育成する授業をデザインするための原則（次ページ）を提示した（第2章）。「授業デザインのためのフレームワーク」は、**数学的定式化、数学的表現、数学的推論・分析、解釈・評価、数学的コミュニケーションの5つからなる「プロセス能力」と「数学的・社会的価値認識力」といった下位能力群を縦軸としつつ、それらの変容を「自己限定的」「多様性の萌芽」「社会的」の3相でとらえようとするものである。また、この変容を推し進める要因として「他者との相互作用」の軸を設定した。**

第三に、数理科学的意思決定力を育成する授業において用いる教材を開発するための5つの観点として、（ア）問題状況、（イ）プロセス、（ウ）選択肢の創出、（エ）合意形成、（オ）数学的・社会的価値を提起し、具体的に検討した（第3章）。本研究では、

数理科学的意味決定力に関する授業デザインの原則

原則1 [問題状況に関する原則] :

現実的な問題解決となるように、オープンエンドで実生活の問題を取りあげる。

原則2 [授業目標に関する原則] :

各授業において育成するプロセス能力や数学的-社会的価値認識力を「授業デザインのためのフレームワーク」に基づいて明確にする。

原則3 [数理科学的選択肢に関する原則] :

数理科学的意味決定の判断指標となるような「数理科学的選択肢」の設定過程を重視する。

原則4 [社会的相互作用に関する原則] :

小グループやペアーによる問題解決、教室での合意形成をできるだけ取り入れる。

原則5 [評価に関する原則] :

児童・生徒の活動や授業を「授業デザインのためのフレームワーク」に基づいて評価し、授業改善や新たな授業のデザインのための示唆を導出する。

教科の枠を意識せずに、**学校や地域といった身近な文脈における意味決定を数時間単位で扱う**、問題の文脈や意味決定のプロセスに教科横断的な視点を含む教材を開発した（第4章、付録1）。

第四に、開発した教材を用いて、小学校で4つ、中学校で2つ、高等学校で2つの実践授業を行い、授業デザインのためのフレームワークや授業原則の実践可能性を例証した（第4章）。特に、友達の価値観を知り、価値観の多様性を知り、さらには、それらを相対化し、学級における合意形成をしていく過程で、「他者との相互作用」が大きな影響を与えることを示した。また、いくつかの教材については異なる校種で授業実践を行い、同一の問題状況でも、児童・生徒は学校段階に応じた選択肢を創出し、これを洗練させていく様子を示した。さらに、ジグソー法、グループによる協調的問題解決、生徒の自己及び相互による形成的アセスメントを取り入れた授業デザインも、数理的意味決定における「他者との相互作用」や「対話」の促進につながり、数理的意味決定力の育成において有効になり得ることを事例的に論じた。

第五に、数理科学的意味決定力の育成に関する算数・数学科教師の捉え方の傾向を、教師を対象とする質問紙調査の結果から明らかにした（第5章）。判断や意味決定を要する問題の意義や必要性を認めつつも、授業実践することには躊躇する教師が少なくなく、その背景には「意味決定に関わる問題」を算数・数学の問題と捉えるかということに根本的な課題があることがわかった。「数理科学的意味決定力の育成」に着目した授業実践の可能性は、教師の数学観や数学教育観等に依存していると考えられる。教師教育において、「現実性」や「解のオープン性」、そして「価値認識」にも着目した「意味決定に関わる問題」を通して数理科学的意味決定力が育成されることを示していく必要がある。

また、今後の課題として、子どもたちの学びの特性や教師の指導の工夫の有効性を明らかにし「子どもの学びの理論化」「教師の指導の工夫の理論化」を図ること、カリキュラムへの位置づけ、具体的な教師教育や教員養成のプログラムの開発などが残された。

研究成果物一覧

論文

1. 浜田兼造 (2014), 「数学的モデル化のサイクルを実現する授業に関する研究 : 問題場面への手立ての工夫」, 日本数学教育学会誌『数学教育』, 96-3, pp.21-28
2. 櫻井順矢 (2015). 「数理科学的意思決定の過程を重視した授業に関する研究ー「バスケットボールの選手を選ぼう」を例にしてー」, 日本数学教育学会『数学教育』, 97-5, pp.2-10.
3. 西村圭一・松原憲治・上野耕史 (2015), 「科学技術的意思決定能力の育成をめざす教科横断的アプローチに関する研究ーCOMPASS 教材の分析を通してー」, 日本科学教育学会誌『科学教育研究』, 39-2, pp.77-85
4. 山下雅代・新井健使・西村圭一・鈴木和幸 (2015), 「データに基づく問題解決プロセスとその教材の開発ー緑茶の官能データ分析を例にー」, 日本教材学会誌『教材学研究』, 26, pp.23-32
5. 清水宏幸・久保良宏・清野辰彦・長尾篤志・西村圭一 (2015), 「数理科学的意思決定力の育成に関する調査研究」, 日本数学教育学会誌『数学教育』, 97-9, pp.2-12

口頭発表等

1. 日本数学教育学会第2回春期研究大会 創成型課題研究 2014年6月 東京学芸大学
『数理科学的意思決定力を育む数学教育の展望』
西村圭一「数理科学的意思決定力を育む数学教育の展望」
山口武志「数理科学的意思決定におけるプロセス能力と数学的-社会的価値認識力」
青山和裕「数理科学的意思決定におけるプロセスの具体化とその検討ー統計領域の視点からー」
清野辰彦「数理科学的意思決定におけるプロセスの具体化とその検討ー数学的モデル化の視点からー」
2. 日本数学教育学会第3回春期研究大会 創成型課題研究 2015年6月 東京理科大学
『数理科学的意思決定力を育む数学教育の展望(2)』
西村圭一「数理科学的意思決定力を育む算数・数学の授業の展望」
山口武志・西村圭一「授業実践による数理科学的意思決定力に関する水準表の記述性および規範性の検証」
松崎昭雄「数理科学的意思決定力を育成する授業デザインの構想ープリコンセプションの変容と説明モデルの暫時的変化への着目ー」
久保良宏・長尾篤志「数理科学的意思決定力の育成に関する算数・数学科教師の捉え方」

その他

雑誌等

1. 明治図書『教育科学 数学教育』 連載「豊かに生きる力をはぐくむ ICT を活用した問題解決授業づくり」

2013年4月号～2014年3月号で、1年間の連載をした。

- ① 西村圭一, 「数学を学ぶことはゆっくりと死んでゆくようなもの!？」
 - ② 西村圭一, 「ケーススタディ『OUTBREAK』」
 - ③ 西村圭一, 「ケーススタディ『交通事故を減らそう』」
 - ④ 本田千春, 「『交通事故を減らそう』日本での授業実践」
 - ⑤ 本田千春, 「『利用可能な水の量』日本での授業実践」
 - ⑥ 清水宏幸, 「ケーススタディ『商品開発競争』」
 - ⑦ 浜田兼造, 「ケーススタディ『クラッシュ・テスト』」
 - ⑧ 長尾篤志, 「イギリスでの授業実践」
 - ⑨ 西村圭一, 「なぜICTを活用するのか」
 - ⑩ 清野辰彦, 「『数学化』と『解釈・評価』に焦点を当てて」
 - ⑪ 山口武志, 「数学科における「プロセス能力」の育成と評価～Bowland Maths.の魅力～」
 - ⑫ 西村圭一, 「着眼大局, 着手小局」
2. 日本品質管理学会 『品質』(45-4, 2015) 特集「初等中等教育における問題解決力育成へむけて」
 - ① 長尾篤志, 「数理的問題解決能力の育成」, pp.6-10
 - ② 長崎栄三, 「数理的問題解決力をいかに育むか」, pp.11-17
 - ③ 西村圭一, 「数理的問題解決力を育成する授業実践へ向けた課題」, pp.18-24
 - ④ 鈴木和幸, 「教科横断的問題解決学習の必要性とその提案」, pp.25-29
 - ⑤ 山下雅代, 「データに基づく問題解決と教材例」, pp.30-36
 3. 西村圭一(2015), 「社会的文脈における数学的判断力の育成」, 初等教育資料, 第930号, 東洋館出版社, pp. 80-83

新聞報道

日本工業新聞 2014年6月18日付に、本科研の趣旨や意義に関する記事が掲載された。

Web ページ

下記の web ページを開設し、本科研の研究成果の一部を公開した。

<http://www.u-gakugei.ac.jp/~knishi/MDM/>

<http://www.bowlandjapan.org/>

もくじ

はしがき	
研究メンバー一覧	
研究の概要	
研究成果物一覧	
もくじ	

序章 研究の目的と方法.....	1
1.1 研究の目的	1
1.2 研究の方法	2
第1章 数理科学的意思決定とその教育的意義に関する考察.....	4
1.1 数理科学的意思決定とは.....	4
1.2 数理科学的意思決定に関する研究会に参加して ～社会と数学, そして, 人間から考えて～	6
(1) はじめに	6
(2) 算数・数学教育における新しい問題意識: 意思決定と問題解決, 数理的意思決定	6
(3) オープンエンドの問題の意義の再確認	9
(4) 算数・数学教育における多様な数学のあり方の提起.....	10
(5) 数学という知識の二つの対照的な見方: プラトン主義と社会的構成主義	12
(6) 算数・数学教師への示唆.....	13
(7) 算数・数学教育における数理的意思決定の理論化	14
(8) おわりに	16
1.3 「算数・数学教育における 多様な価値観に取り組む力の育成に関する研究」の視座から.....	17
(1) 算数・数学教育の課題	17
(2) 価値, 価値観のレビュー	20
(3) 算数・数学教育における価値観の先行研究の分析	24
(4) 社会的オープンエンドな問題を用いた授業に表出する社会的価値観の特性の考察... ..	29
(5) 算数・数学教育における価値観に関わる論文(島田, 2009)を基にしたの考察.....	32
(6) 本研究との関連を考える	33
1.4 数理科学的意思決定と「批判的思考」—価値の捉え方からの検討—	40
(1) 執筆の背景と本稿の構成.....	40
(2) 批判的思考の捉え方	40
(3) 数学教育における「価値」研究の一端	41
(4) 「批判的思考」の具体的場面と「価値の着眼点」	43

(5) 「数理的意思決定」と「批判的思考」における「価値」	49
1.5 数理科学的意思決定と「対話」	51
(1) はじめに	51
(2) 対話の本性	52
(3) 対話の特性	52
(4) 数理科学的意思決定における複数の選択肢の創出・合意形成・決定と対話	53
(5) 対話と学習	54
(6) 対話と数学学習	55
(7) 対話と数理科学的意思決定の枠組み	58
(8) おわりに	60
1.6 数理的意思決定と社会性の萌芽	62
1.7 数理科学的意思決定における教科横断的アプローチの展望 －COMPASS 教材の分析を通して－	65
(1) 数理科学的意思決定における教科横断的アプローチ	65
(2) COMPASS の概要と教材の分析	66
(3) 本節のまとめ	71
第2章 数理科学的意思決定力に関する「フレームワーク」と「授業原則」	73
2.1 本章の目的	73
2.2 意思決定力に関する下位能力群と授業デザインのためのフレームワーク	73
(1) 意思決定力に関する下位能力群	73
(2) 授業デザインのためのフレームワーク	75
2.3 意思決定力に関する授業と評価	77
2.4 「フレームワーク」及び「授業原則」に基づく授業と評価の実際	79
(1) 「親しみやすいキャラクターを作ろう」の概要	79
(2) 授業の実際	81
(3) 授業に関する考察	81
2.5 本章のまとめと今後の課題	83
[資料] 数理科学的意思決定力に関する授業デザインのためのフレームワーク	85
第3章 数理科学的意思決定力を育成する授業に用いる教材の開発	86
3.1 数理科学的意思決定力を育成する教材を開発するための観点	86
3.2 数理科学的意思決定力を育成する教材を開発するための観点的具体的検討	87
(1) 問題の状況	87
(2) 合意形成	88
(3) プロセス	90

(4) 選択肢の創出	93
(5) 数学的-社会的価値	95
3.3 本章のまとめ	96
第4章 数理科学的意味決定力に関する授業デザインと実践報告	98
4.1 はじめに	98
4.2 授業の実際	99
(1) どのジャガイモを植えたらよいだろうか	99
(2) 親しみやすいキャラクターをつくろう	134
(3) リクエスト給食の献立を考えよう	155
(4) 魅力的なアイスクリーム	185
(5) つり銭はいくら用意する?	210
4.3 数理科学的意味決定力に関する授業実践報告からの知見	225
第5章 数理科学的意味決定力の育成に関する算数・数学科教師の捉え方の傾向 —数理的意味決定における教師教育の視点から—	226
5.1 はじめに	226
5.2 調査の方法	227
5.3 調査結果の概要	230
(1) IIについて	230
(2) III〔1〕(千羽鶴)の問題について	231
(3) III〔2〕～〔4〕の問題について	233
5.4 教師の傾向と教師教育的視座からの検討	236
5.5 教師教育への示唆	237
(1) 数学教育観に関して	237
(2) 教材研究に関して	237
(3) 指導の在り方に関して	238
5.6 おわりに	239
第6章 成果と今後の課題	240
付録1 教材集	244
付録2 COMPASS教材のレビュー	255

序章 研究の目的と方法

1.1 研究の目的

現代社会には数学が埋め込まれ、社会自体が「数学化」されたことにより、個人は「脱数学化」しているという指摘がある（Jablonka, E. & Gellert, U. , 2007）。ここで言われている「数学化」は、社会的プロセスとしての数学化であり、社会学における「社会化」（socialization）と対比して捉えられる。社会化とは、「特定の文化社会の中で、その社会の文化を習得し、その社会の成員として成長していくこと」（藤田英典, 1995, p. 136）であり、個々人が社会化されて、その社会の成員になるという側面（個人の社会化）と、その個人の社会化を通じて、その文化社会そのものが再生され変化していくという側面（社会の社会化）の二重の意味がある。この考えに基づけば、Jablonka らの主張は、これまでに社会は「個人の数学化」を通じて「数学化」されたが、現在、個人はその社会の成員として「数学化」されていない状況にあることになる。したがって、やがては、脱数学化した個人により、社会が変化させられることもあり得ると言えよう。

この視座からは、次の二つの指摘は、これからの日本をどのような社会にしたいか、算数・数学教育はどうあるべきかを考える上で重要な意味を持っていると考えられる。

「これからの時代の市民にとって、数理科学的な事象の把握・処理の能力は欠かせない。市民が正しい判断を行うためには、データに基づき物事を量的に把握することが必要不可欠であるが、そのような能力の涵養において、数理科学教育（算数・数学教育）が果たす役割は大きい。」

（日本学術会議数理科学委員会数理科学分野の参照基準検討分科会，2013）

（グローバル化，資源の有限化，少子高齢化といった社会の新しい課題に対しては，）
「一部の専門家があらかじめ有する『正解』を適用するだけで解決できるものではない。問題を共有する者が知識やアイデアを出し合って，不完全にせよ解を出して実行し，結果を見ながら解とゴールを見直すことが求められている」（勝野，2013）

一方、我が国の算数・数学教育に目を向けると、特に小学校から中学校にかけて広く行われるようになってきた問題解決型の授業は、児童生徒が数学的な考え方をを用いて問題を解決し、その過程で主体的に算数・数学を創造していく学習の可能性を示すことに成功したと言える。しかし、残念ながら、現在の算数・数学の教科書にある問題のほとんどが予め正解が定められている問題であり、授業も身につけた知識・理解・技能を適用してその正解を導くことを志向していることが少なくない。この傾向は、学校段階が上がるにつれて顕著であり、実際に、数学の重要性を感じなくなったり、学習内容の増加に比べて現実事象に対する問題解決力が伸長していなかったりする実態がある¹⁾。算数・数学教育に関わる者として、一方で算数・数学の重要性を切実に感じながらも、他方でこのような現状に楔を打つ、換言すれば、個々人の脱数学化を防ぐ教育を実現することは不可欠であると考えられる。

このような背景のもと、本研究では、複雑な社会的文脈において数理科学を用いて意思決定を行う、数理科学的意思決定力を育成するための教材開発の観点や授業デザインの原則を提案し、それらの実践可能性を実証的に検討するとともに、そのような授業実践を行うための教師教育に関する示唆を得ることを目的とする。

具体的には、平成22年度～平成24年度に行った『社会的文脈における数学的判断力の育成に関する総合的研究』（科学研究費補助金基盤研究(B)；以下、判断力科研）を発展させるものであり²⁾、枠組みを精緻化しつつ、判断力科研で残された次の課題に取り組む。それは、第一に、教材の文脈を、自分たちでデータを収集したり、事象を数量化したりすることを含む、社会的・職業的文脈や教科横断的文脈へと広げることである。判断力科研で開発された教材の多くは、子どもが数学的判断プロセスを実現し得るような文脈を設定することを優先したため、現実そのものの事象やデータではなかった。子どもを、他者を納得させることが要請される立場に立たせる工夫をしたことにより、それぞれの事例において社会的価値観を付与し判断する姿は実現されたものの、他者の判断結果と自身の判断結果を対比して評価・改善するという点が十分には実現できなかった。第二に、実践授業において、どのような「他者との相互作用」が生じたかを詳細に捉えることである。プロセス能力の水準の上昇に効果的に寄与する、質の高い「他者との相互作用」という点では検討の余地が残された。第三に、解が一つに定まらないオープンな問題場面を取り上げ、他者と協働しながら判断させることを意図する授業を行う上での教師の意識や態度の変容、換言すれば、教師教育上の課題を明確化することである。このような授業を実践するには、わが国の従来の算数・数学科の授業とは異なる「授業文化」の受容が必要なことがわかったが、漠然としており、その詳細を探ることが課題として残された。

1.2 研究の方法

本研究では、算数・数学教育学を専門とする研究者に、応用統計や産業界における品質管理、授業研究、科学教育、技術科教育を専門とする研究者、小・中・高等学校の教員や指導主事を加え、教材、授業、評価、教師教育（教員養成・現職教育）を有機的に繋げて、その相乗効果を生み出すホリスティック（全体論的）なアプローチにより、研究目的の達成を図る。

具体的には、次の第一から第五までのことを行う。

第一に、数理科学的意思決定のプロセスを明確化した上で、数理科学的意思決定の教育的意義について、社会や人間と数学、算数・数学教育における価値観、批判的思考、対話、期待利得最適化に基づく意思決定、科学技術教育の視座から考察する。

第二に、数理科学的意思決定に関する下位能力群とそのフレームワークを具体化し、そうした下位能力群やフレームワークを基盤としながら、意思決定力を育成する授業をデザインするための原則を提案する。

第三に、数理科学的意思決定力を育成する授業において用いる教材を開発する観点を明確にするとともに、その観点が表している意味について、具体的に検討する。

第四に、事例研究法により、上述のフレームワークや授業原則の実践可能性を検証する。具体的には、開発した教材を用いる授業を、フレームワークや授業原則に基づいてデザインする。そして、授業実践を行い、子どもの様相を詳細に記録する。

第五に、数理科学的思意思決定力の育成に関する算数・数学科教師の捉え方の傾向を、教師を対象とする質問紙調査の結果から明らかにするとともに、教師教育への示唆について検討する。

注

- 1) 例えば、数学の学習が将来生きていく上で重要でないと考えている生徒の割合は、高校3年の文系で56%、理系でも32%であり、また、中学3年で31%、高校1年で36%、高校3年で46%と、次第に重要性を感じなくなっている（後藤，2013他）。また、柳沢・西村（2013）は、日本の大学生の「数理活用力」を測るアセスメントを開発し、その結果を項目反応理論を用いて分析し5段階からなる能力段階を抽出したところ、第4段階以上の学生は全体の13%にすぎなかったことを報告している。
- 2) 西村圭一（研究代表）（2013），『社会的文脈における数学的判断力の育成に関する総合的研究』，平成 22－24 年度科研費研究報告書。
本報告書は、http://bowlandjapan.org/materials_jp からダウンロードできる。

引用・参考文献

- 藤田英典（1995），「学習の文化的・社会的文脈」，『学びへの誘い』，東京大学出版会，pp.93-142
- Jablonka, E. & Gellert, U（2007），“Mathematisation and Demathematisation”，*Mathematisation and De Mathematisation*, Sense Publishers, pp.1-18
- 勝野頼彦（研究代表）（2013），『社会の変化に対応する資質や能力を育成する教育課程編成の基本原則』，国立教育政策研究所平成 24 年度プロジェクト研究調査研究報告書。
- 後藤 顕一他（2013），『中学校・高等学校における理系進路選択に関する研究 報告書』国立教育政策研究所。 http://www.nier.go.jp/05_kenkyu_seika/pdf_seika/h24/2_3_all.pdf
- 日本学術会議数理科学委員会数理科学分野の参照基準検討分科会（2013），「大学教育の分野別質保証のための教育課程編成上の参照基準 数理科学分野」。
- 西村圭一（研究代表）（2013），『社会的文脈における数学的判断力の育成に関する総合的研究』，平成 22－24 年度科研費研究報告書。
- 柳沢文敬・西村圭一（2013），「大学生の数理活用力を測るアセスメントの開発に関する研究」，日本数学教育学会誌『数学教育学論究』，第 95 巻，pp.377-384。

第1章 数理科学的意思決定とその教育的意義に関する考察

本章では、数理科学的意思決定のプロセスを明確化した上で、数理科学的意思決定の教育的意義について、社会や人間と数学、算数・数学教育における価値観、数理統計学、批判的思考、対話、科学技術教育の視座から考察する。

1.1 数理科学的意思決定とは

数理科学は、「数学を中心とし、数学から生まれた統計学や応用数理などの分野と、数学教育や数学史など数学と他の学問分野との境界分野を合わせた学問分野」（日本学術会議数理科学委員会数理科学分野の参照基準検討分科会，2013）である。

また、「意思決定」は、認知心理学では、「ある複数の選択肢（alternative）の中から、1つあるいはいくつかの選択肢を選択すること」（竹村，1996，p.81）と定義されている。さらに、小橋（1988）は、意思決定は「選択を正当化する理由づけをさがすこと」（p.40）、「なぜある選択肢を選んだのかその理由が自他に対して容易に説明できて、その正しさが弁護できることが人間には重要」（p.49）であるとしている。これらの指摘をみると、私たちは意思決定の連続の中で行動しているが、熟考を要する場面や合意形成を要する意思決定の場面では、選択の根拠が重要であり、その前提として、質の高い「選択肢」の必要性が確認される。

本研究では、これらをふまえながら、「数理科学的意思決定」の過程を次のようにとらえる。

意思決定を要する現実世界の問題を数学的に定式化し、数学的処理を施し、数学的結果を得る過程を辿り、複数の選択肢を創出した上で、その中から、根拠を明確にしながらか合意形成を図り、何らかの決定を行うこと。

まず、現実世界の問題を数学の問題に定式化する。次に、その数学の問題に対して数学的（数理的）処理を施し、数学的（数理的）結果を得る。この過程を繰り返しつつ、複数の選択肢を創出した上で、その中から、根拠を明確にしながらか合意形成を図り、何らかの決定を行うことになる。こうした一連の過程は、数学的モデル化の過程と類似しているが、数学的モデル化では、現実世界をより適切に記述する数学的モデルの構築に主眼が置かれる。それに対し、意思決定の過程では、あくまで意思決定に主眼が置かれる。つまり、幅広い選択肢の検討が質の高い意思決定につながると考え、基準や仮定を吟味しながら、定式化から数学的（数理的）結果までの過程を繰り返すことになる（図1）。

意思決定の諸活動に数理的な側面が反映する、このような意思決定の過程では、顕在的あるいは潜在的の違いこそあれ、問題状況のとらえ方や、問題解決に必要な数学の選択、合意形成などの全般に渡って、当事者の様々な価値観が付与され、意思決定の質や内容を左右することは容易に想像されよう。

この数理科学的意思決定のプロセスに関わる下位能力群やそのフレームワークについては、第2章で具体化する。ここでは、このプロセスを実現する授業の構想について、簡単に述べておくことにする。まず、児童生徒は、意思決定を要する場面に対し、個人や小グループで数学的（数理的）な手法や論理的な考え方を駆使して「選択肢」を創出する。次に、学級で、お互いの根拠や背後にある価値観を明確にしながら、それらの「選択肢」を吟味する。そして、合意形成を図ったり、より妥当性のある解決策を考えたりする。このような授業では、問題場面に対する児童・生徒の価値観が顕在化するとともに、その価値観の視座から、児童生徒の最初の姿は二元論であると捉え、友達の価値観を知り、価値観の多様性を知り、更には、交流を図ることにより、価値観の相対性の状態にすることを意図する授業になる。したがって、授業では他者との相互作用や対話が鍵となる。

この点をふまえ、本章の次節以降では、価値観や対話等の視座から、数理科学的意思決定の教育的意義について論ずる。

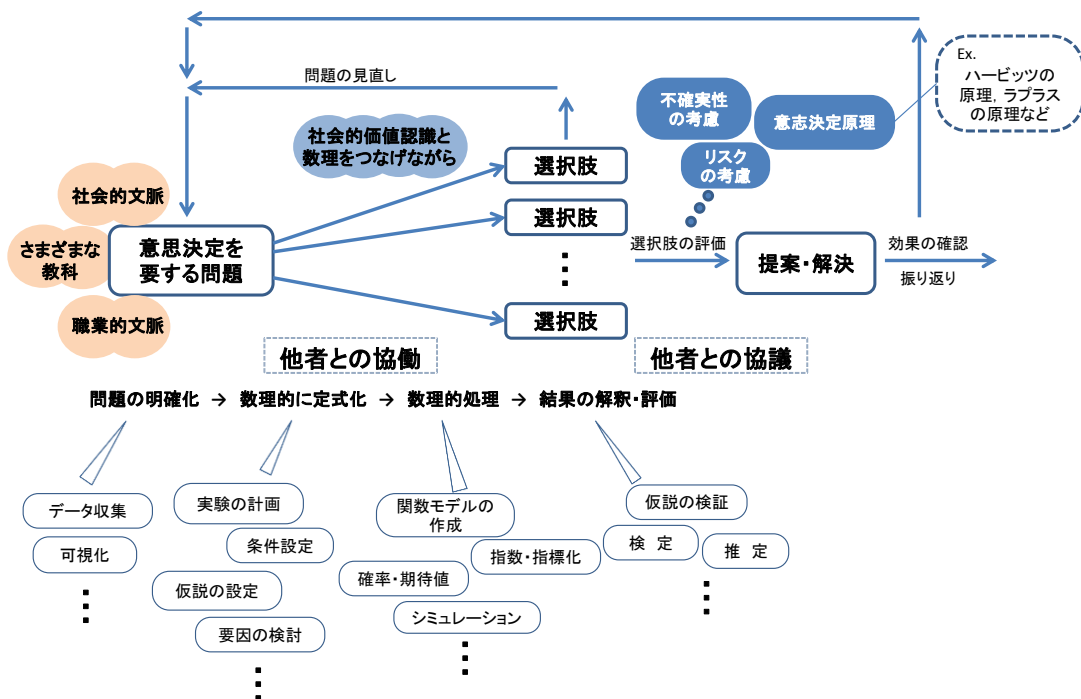


図1 数理科学的意思決定のプロセスの構想図

引用・参考文献

- 小橋康章(1988),『認知科学選書 18 決定を支援する』, 東京大学出版会.
 日本学術会議数理科学委員会数理科学分野の参照基準検討分科会(2013), 「大学教育の分野別質保証のための教育課程編成上の参照基準 数理科学分野」.
 竹村和久(1996), 「第4章 意思決定とその支援」, 市川伸一編, 『認知心理学4 思考』, 東京大学出版会, pp.81-105.

1.2 数理科学的意思決定に関する研究会に参加して ～社会と数学，そして，人間から考えて～

長崎 栄三

数理科学的意思決定の育成に関する研究会に参加して考えたことを，その研究の成果や課題と関連させながら，次の六つの論点から述べた。第一に，算数・数学教育における新しい問題意識：意思決定と問題解決，数理科学的意思決定，第二に，オープンエンドの問題の意義の再確認，第三に，算数・数学教育における多様な数学のあり方の提起，第四に，数学という知識の二つの対照的な見方：プラトン主義と社会的構成主義，第五に，数学教師への示唆，第六に，算数・数学教育における数理科学的意思決定の理論化。数理科学的意思決定のような民主的な社会で広く転移可能な能力を算数・数学教育を通して育成することが可能であることを示すことで，算数・数学教育はすべての人間とそして民主的な社会にとって必要不可欠であることを示すことができると論じた。

(1) はじめに

「数理的意思決定の育成に関するホリスティック・アプローチ研究」（科研B：西村圭一代表）に3年間参加した。実は，この研究の前身に当る「社会的文脈における数学的判断力の育成に関する総合的研究」（科研B：西村圭一代表）のメンバーでもあったが，家庭での介護の関係で満足に参加できなかった。本来ならば，この両方の研究を踏まえた記述であるべきだが，今回の研究に限定して以下の論を進めることにする。

数理科学的意思決定（以下，数理的意思決定）という私にとっては新しい概念と，そして研究会への多様な専門の人々の参加という，少なくとも二つの意味で興味の尽きないものであった。本稿においては，この研究会に参加して考えたことを，本研究の成果や課題と関連させながら記述する。

(2) 算数・数学教育における新しい問題意識：意思決定と問題解決，数理的意思決定

「意思決定」ということは本研究会の主題であるが，それとの類似の文脈で「問題解決」ということが語られていた。議論を聞いているうちに，算数・数学教育における「問題解決」とは異なる意味でその言葉が使われているのではと思うようになった。ここでは，その両方の言葉とそれに関わることについて考えていくことにする。

① 社会の要請：ジェネリックスキル

最近の教育の議論では，ジェネリックスキルまたは汎用的技能ということが言われることが多い。その背景には，これまでの教科教育によって習得された狭い知識や技能だけでは，社会で通用しないということがある。これへの対処の仕方は，現状では二通りあるだろう。一つは，現状の教科教育の中でより広く転移するものを目指すか，

もう一つは汎用的技能が必要となる総合的な教科，例えば，総合的な学習を積極的に活用することである。

いずれにしても，教育に携わる人間は，教育したことが，社会でどのように使えるのかの説明が必要になってきている。過去にも，例えば，昭和 20 年代の生活単元学習における社会的問題解決力の育成に関する議論があったが，それは教育内でのことであった。今度はより大きな社会からの要請であることは心しておくことであろう。

②人間の営みとしての科学，技術，芸術

問題解決ということは，人間の営みの場面によって意味合いが変わってくる。人間の営みは，古くから，その目指す価値によって，真善美で表現されている。これに対応させて，一般に，真に対応するのが「科学」（サイエンス），善に対応するのが「技術」（テクノロジー），美に対応するのが「芸術」（アート）だとされている。これらのことを，科学技術の智プロジェクトの『総合報告書』（2008），『科学哲学の冒険』（戸田山，2005），『社会教養のための技術リテラシー』（桜井，2006）などを参考に考えてみよう。なお，「科学技術」と「科学・技術」などを区別するのかという問題もあるがここでは触れない。

まず，科学，技術，芸術を最近の言葉を使って言えば，次のように表現できるだろう。

科学：現象を説明するのによりよいモデルを探究することに関する学問

技術：人間や社会にとってよりよいものを作ることにに関する学問

芸術：人間の表現に関する学問

科学は，私は以前は，「真理を探究する学問」としていたが，この表現だと真理があることが前提になっている。それでは，数学のプラトン主義に対応してしまうようである。なお，プラトン主義については，（5）で再度触れる。

問題解決は，「科学」，「技術」，「芸術」のそれぞれにおいて，それらの活動の契機となるものであろう。科学においては，理論的，抽象的な体系化の中で問題は解決されるが，技術においては，人間や社会にとってよりよいものを作って初めて問題は解決となる。もちろん，それは抽象的でも具体的でもよいが，多くは具体的な物が作られて解決になるであろう。芸術においては，個々人の問題を絵や音楽や文章や物などで表現されて問題はひとまず解決になるであろう。ところで，このように考えて来ると，算数・数学教育はどうなのかと問いたくなる。私は，算数・数学教育は，科学，技術，芸術のいずれの側面も持った総合的な学問だと思っている。

③意思決定と問題解決

意思決定は，どこで誰が意思決定を行うのか，どのような立場で意思決定を研究するかで異なるようであるが，おおむね，「問題・目的」，「選択肢・代替案」，「選択」などを通して意思決定が行われるとされている。そこで，意思決定と問題解決の関係について，『意思決定論 基礎とアプローチ』（宮川，2005，p.49）から「問題発見，問題解決と意思決定」引用してみよう。なお，この本は，経営学の立場から意思決定について書かれたものである。そこでは，次の 6 つの継続的な活動が挙げられており，1 から 6 に向かって進んでいくとされている。

- | | |
|---------------------------|--------------------------|
| 1. 問題の存在と重要性を確認する活動 | : 問題発見 (problem finding) |
| 2. 問題を確認, 定義, 診断する活動 | : 問題認識/情報 (intelligence) |
| 3. 代替的解決案を考案, 創出する活動 | : 設計 (design) |
| 4. 代替案を評価, 選択する活動 | : 選択 (choice) |
| 5. 選択された代替案を実施する活動 | : 実施 (implementation) |
| 6. 実施をフォローアップし, 結果を評価する活動 | : 評価 (reviewing) |

このうち, 意思決定を2,3,4とし, 問題解決を2,3,4,5,6としている。②の表現で言えば, この全体的な活動の流れは技術の文脈にあり, そこでの問題解決の一部として意思決定がある。

④算数・数学教育における問題解決

一方で, 算数・数学教育における問題解決は, カリキュラムへの位置付けとしては, 単元全体を通しての位置付けと, それぞれの単位時間での位置付けがある。いずれも日本の問題解決型の特徴となっている。

単元を通しての位置付けでは, 問題解決は新しい算数・数学概念の理解の必要性の動機付けとされる。単元の初めに問題解決に取り組み, その問題が既知の算数・数学概念では上手く解決できないことから, 新しい算数・数学概念の必要性へと導くものである。その後, 問題解決は, その新しい概念の理解や習得のために行われる。戦後の小中高校の算数・数学教育の内容は, 単元としてはこのような考えで作られている。

単位時間での位置付けでは, 問題解決が新しい算数・数学概念の習得の方法となる。算数・数学概念とは, 算数・数学の内容, 方法, 考え方などである。問題解決を通して, 数学的な考え方を身に付けるというのはよく言われることである。この問題解決については, その方法が細かく工夫されたり, 多様な題材が使われたりする。

算数・数学教育における問題解決は, 算数・数学概念の理解や習得というように, 科学の営みにおける問題解決に近いものである。③の諸活動に合わせると, 理想的には, 1~4に相当するであろうか。

⑤何のための算数・数学教育

数理的な意思決定とは, 意思決定の諸活動に数理的な側面が反映するものである。問題を定義する段階で, 「数学的定式化」が行われることにより, 数理科学の世界の問題とされている。「設計」, 「選択」の段階では, 当然, 数理科学の諸活動が行われる。この数理科学に相当する部分はいわゆる数学的モデル化(西村, 2012)である。このような数理的な意思決定は, 算数・数学教育にとって, または教育にとってどのような意味合いを持つのであろうか。

数理的な意思決定は, 算数・数学教育において, ジェネリックスキルの育成を目指している。③で述べたように, 意思決定はいろいろな分野においてなされるものであり, その活動を通して, それに必要なスキルを身に付けることは, 算数・数学教育に対する社会的要請に応えるものであろう。一方で, 意思決定の段階で, 数理科学に持ち込んで活動を行うことは, 数理科学の内容と方法をも身に付けることになる。これから

の算数・数学教育は、民主的な社会に生きる個人を念頭に置き（アーネスト，2015），数学だけではなく社会の要請にも応えるということを表していると思われる。

（3）オープンエンドの問題の意義の再確認

数理的意思決定の授業では，子どもに提出される課題は，オープンエンドの形態をとる。意思決定のための選択肢を創出するのであるから，正答が一つでは選択肢が一つになり困るのである。そこで，正答が複数あるオープンエンドの問題が工夫される。

①算数・数学教育におけるオープンエンドの問題

算数・数学教育でオープンエンドの問題を利用したオープンエンドアプローチは，その創造性の育成という算数・数学教育の目的と授業研究を中心とする実践研究による成果であるという，二つの意味で日本の誇る財産だと，私は思っている。これは1970年代に『算数・数学科のオープンエンドアプローチ』（島田，1977）として実を結んでいる。算数・数学科におけるオープンエンドアプローチとは，正答が複数あるオープンエンドの問題（または未完結の問題）を利用して算数・数学の授業を行うことである。

オープンエンドアプローチは，当初は，IEA 第1回国際数学教育調査（1964年実施）で明らかにされた，日本の高校生の数学の意識，すなわち，数学を固定した知識と見なす意識の改善を目指して，数学的思考や態度などの高次な思考過程を評価しようとして始められた研究プロジェクトの成果である。その研究プロジェクトを通して，数学的思考や態度を評価をするためには，まず，数学的思考や態度を育成する指導が必要だということで，オープンエンドの問題が考案された。教育においては，評価より，指導や学習が先にあるということを示している。

オープンエンドの問題は，正答が多様であるということは，当然ながら，その問題への取り組みも多様である。それを数理科学という学問を通すと，多様な概念，多様な方法を使った問題解決が可能であるということである。つまり，子どもたちの多様な数理科学の経験を許容することができるようになる。

②数理的意思決定におけるオープンエンドの問題

数理的意思決定で使われる問題も，当然，このような多様性というオープンエンドの問題の特性を引き継ぐ。本研究の研究プロジェクトで数理的意思決定の問題を開発する時には，開発者の担当学年，すなわち，小中高校のある学年の算数・数学に依存するであろうが，作られた問題の解決には，多様な内容，方法が含まれているであろう。さらに，このプロジェクトでは実世界の問題場面をもとにしているので，より多くの多様性を含むであろう。そこで，問題は開発者の意図を越えて，扱える学年に幅が出てきて，それぞれの学年で最適解を求めることができるようになる。それがオープンエンドの問題である。

このような数理科学での多様性と実世界での多様性によって，子どもたちは自らの経験で取り組みやすくなる。仮に，子どもが実世界の多様性に惹かれて，その方向へ向かったとしても，それは解決の一方向として受け入れればよいであろう。そして子

どもたちは、自分たちの対話を通して、解決の方向の多様性を理解し、その上で、数
理科学的な方法が価値あるならば、それを選択すればよいのではないであろうか。

(4) 算数・数学教育における多様な数学のあり方の提起

算数・数学教育における算数・数学とはどのようなものであろうか、どのようなも
のであるべきか。本科研に参加していると、改めて、この問題に直面する。

①これまでの算数・数学教育における数学

日本の算数・数学教育の歴史を振り返ってみると、昭和 10 年代と昭和 20 年代の 2
回、特異なことがあった。昭和 10 年代の中等学校（現在の中学校と高校が繋がった
学校）の「数学第一類」、「数学第二類」では、問題解決を主眼とする数学が作られ、
事象からの「数学化」が重視された。昭和 20 年代の小中高校の「生活単元学習」で
は、生活や社会の出来事を算数・数学で解決することが取り入れられた。ところが、
いずれも当時の指導的な数学者から、数学の体系がない、本当の数学ではないという
批判を浴びて一期で撤退した。

算数・数学教育における数学は、論理的な体系に沿った数学であるべきだとい
うのは、現在でも言われている。そこでは、「論証」が義務教育の頂点となる。形式的な
論証は、現在では中学校 2 年から始まり、それまでの算数・数学は直観的な扱いと見
なされる。古来、ユークリッドの『原論』を模範として、算数・数学教育が行われて
きたことの名残である。それは、探究の結果としての数学であり、論理的に体系化さ
れた静的な数学である。

②プロセスから見た数学の三つの特性

算数・数学教育においては、算数・数学教育の目的に沿って、数学の特性に注目し
て、カリキュラムを構成していく。ここでは、数学の特性として、次の三つに注目す
る。

- 1) 数理科学の内容や方法についてのきまりを言語化する：創案の文脈
- 2) 数理科学の内容や方法についてのきまりを確証する：確証の文脈
- 3) 数理科学の内容や方法を利用する：活用の文脈

1)と 2)によって、数学は創案され確証され、そして論理的に体系化され創造されて
いく。そして、その成果をもとに、3)で数学は実世界で活用される。そして、また、
実世界の活用の中で、数学の萌芽が作られることもあり、3)が 1), 2)と繋がっていく。
三つの文脈は直線的ではなく円環状に結び付いていると考えられる。

これまでの算数・数学教育では、2)の確証の文脈が重視されていた。算数・数学教
育における証明の重視である。過去の典型的な数学は、ユークリッドの『原論』のよ
うな、数学の定義、公理、定理の順で系列化されたものであった。そこでの方法は、
演繹的な推論である。だからこそ、「真理」たりえた。そして、1)の創案の文脈も 20
世紀後半から重視されるようになってきた。それに対して、本研究は、3)の活用の文
脈をも、算数・数学教育における数学の特性として考えていこうとするものである。
3)については、実世界の問題を既存の算数・数学のカリキュラムに埋め込む工夫はさ

れてきたが（例えば、長崎，2001），本研究では，より正面から，実世界の問題を扱い，しかも，オープンエンドの問題を扱い意思決定というより汎用的な技能の育成を目指している。

これらの文脈，プロセスで主に使われる方法や活動と問題のタイプは，例えば，次のようなものであろう。

- 1) 創案の文脈：帰納，類比，仮説形成・・・・・・純粋数学の問題，実世界の問題
- 2) 確証の文脈：演繹・・・・・・・・・・純粋数学の問題
- 3) 活用の文脈：数学的モデル化・・・・・・・・・・実世界の問題

なお，これらのうち，帰納，類比，仮説形成，演繹のそれぞれの推論は，数理科学に固有なものではなく，科学一般に使われるものであろう。もちろん，数学の内容に依存する部分が多いことは言うまでもない。それに対して，数学的モデル化の数学的定式化の部分は，実世界から数学の世界，数学の世界から他の数学の世界への写像・関数を設定するものであり，数学に固有な活動と言えよう。そして，この三つの文脈全体を通して，「論理的な思考」がある（例えば，国立教育政策研究所，2013）。どの場面においても，論理的に考えることが要請されている。

本科研で対象としている数理的意思決定は，言うまでもなく。3)の活用の文脈にあり，しかも，ジェネリックスキルの側面も強いので，従来の2)だけの数学観からすると，受け入れ難いものを含んでいるかもしれない。それだからこそ，その哲学，目的，目標をきちんと説明できるようにしておく必要がある。とはいえ，活用の文脈3)は，創案の文脈1)や確証の文脈2)と円環状につながっており，数理的意思決定の問題から新たな算数・数学概念の必要性を喚起することもある。より広い文脈に実世界の問題を置いて考えたい。なお，算数・数学教育からこれらの文脈を考えると，教育には概念を理解し習得するという異なる文脈がある。それは問題解決や反復練習を通して行われており，そこでは三つの文脈で使われる活動や方法が重複して使われるであろう。

③算数・数学のカリキュラム論へ

このような三つの数学の特性を認めると，算数・数学教育のカリキュラムの論点が三つ浮かび上がる。なお，これらは，後章の論と前後するところがあるが，ここでまとめて三つを挙げておく。

第一は，小中高校の算数・数学における道具・ツール，特にコンピュータの利用である。明治以来，算数・数学教育の道具としては，定規・コンパス，ソロバン，計算尺，電卓，コンピュータなどがある。このうち，定規・コンパスは，道具として定着しているが，その他はどうであろうか。道具を使うと頭が悪くなるという人もいるようである。しかし，創案の文脈1)や活用の文脈3)を，正当な文脈として認めた場合，電卓やコンピュータは無視できないものとなる。コンピュータを使って図形で性質を見つけたり，表計算ソフトを使って帰納的に決まりを見つけたり，計算の処理をしたりグラフの作成をしたりする。国際的に日本が電卓やコンピュータを利用していないという状況は，実は，確証の文脈のような数学の特性の捉え方にあると思われる。

第二は、高等学校の生徒の多様性に応じる数学教育である。日本の高等学校の数学教育は、戦後一貫して、主として、将来の数学専攻のためにあると言われてきた。つまり、確証の文脈 2) である。ところが現在は、高校進学率は優に 90% を越え、他方、将来数学専攻に進む生徒はほんの一握りである。多くの生徒が、数学科以外の理数系、工学系、そして、種々の文系に進む。さらには、専門学校や就職に付く生徒も半数近くいる。そこで、創案の文脈 1) だけではなく、活用の文脈 3) を大幅に取り入れたらどうか。三つの選択肢が考えられる。一つ目は、必修科目の各内容に「活用」の内容を大幅に入れる。二つ目は、各科目の内容の単元として、例えば、「数学の実世界における活用」という単元を設定する。三つ目は、オプション科目に、例えば、「工学と数学」、「経済と数学」、「社会における数学」などの科目を設ける。

第三は、教師教育における数学の指導のあり方である。とりわけ、理工系の大学における中等教員養成課程が問われるであろう。数学をできあがった知識としてではなく、生成の過程として指導することが求められるであろう。数学の創案の文脈 1) と確証の文脈 2) の両方である。ここでは、数学基礎論を含め次で触れる数学の哲学が問われるであろう。さらには、数学の活用の文脈 3) も必要であろう。数学の豊かな応用可能性を実例を含めて学ぶことが必要であろう。そして、このような三つの文脈 1), 2), 3) を、中等教育を舞台にしたらどのようなことが可能なかを対話を通して学ぶことが求められる。教え方は、学び方の再生産であることが多いからである。

(5) 数学という知識の二つの対照的な見方：プラトン主義と社会的構成主義

私たちは無意識のうちにある種の数学像を持っている。例えば、数学は抽象的で客観的であると。そして、それはいつしか、人間が触れられない理想的な世界であると。そこで、私たちは、そのような世界の法則を「発見」することが数学での活動であると。さらに、数学で「間違える」ことは、そのような理想に反することであり、直ちに修正されなければならないと。このような数学像、知識としての数学のあり方について、『算数・数学教育の哲学』（アーネスト、2015）で述べていることをもとにまとめると次のようである。

① 絶対主義と可謬主義

知識としての数学の見方は、大きく分けると、二つある。一つは、知識としての数学は確固とした確実な土台の元にある絶対的なものとする「絶対主義」であり、もう一つは、知識としての数学は誤ることがあると考える「可謬主義」である。長い間、おそらく 20 世紀の後半まで、数学の哲学においては、絶対主義が優勢だったようである。言い換えると、人間は数学が確固とした絶対的な土台の元にあると示そうと努力してきたと言ってもよいであろう。

② プラトン主義と社会的構成主義

絶対主義的な見方の代表的な一つとして、プラトン主義がある。ギリシャ時代の哲人プラトンの「イデア」に由来するものである。知識としての数学は、人間の世界と

は別の、客観的で理想的な世界を築いているとするものである。このことから数学は絶対的な真理であり、人間は努力してそれを発見していくとするものである。

それに対して、20世紀後半から出てきたのが、社会的構成主義である。知識としての数学は、人間が社会において言語をもとに構成してきたものであるとするものである。個人によって作られた私的な数学の知識が公表され、社会において議論されて受容されて公的な数学の知識となるというものである。人間が創るのであるから、もちろん間違いがあり、したがって、可謬主義である。

プラトン主義も社会的構成主義も、数学に固有なものではなく、知識一般に関わるものであり、それだけにいろいろな見解があるようである。例えば、倫理や道徳。自然科学も例外ではない。なお、数学の構成主義については、知識の構成の過程での個人の能力を重視するピアジェらと、社会での言語作用を重視するヴィゴツキーらがいる。

③ 算数・数学教育への示唆

絶対主義か可謬主義か、または、プラトン主義か社会的構成主義か、このいずれの立場に立つかで、算数・数学教育が変わることは容易に想像が付くであろう。プラトン主義に立てば、算数・数学教育は客観的な正しい答えに導くことであり、子どもの間違いは間違いでしかない。それに対して、社会的構成主義に立てば、算数・数学教育は子どもが創る算数・数学をもとに行うことになる。そこでは、子どもの間違いは、子どもが創造した算数・数学として尊重される。

実世界のオープンエンドの問題で数学を活用するということは、子どもは子どもなりの数学的定式化を行っており、それは社会的構成主義に立っていると言えるのではないであろうか。

(6) 算数・数学教師への示唆

算数・数学教育における数理的意思決定の育成を目指すと、教師の持っている考えや教師の研修のあり方を問い直す必要があるだろう。

①算数・数学教育の目的や価値観

数理的意思決定の育成を算数・数学教育で構成しようとする場合、算数・数学教育の目的、目標、内容、方法というカリキュラム全体の再考を迫るであろう。

算数・数学教育の目的は、数学者を作ることだけではなく、算数・数学を通して、人間を育て、社会に有用な方法を身に付けることだという視点が必要になる。そして、具体的には、意思決定の方法や、問題解決のプロセスを身に付けていくことになる。

算数・数学の授業で使われる問題は、純粋な算数・数学の問題だけではなく、実世界に現実にある問題となる。それは社会的には多様な価値観が含まれている（島田，2015）。算数・数学は価値から中立で自由である、とはならない。正答の選択には価値が含まれる。一つの正解が予定されている訳ではなく、子どもたちの議論には社会的な価値が含まれ、それをもとに選択される。これまでの算数・数学教育は、あたかも世の中から独立した中立な事象を考察しているかのように振舞ってきたが、数理的

意思決定の力を育むために、現実の問題に取り組むことで、価値観が目に見えるようになる。

②算数・数学を学ぶこと

算数・数学教師は、子どもが算数・数学を学ぶということの意味合いが変わってくることも意識する必要がある。算数・数学を学ぶということは、子どもたちが学級という社会で、子どもや教師との対話（松島，2015）を通して、自らの数学を構成していくことになる。算数・数学は教えられるものではなく、学ばれる、構成されるものとなる。

きちんとした正しい数学的な構造を持ったものを前もって提示してそれを身に付けさせるといっても、子どもが自由に考え、自分の考えを持つことができるような問題場面が必要になろう。間違いをすることを恐れるのではなく、間違いは子どもが自分の理論を構成しているのだと考えることが求められるであろう。学ぶということは、自ら理論を構成し、それを他との協働の中で洗練させていくことになる。学習を通して、子どもは自分が持っていた考えを変容させるとともに、社会で考える力を身に付けていくことになる。

② 文脈の中での自己変容：探究志向の協働的なアプローチ

教師教育、特に現職教育にとって、大事だと思うのが、私が「探究志向の協働的なアプローチ」と呼ぶものである。探究志向とは、何かの問題を解決しようとして取り組むものであり、協働的なアプローチとは、小中高の教師と研究者が協働で行うものである。そして、そこでは、授業研究が中心的な方法として重要な役割を果たす。この場合の問題解決とは、算数・数学教育における問題解決というよりも、教材や指導方法を開発するという意味で、（2）で述べた技術としての問題解決に近い。

社会では、教育においても、絶えず新しい問題が出て来る。それは社会が膠着状態にあるのではなく発展状態にある証拠でもあろう。このことは、算数・数学教育においても、過去にはよしとされた研究成果が、社会条件が変わりその状況に合わなくなることが生ずることを意味している。先程の可謬主義に立つと言えよう。そのような時、一人で悩まず、協働で改善を目指したい。そして、子どもだけではなく、教師自らも変容をしていきたい。人間は、学習によって、自己を変容することができるのだという信念を持ちたい。

（7）算数・数学教育における数理的意味決定の理論化

日本では、「探究志向の協働的なアプローチ」と言える、授業研究を中心とした実践研究が行われてきた。そこでは、先に述べたオープンエンドアプローチなどの授業方法が開発されてきた。しかし、それらが算数・数学教育の知識として体系化されることなく、分離した小さな知識となってしまっている。本研究のような「探究志向の協働的なアプローチ」では、その研究成果を個別の小さな知識として終わらせてしまうのではなく、ぜひ、その体系化、理論化を図りたい。なお、理論とは、知識の体系であり、現状を説明したり、将来を予見したりすると言われているものである。

そこで、今回の実践授業から、子どもの数理的思考の様相や子どもの数理的思考を促す方法、数理的思考を促す教材の見方などを「命題」の形で取り出して、構造化する作業をしたらどうであろうか。もちろん、その結果が、これまでの理論と一致するならばそれでよいし、そうでないものを見出したら、とても素晴らしいことではないであろうか。

①子どもの学びの理論化

数理的意思決定のための問題に直面した時、子どもはどのように考え、どのように学ぶのか。ここでは、一般的に、個々の子どもの特性とともに、グループで取り組んだ時の特性があるだろう。さらには、問題の特性による子どもの違い、意思決定のそれぞれの過程における子どもの特性などなど。

さらには、子どもはこのような授業から何を習得するのか、そもそも意思決定の力を身に付けるのかなど。子どもの学習に関するいろいろな特性を挙げ、それを何らかの視点から体系化することができないであろうか。

②教師の指導の工夫の理論化

子どもが変わるためには、教師は何らかの指導の工夫をしているはずである。もちろん、対象は人間であり、物理的な現象のようには因果関係が一對一には対応しないが、子どもの変容のきっかけを与えることができるであろう。算数・数学教育はあくまでも、教師の指導と子どもの学習が一体となったものである。そこでは、教師の指導として、提示する問題だけではなく、授業過程での工夫があるはずである。そのようなものを体系化することができないであろうか。

③さらなる量的研究と質的研究の両方を

子どもたちの学びの特性や教師の指導の工夫の有効性を明らかにし理論化を図るには、さらなる研究が必要である。その際、量的研究と質的研究の両方を視野に入りたい。例えば、質的研究については『教育研究のための質的研究法講座』（関口、2013）や、量的研究と質的研究の両方を使ったデザイン研究やデザイン実験などが参考になるであろう。

また可能ならば、今回の実践授業と同じ授業を行って、その授業過程や子どもの反応をより詳しく収集・分析したり、実践授業で使われたのと同じ課題を筆記形式で調査をし子どもの回答を集めて分析したり、子ども二人また数名にその問題で討議させながらその様子を観察・記録したり、実践授業の記録を補うようなことをやるのも面白いであろう。そのようなものを集積して、実践から理論を何か紡ぎ出すことはできないであろうか。

なお、理論化をすると、その理論に沿って指導や学習ができて学力が上がるのではと思いがちである。教育は人間の認知や感情などという複雑な系を扱うものであり、このようなことは独りよがりの押し付けになるであろう。子どもがより自由に考え、友だちと一緒に考え、そして、大きく民主的な社会を考えていけるようになることを支えるものとして理論を考えていきたい。

(8) おわりに

すべての人々のための算数・数学教育を、より広い文脈の中でその教育的目的を考えることは、喫緊の課題である。私たちはそれを『何のための算数教育か』（長崎他，2007）で、人間形成的目的，実目的，文化的目的から考察した。

社会は急激に変わっており（例えば，天野，2013），そして，これからの社会においては，一方で，ICTの急激な進化ですべての人々の算数・数学教育が不必要とされる危険性があり，他方で，社会の一部の必要性だけに算数・数学教育が特化してしまう危険性もあると思われる。民主的な社会を目指して，それぞれの時代に合った，算数・数学教育の教育目的を絶えず考える必要がある。そして，算数・数学教育の教育実践の証拠を，得点や正答率という数値だけではなく，教室や子どもの状況の物語りとして生き生きと描いていく必要があるだろう。もちろん，重要なことは，すべての子どもたちが算数・数学における物語りに積極的に生産的に参加しているという事実である。

数理的意思決定のような民主的な社会で広く転移可能な能力を，算数・数学教育を通して育成することが可能であることを示すことで，算数・数学教育は改めて，すべての人間とそして民主的な社会にとって必要不可欠であることを示すことができる。

参考文献

- 天野祐吉（2013）『成長から成熟へ—さよなら経済大国』集英社新書。
- ポール・アーネスト著（長崎栄三・重松敬一・瀬沼花子監訳）（2015）『算数・数学教育の哲学』東洋館出版社。（原著は1991年に公刊されている。）
- 国立教育政策研究所（2013）『特定の課題に関する調査（論理的な思考）調査結果』国立教育政策研究所教育課程研究センター。
- 科学技術の智プロジェクト（2008）『総合報告書』科学技術の智プロジェクト。
- 松島充（2015）『算数・算数・数学教育における協調的問題解決を実現する学習』愛知教育大学・静岡大学教育学研究科共同教科開発学専攻博士論文。
- 宮川公男（2005）『意思決定論 基礎とアプローチ』中央経済社。
- 長崎栄三編著（2001）『算数・数学と社会・文化のつながり』明治図書。
- 長崎栄三・滝井章編著（2007）『何のための算数教育か』東洋館出版社。
- 西村圭一（2012）『数学的モデル化を遂行する力を育成する教材開発とその実践に関する研究』東洋館出版社。
- 桜井宏（2006）『社会教養のための技術リテラシー』東海大学出版会。
- 関口靖広（2013）『教育研究のための質的研究法講座』北大路書房。
- 島田功（2015）『算数・算数・数学教育における多様な価値観に取り組む力の育成に関する研究—社会的なオープンエンドな問題を通して』広島大学大学院国際協力研究科博士論文。
- 島田茂編著（1977）『算数・数学科のオープンエンドアプローチ』みずうみ書房。（東洋館出版社から1995年に再版されている。）
- 戸田山和久（2005）『科学哲学の冒険』NHKブックス。

1.3 「算数・数学教育における多様な価値観に取り組む力の育成に関する研究」 の視座から

島田 功

(1) 算数・数学教育の課題

①研究の背景

これからの社会は、価値多元化社会と言われている(山崎,1997)。価値多元化社会とは、価値観の多様化・多元化した社会を言う。価値多元化社会の具体的な姿として、「グローバル化」社会が挙げられる。そこでは、「グローバル=地球」が一体化され、これまでに意識することのなかった世界各地の多くの文化や価値観と向き合うことになる(馬場, 2007)。

文部科学省コミュニケーション教育推進会議(2011)も「グローバル化」社会をこれからの社会の特性として挙げている。「21世紀はグローバル化が一層進む時代。多様な価値観、自分とは異なる文化や歴史に立脚する人々とともに、正解のない課題、経験したことのない課題を解決していかなければならない「多文化共生」の時代」(文部科学省コミュニケーション教育推進会議,2011)と述べて、「グローバル化」が進む社会で大切なこととして、多様な価値観の受容と協働を挙げている。

算数・数学教育の中に目を転じれば、馬場(2007)は、多様な価値観が存在する「グローバル化」社会では「答えが1つに定まらないような問題を、異なる価値観を有する社会・人が協働して解決に当たる必要がある」(p.2)として多様な価値観の受容と協働の重要性を指摘している。

この「答えが1つに定まらない問題」を更に具体化して述べている教育者として、藤原(2003)がいる。藤原(2003)は多様な価値観に取り組む教育の重要性について、PISAの問題を取り上げて、PISAで問われる読解力や数学的リテラシーは正解が1つには決まらない“納得解”を導く力であり、これからは、一人ひとりが自分の価値観に照らして“納得解”を探し、それを選択した責任を自分自身でとらなければならない社会が訪れた(p.41)と述べている。藤原(2003)の言う“納得解”というのは、その人の価値観に応じて数学を用いて解決した解を指している。藤原(2003)は、一人ひとりが自分の価値観に照らして“納得解”を探す具体的な授業として、中学生を対象にして「携帯電話」の選択問題を出している。生徒は、一人ひとりがデザインや機能性や経済性に着目して重みづけをし、数学的モデルを構成する。自分の好みが数学の問題として取り上げられ、重みづけという手法を用いて数学化される。更には、結婚相手としてどのような人を選ぶのかという問題も扱っている。生徒からは、かっこよさや丈夫な人や優しい心の持ち主や給料が高い人などがよいという考えが述べられる。これらは、まさしく一人ひとりの好みの問題である。

藤原(2003)が指摘するように、日常の文脈の中で「多様な価値観に基づいた正解が1つに決まらない問題に対して取り組む力」を育成するにはどうすればよいのかは、算数・数学教育にとって重要な問題である。

②算数・数学教育における課題

(ア) 多様な価値観に取り組む力の育成に繋がる算数・数学教育における研究

a) 飯田(1995),飯田・山下他(1995),Brown(1984),Silver(1993)の研究

上記の価値多元化社会における課題として、多様な価値観に取り組む子どもの育成と多様な価値観に基づく正解が1つに決まらないという問題に取り組む力の育成の必要性が明らかになったが、このような力の育成に関わる研究として、飯田(1985,1995),飯田・山下他(1995),Brown(1984),Silver(1993)の研究が挙げられる。いずれの研究も問題解決過程に表出する子どもの社会的価値観の重要性を指摘している。更に、ビショップ(1988),Ernest(1991)に見られる主張にも子どもの社会的価値観の重要性の指摘を見ることができる。

なお、社会的価値観という用語を算数・数学教育で初めて使用したのは、馬場(2008)である。

飯田(1995)は、人間的な価値の認識(p.33)を重視していて、人間的な価値の認識とは思いやりや平等などの倫理的価値観を指している。

飯田(1995)は、今まで算数・数学教育の中でノイズと切り捨てられてきた子どもの社会的価値観を生かすべきと主張し、「"Humanistic Mathematics"の相対主義的傾向を指摘し、文脈依存的でオープンエンドな問題解決が学習者の語用論的水準における価値を数学学習に持ち込むことになる」(p.243)と述べて、算数・数学教育における問題解決の中で価値的側面に配慮することへの重要性を指摘している。同様に、飯田・山下他(1995)の研究では、オープンエンドの問題の中に、「数学性を超えてオープンな解を探求していくと、人間活動としての価値や倫理の問題あるいは道徳性の問題へと関わってくる」(p.36)問題の存在を指摘し、算数・数学教育の中で社会的価値観を大切にす数学的活動が展開できる事を提唱している。なお、飯田(1995)は当時、島田(1977)のオープンエンドの問題の開発グループが開発したオープンエンドな問題の中に子どもの人間的価値観が表れる問題があると指摘した。飯田(1995)はそのような問題を価値負荷的で文脈依存性のある問題とし、このような人間的価値観が表出する問題を大切にすべきであると算数・数学教育で初めて述べている。

一方、Brown(1984)は、「問題の中に「価値や倫理」が埋め込まれていないようなものは、現実世界の問題とは言わない」(p.13)と述べている。Brown(1984)は、そのような現実の問題の解決を通して「私たちは、意思決定(decision making)の中心的な構成要素としての倫理や価値の問題に気づくようになる」(Brown, 1984, p.13)と述べている。

Silver(1993)は、問題づくりの中で子どもが「道徳性や公正さ」に関わる問題をつくり、子どもがつくったこのような問題を大事にすべきである(p.81)としている。

b) ビショップ(1988),Ernest(1991)に見られる主張

算数・数学教育において価値観研究の重要性を唱えたのはビショップ(1988)とErnest(1991)である。

ビショップ(1988)は、数学には価値が含まれることを主張し、「教えられる数学があたかも価値に関わらないように提示される。数学は脱人間的であり、脱主体的であり、脱文脈的である。数学がその純粋性を保護するために価値や文化に関わるもののすべてを除去してきた」(p.41)ので、価値や価値観を意識して授業の中で取り上げていくことの重要性や学び手(子ども)の個人性の重視や社会的文脈を取り上げることの重要性を示唆している。

更に、ビショップ(1988)は自著『数学的文化化』の中で社会的価値観へ配慮することの重要性を「数学の影響力の実際の効果を定めるのは社会に存在するこれらの価値観と他の価値観との間の相互関係の有様であって数学による文化化ではこれらの諸価値の熟考を促す義務を持つ」(p.124)と述べている。この中の社会に存在するこれらの価値観と他の価値観と言うのは、社会的価値観と思われる。

一方、社会的構成主義者である Ernest(1991)は、数学的知識には価値が負荷されていて「価値が負荷されるとは、社会的集団の好みや関心を表すことである」(p.96)として今までの絶対主義的数学観—数学は中立であり価値を含まない立場—に対して数学は価値を含み、文化が関わっている立場、相対主義的数学観を支持している。つまり、価値が含まれていないとする絶対主義者を批判し、数学的知識は、人間と文化の価値を背負っていると論じている(p.104)。

また、Ernest(1991)は自著『数学教育の哲学』の中で社会的価値観へ配慮することの重要性を述べている。例えば、Ernest(1991)は、社会文化的な視点から、「学校数学は、数学に関連した価値とその社会的な使用に関連した価値を明白に求めるべきである。」(p.138)と述べている。数学に関連した価値とは本稿で言う数学的価値観に関わるものであり、社会的な使用に関連した価値とは本稿で言う社会的価値観に関連する。つまり、社会的価値観には数学を使用する人の思いが含意されているのである。

なお、Bishop et al.(2000,2001)も Ernest et al. (1997)も授業で大切にすべき3つの価値観を挙げている。これについては、後で詳述する。

c) 馬場(2007, 2009, 2012a)の研究

飯田(1995)の社会的価値観の重要性の指摘後12年を経て、馬場(2007)は、飯田・山下他(1995)の研究で指摘された社会的価値観が認識できる問題を「社会的オープンエンドな問題」(馬場, 2007, p.22)と呼び、「この様な問題によって育成する社会的判断力は、条件や解を含めて議論したり選択したりする事ができる力を指す」(馬場, 2007, p.22)とし、飯田(1995)、飯田・山下他(1995)の研究に積極的な意味づけを行っている。

更に、馬場(2012a)は、飯田(1995)、ビショップ(1988)、Ernest(1991)と同様に算数・数学教育における価値観研究の重要性を指摘して、算数・数学教育の中での価値や価値観に関する研究を大きく次の5つのタイプに分けている。「1) 数学的文化化の研究; Bishop (1988)は、数学的知識のみならず、数学特有の価値の習得が重要である。2) 歴史的アプローチの研究; Hirabayashi(2006), Baba et al.(2012)の研究, 3) 社会学的アプローチの研究; Skovsemose(1994) 批判的数学教育の研究, 4) 国際比較型アプローチの研究; 第三の波, 5) 問題解決における価値観の研究;

飯田(1995), 島田・馬場(2012)を挙げている」(馬場, 2012, pp.1219-1220). 1)から4)が現状を文化・歴史・社会の観点から批判的に検証するアプローチや国際比較をすることで文化的特徴を浮かび上がらせるアプローチに対して, この5) 問題解決における価値観の研究は, 問題解決の中で表出する子どもの価値観を社会的価値観と呼び, 算数・数学教育の中でその価値観を積極的に取り上げていく理論的整備や実践的研究を行うものである. 本稿は5)に位置づく.

(イ) 飯田(1985,1995), 馬場(2007, 2008, 2009)の研究の成果と課題の整理

ここで飯田(1985,1995)と馬場(2007,2008, 2009)の研究の成果と課題を整理する.

飯田(1985)は Wheeler(1975)の数学教育の人間化の考えを根底に置き(1985,p.52), 上述したように, 今まで算数・数学教育の中でノイズとして切り捨てられてきた子どもの社会的価値観を生かすべきと主張し, 更に日常の文脈の中で価値が負荷されているオープンエンドな問題を記号論的に分析し, 社会的オープンエンドな問題は, 語用論的水準にあると述べている(飯田, 1995, p.244). 更には, 問題解決過程

(DeVault,1981)の中に位置づけているのが特徴的である(飯田, 1985,p.53).

DeVault(1981)の問題解決過程は, 現在における数学的モデリングの過程を表している.

一方, 馬場(2007,2008, 2009)は, Bishop の価値観に考えの基盤を置き(2009,p.53), 更に Skovsemose(1994) の批判的数学教育の考え(2007,p.22)や国際社会が進む中で多様な価値観に対応できる力の育成を目指して(2007,p.20), 飯田(1995)の主張を支持し研究を継続している. 馬場(2007)は, 先に述べたが「社会的オープンエンドな問題」(p.22)という用語を初めて算数・数学教育で命名し, 更には, 社会的オープンエンドな問題のカテゴリー化を行った. そのカテゴリーとして分配の問題を挙げている(2009,p.54). また, 先述したが「社会的価値観」(馬場, 2008)という言葉も算数・数学教育で初めて使用した.

総括すると, 本稿が課題とする多様な価値観に取り組む力の形成において, 飯田(1985, 1995)や馬場(2007, 2008, 2009)の貢献は大きく, 以下の業績を残した.

問題解決時の価値観表出を指摘したこと,

その教育的重要性を指摘したこと,

このような価値観が表出する問題の傾向を指摘したこと,

加えて, 社会的価値観や社会的オープンエンドな問題という用語を作り出したこと.

これらの諸点は, 数学教育において多様な価値観を取り上げる重要性を指摘するとともに, 実際に取り上げる準備として用語を設定し, 数学教育の中で将来行われるであろう多様な価値観を取り上げていくことの理論的足掛かりを与えたと評価できる.

(2) 価値, 価値観のレビュー

①価値と価値観に関する先行研究の分析

(ア) 教育の中で価値観に着目する理由

黒田(1992)は人間の行為について、「価値」が最も基本的なものであることを次のように述べている。

《われわれは、社会的規範の拘束を受けつつ、おのこの個性に応じた価値の実現を目指して生きている。それが人間の根本的な存在様式であり、いつでもどこでも変わることのない生き方である・・・(略)・・・「価値」は「行為」を取り巻く諸概念の中でもっとも基本的なものである・・・(略)・・・ひとは自分にとってよきもの(正の価値をもつ事態)を目指し、悪しきもの(負の価値を持つ事態)を避けて行動する、ということが人間理解の基本の公理である・・・(略)・・・人間は必ず自分にとってよりよいと思われる行動を選ぶ、というのが行為の解釈の基本原則である・・・(略)・・・「価値」と「規範」とは、行為をめぐる理論的考察では欠かすことのできない重要概念である。》
(pp.25-33)

このように、私たちの行為は、価値(や規範)に方向付けられて決定する。これが、人間の根本的な存在様式といえる。

このように考えると、一人一人の価値観を大切にすることは、人間を尊重することにも連なる考えであり重要なことでもある。

(イ) 価値と価値観の規定

ここで漠然と用いられている「価値」という言葉について考えたい。上述のように人間の本質にかかわるという意味で、多様な解釈が可能であり、同時に色々な概念とつながる言葉である。人間と社会に関する洞察を進める社会学の辞典(森岡, 1993)によれば、価値と価値観は次のように区別される。

《価値とは主体の欲求を満足する客体の性能を意味する。また価値意識とは、価値判断の総体であり、また価値観とは、対象を評価または志向する際、主体の判断を支える基準、枠組みであり、文化的背景をも含めた経験や学習に基づいて、ある一貫性を保って形成されてきた認知の基盤をなす。》(pp.196-197)

以上から、価値とは「そのものが持っている主体の欲求を満足させる性質」を表している。また、価値観とは、「何にどういう価値を認めるかという主体の判断の基準」を指す。

(ウ) 社会的価値観に関わる先行研究の分析

このように価値観は、人間活動の根底に関わり幅広いので、まずは関連すると思われる心理学、教育学において価値観を重視している先行研究を調査し、その後、算数・数学教育における先行研究を調べ、そこから本稿での社会的価値観の規定に示唆を得たい。

a) 心理学における価値観研究

花井(2007)は、文化人類学的、心理学的な視点から価値観について今までの研究をまとめている。特に心理学の中でシュプランガー(1961)の6種類の価値観類型を

紹介している（表1）。これは、人間の基本的な生活領域を体系づけて作り上げた価値観であるという。

表1 シュプランガーの6価値類型

類型	各類型
論理型	合理的であることを重視，普遍的・客観的な事柄を尊重する。
経済型	実際性・効用性・経済性を優先，最大限の利益を追求する。
審美型	美と調和を重視，芸術的活動に情熱を傾ける。
社会型	他者との関係を重視，他者への献身や愛によって自己の充実を感じる。
権力型	権力の獲得に強い関心，他者を支配したり指導したりすることに喜びを感じる。
宗教型	宗教的な活動や神秘的な体験に対して関心を持つ。

シュプランガー（1961）が考えた6つの価値観類型は、人間が生活する中で表出する価値観を体系づけたものと思われる。これは、人間を6つの型に分けると言うのではなく、一人の人間でもある場面では経済型の価値観を重視するが、違う場面では社会型の価値観を重視するというように、場面に応じて変化するというように考えた方が自然であろう。

b) 教育学における価値観研究

これまで教育学にとって、倫理や価値観は当然の考察すべき課題であった。また歴史的にも多くの教育哲学者が思索をめぐらせてきた。しかし「科学」が重視される現在、倫理的な側面以上に、事実や知識を重視してきたように思える。教育の主要な目的に、先行世代の知識の伝承があるだろうが、今日のように情報が大量に生み出され、書き換えられ、同時に対立する考えが多く生まれる社会において、そのための教育は、事実と同時にそれを解釈すること、解釈する能力の育成が求められている。

そこでここでは、教育学における価値観を取り上げている事例として、道徳教育を取り上げたい。また近年、国際連合、ユネスコによって提唱された「持続可能な開発のための教育」もこれまで重視してきた科学、事実ベースの教育に対して、価値観を重視している。

1) 学校における持続可能な発展のための教育（ESD）に関する研究

角屋他(2010)は「ESDでは、価値観の変革が求められるが、ESDの視点に立った授業では、具体的な課題の発見・探求・解決の過程で、児童生徒自らが持続可能な社会づくりに関する価値観を身に付けていくことができるよう配慮することが大切である」(p.11)としている。更に、ESD-J(2008)では、ESDで培いたい価値観として「人間の尊厳」、「社会的・経済的な公平な社会」、「将来世代への責任」、「人は自然の一部」、「文化的な多様性の尊重」を挙げている(角屋他, 2010, p.10)。これらの先行研究を基にして、角屋他(2010)は、ESDで培いたい価値観として、「相互性」、「多様性」、「有限性」、「公平性」、「責任性」、

「協調性」を挙げている(p.10). こうした価値観の視点は、本稿で重視している社会的価値観の構成の参考になるものである.

2) 道徳教育の価値観教育

道徳の解説(文部科学省, 2010)には, 道徳の価値が示されている. 低学年, 中学年, 高学年と示されている. 高学年では, 「主として自分自身に関すること」, 「主として他の人との関わりに関すること」, 「主として自然や崇高な物との関わりに関すること」, 「主として集団や社会との関わりに関すること」と4つの視点で述べられている. 例えば, 「主として自分自身に関すること」では, 「自由を大切にし, 自律的で責任のある行動をする」などがある. 「主として他の人との関わりに関すること」では, 「誰に対しても思いやりの心を持ち, 相手の立場に立って親切にする」や「謙虚な心を持ち, 広い心で自分と異なる意見や立場を大切にする」がある. 「主として集団や社会との関わりに関すること」では, 「誰に対しても差別することなく公正, 公平にし, 正義の実現に努める」とあり, 民主主義社会の中の基本的な価値である社会正義の実現に努め, 公正, 公平にふるまう児童を育てようとする内容項目であるとしている. また, 「身近な集団に進んで参加し, 自分の役割を自覚し, 協力して主体的に責任を果たす」や「外国の人々や文化を大切にする心を持ち, 日本人としての自覚をもって世界の人々と親善に努める」などがある.

こうした指摘は, 社会的価値観を考える際の示唆を与えるものである.

②社会的価値観の枠組み作り

ここまで見てきたように, 価値観は個人的な倫理の側面があるとともに, 個人だけでは解決しがたく, 他者との関係, 社会との関係も重要になってくる側面もある. そこで本稿では, 数学の本質と関わる価値観を数学的価値観と呼ぶのに対して, 社会との関係に注目するものを社会的価値観と呼ぶ.

(ア) 本稿で捉える社会的価値観

本稿では, 「社会的価値観」というのは子ども個々人が社会に対して持っている価値観を指す. そのような社会的価値観は, 社会が長期間にわたり形成してきた価値観を一方で指すが, 子どもたちが社会からその価値観の影響を受けたり, 社会参加する中で自らもその価値観の形成に関わったりしていることも同時に指している. 社会的価値観とは, 社会を組織する多くの人々が共有する価値観である. 社会的価値観には, 例えば, 平等・公平の価値観や1年生思いの価値観が含まれる.

(イ) 社会的価値観の枠組み作り

ここまで社会的価値観とひとくくりにして呼んできたが, 2.1での価値観に関する先行研究を踏まえて, 整理したい. まず, シュプラング(1961)の6種類の価値観類型の中から, 算数・数学の授業の中で社会的価値観に関わると思われる経済型, 社会型の2つの価値観類型を取り上げる. 次に, 道徳教育のそれを踏まえて, 対象との距離によって「主として自分自身に関すること」, 「主として他の人との関わりに関すること」, 「主として集団や社会との関わりに関すること」の3つの相に分ける. これら

の相は、馬場（2007）の社会的文脈の広がりとも対応している。更に、a) 学校における持続可能な発展のための教育（ESD）に関する研究や b) 道徳教育の価値観教育やシュプランガー(1961)の6種類の価値観類型の中に関わる自律性、協調性など価値観の事例を抽出する。表2では、道徳教育における3つの相を縦軸に、シュプランガー(1961)の経済型、社会型の2つの価値観類型を横軸に表し、その中に価値観の事例を表した。更に、個人的価値観、社会的価値観に主に関わると思われる事例をまとめている。経済型と社会型に含まれる価値観の事例の中で、「他の人との関わりに関すること」と「集団や社会との関わりに関すること」に関わる価値観の事例は社会的価値観に関わる事例である。経済型と社会型に含まれる価値観の事例の中で、「自分自身に関すること」に関わる価値観の事例は個人的価値観に関わる事例である。

表2 社会的価値観の相と事例

価値観が発揮される相	経済型	社会型	価値観
自分自身に関すること	効率性, 経済性	自律性, 責任性, 公共性, 人間の尊厳性, 快楽性, 嗜好性, 安全性	個人的価値観
他の人との関わりに関すること	効率性, 経済性	人間性 (思いやり, 平等・公平, 公正性, 正義観, 人間の尊厳, 快楽性), 多様性, 責任性, 協調性, 相互性, 公共性, 安全性	社会的価値観
集団や社会との関わりに関すること	効率性, 経済性, 有限性, 持続性	人間性 (思いやり, 平等・公平, 正義観, 人間の尊厳, 快楽性), 多様性, 責任性, 協調性, 相互性, 公共性, 安定性, 卓越性, 安全性	社会的価値観

(3) 算数・数学教育における価値観の先行研究の分析

① 価値観の先行研究の分析

(ア) 本稿に関わる文献

a) ビショップ(1988), Ernest (1991) の主張

1.2でも述べたが、ビショップ(1988)とErnest(1991)は、算数・数学教育において価値観研究の重要性を唱えている。

ビショップ(1988)は『数学の文化化』の中で、Ernest(1991)は『数学教育の哲学』の中でそれぞれ社会的価値観へ配慮することの重要性を述べている。

また、Bishop et al.(2000,2001)は、算数・数学教育で大切にすべき価値観として、①数学的価値観 (Mathematical values), ②数学教育的価値観 (Mathematical educational values), ③一般教育的価値観 (General educational values) の3つを挙げている。

Ernest et al.(1997)もまた、算数・数学教育で大切にすべき価値観として、①認識論的価値観 (Epistemological values), ②社会的, 文化的価値観 (Social and cultural values), ③個人的価値観 (Personal values) を挙げている。

② 本稿における価値観

(ア) 価値観の枠組み作り

第2節で、数学的価値観以外に、社会的価値観と個人的価値観があることについて論じてきた。つまり本稿では、算数・数学教育における価値観を、次の3つに分類して論じる。1つ目は対象である算数・数学に直接関係する数学的価値観である。次に、社会との関係の中で、個々人が有する社会的価値観である。最後に、社会的価値観と密接に関わるが、個々人が個別に有する個人的価値観である。個々人が個別に有すると言っても、それは社会的な影響のもとであることは間違いないし、他方で社会的なものと同じであるのならば、個人差を説明できない。

以下、それぞれの価値観について説明したい。

a) 数学的価値観

数学的な価値観については、「[数学の]三つの特性(抽象性・論理性・形式性)の基盤になる価値観としては、…簡潔、明確、統合の三つが、その原動力として大きなかわりをもっている」(中島, 1981)に見られるように、簡潔、明確、統合が算数・数学教育における価値と考えられる。

また、ユネスコの報告書(1979)では、数学的な創造に関する価値として人によくわかること(Intellegibility)、簡潔であること(Brevity)、正確であること(Accuracy)、適切であること(Relevance)、正常であること(Normality)の5つを挙げている。

また、ビショップ(1988)は、数学(西洋数学)の有する数学的価値を、①理性主義(Rationalism)、②物質主義(Empiricism)、③支配観(Control)、④進歩観(Progress)、⑤開放性(Openness)、⑥神秘性(Mystery)を挙げている。

いずれも、数学の持つ価値であり、学習者に身に付けさせたい数学的な価値観である。中でも、中島の言う価値観は、算数・数学教育の中に取り入れられ、算数・数学科の目標の中に見られる。昭和33年の算数科の学習指導要領では「・・・それらが的確かつ能率的に用いられるようにする。」、「・・・簡潔、明確に表したり考えたりすることができるようにする。」とあり、昭和43年の算数科の学習指導要領では「・・・統合的、発展的に考察し、処理する・・・」などが見られる。

こうした数学的思考の中に見られる簡潔、明確、統合は、あくまで数学的価値である。今までの算数・数学教育では、数学的価値観に比べ子どもの社会的価値観があまり取り上げられてこなかった。

b) 社会的価値観

算数・数学教育において、社会的価値観の重要性については第1節でも述べたように、飯田(1995)、飯田・山下他(1995)、馬場(2009)により言われてきた。そのことを少し振り返ると、飯田・山下他(1995)の研究では、オープンエンドアプローチの研究を進めていく過程において、「数学性を超えてオープンな解を探求していくと、人間活動としての価値や倫理の問題あるいは道徳性の問題へと関わってくる」(p.36)と算数・数学の中で価値観が認識できる数学的活動が展開できる事を指摘している。馬場(2009)は、飯田、山下らの研究で指摘された価値が認識できる問題を「社会的オープンエンドな問題」と呼び、「このような問題によって育成する社会的

判断力は、条件や解を含めて議論したり選択したりする事ができる力を指す。」(p.52)としている。Brown(1984)は、「問題そのものに何らかの価値の示唆が含まれていないような問題は、現実的な問題(real world)とは言えない」(p.13)と述べ、同様に Silver(1993)は、問題設定の場面で、子どもは数学的な問題の構成と同じ位に公平さや道徳性が重要と考えている事を示唆している。いずれの研究も子どもの社会的価値観に配慮する事の重要性を指摘していると考えられる。Greer(2007)は、数学的モデリングや「社会的公平性(social justice)」という視座から割合認識の重要性を指摘している。割合の考えについて、現実世界の文脈を考えず機械的に適用することへの危険性と公平性という視点の重要性の指摘である。この主張も又、社会の問題を扱うと公平性という価値観が関わってくることを述べていることになる。

以上の飯田(1995)や馬場(2009)らの算数・数学教育の中で社会的価値観を重視する考えを支持し、本稿でも同じ立場をとる。

c) 個人的価値観

最後に個人の嗜好による価値観を取り上げる。例えば、新車を購入するときに、デザインを重視するのか機能性を重視するのか経済性を重視するのかその人の価値観によって、選択する車が変わってくる。このようなデザイン重視、機能性重視、経済性重視などは個人差があると考えられるので個人的価値観と呼ぶ。もちろん時々の流行や社会的な関心事が影響を与えるという意味で、社会的成分が全く影響しないわけではない。

d) 3つの価値観の関わり

先行研究からわかるように、今までの算数・数学教育では数学的価値観のみが重視されてきて、社会的価値観や個人的価値観は軽視されてきた。

そこで本稿では、社会的価値観や個人的価値観を大事にする算数・数学教育の基盤を整理する。もちろん、算数・数学の授業のことであるから、そのような価値観と同時に判断の根拠となる数学的な根拠が表出していることが前提となる。

ここで、本稿における数学的価値観、社会的価値観、個人的価値観を表2を基にして表3のようにまとめた。縦軸は、道徳の価値観の発揮される相を踏まえ、対象との距離によって3つの相に分けた。横軸は、シュプランガー(1961)の6種類の価値観類型から算数・数学教育に関わるとされる「経済型」と「社会型」を取り上げそれに含まれる事例を考察し、発揮される相に照らして、個人的価値観、社会的価値観とした。これらをまとめて「社会的」と表した。一方、シュプランガー(1961)の6種類の価値観類型の「論理型」と「審美型」は数学的価値観に関わるもので、「社会的」に対して「数学的」と表した。数学的価値観は、価値観が発揮される3つの相の全ての相に関わる価値観である。

表 3 価値観の相と事例

価値観が発揮される相	社会的			数学的		
	経済型	社会型	価値観	論理型	審美型	価値観
自分自身に関する事	効率性, 経済性	自律性, 責任性, 公共性, 人間の尊厳性, 快楽性, 嗜好性, 安全性	個人的価値観	合理性・普遍性・客観性	美と調和の重視	数学的価値観
他の人との関わりに関する事	効率性, 経済性	人間性 (思いやり, 平等・公平, 公正性, 正義観, 人間の尊厳, 快楽性), 多様性, 責任性, 協調性, 相互性, 公共性, 安全性	社会的価値観			
集団や社会との関わりに関する事	効率性, 経済性, 有限性, 持続性	人間性 (思いやり, 平等・公平, 正義観, 人間の尊厳, 快楽性), 多様性, 責任性, 協調性, 相互性, 公共性, 安定性, 卓越性, 安全性	社会的価値観			

図 1 では、社会的オープンエンドな問題を授業で用いた時の社会的価値観と数学的価値観の関係性を表している。最初に社会的価値観が表出し、それに応じて数学的モデルが構成される。その際に、数学的モデルの背景にあるものが簡潔性、明確性などの数学的価値観である。更に、数学的モデルを検討し合う中で、数学的価値観が表出する。更に、社会的価値観についても検討が行われる。

例を挙げると、ケーキの問題で平等に分けたいという社会的価値観が働いた場合には、簡潔性や明確性が背景に働いて等分という除法を用いる。

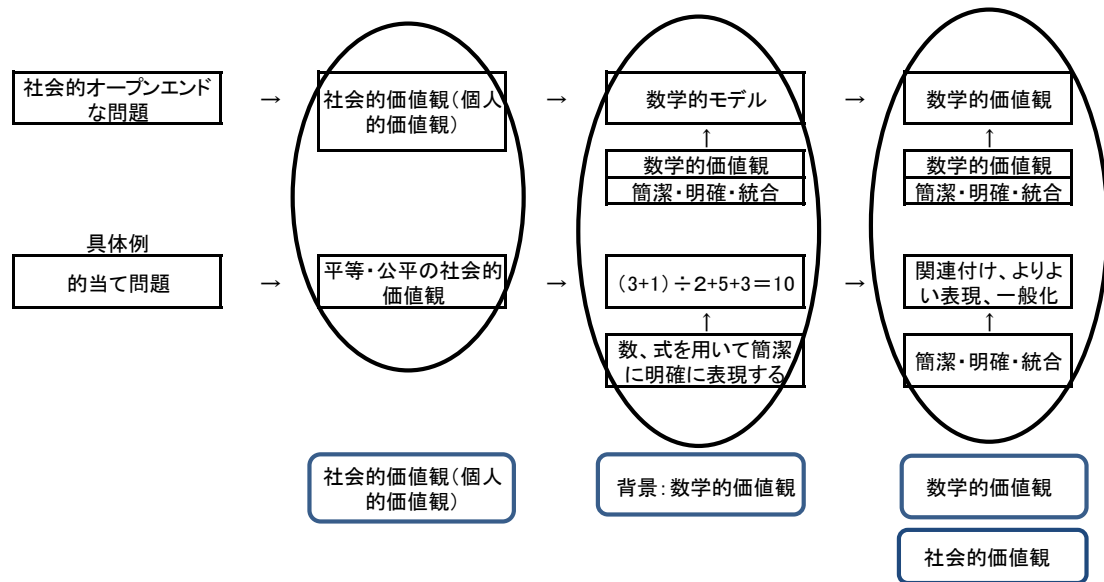


図 1 社会的価値観と数学的価値観との関係

(イ) 3者の考える価値観の関係と本稿の価値観の特性

本稿では、先行研究を基にして、数学的価値観、社会的価値観、個人的価値観の3つの価値観に基づく枠組みを構成した。ここでは、Bishop et al.(2000,2001)¹⁾や Ernest et al.(1997)²⁾の枠組みと相互照射することで、本稿の価値観の特徴を明らかにすることであった。まず、3者の重視すべき価値観を整理する(表4)。

表4 島田・馬場, Bishop et al., Ernest et al. の価値観

島田・馬場 (2013)	数学的価値観	社会的価値観	個人的価値観
Bishop et al. (2000,2001)	数学的価値観 Mathematical values	数学教育的価値観 Mathematical educational values	一般的教育的価値 観 General educational values
Ernest et al. (1997)	認識論的価値観 Epistemological values	社会的・文化的価値 観 Social and cultural values	個人的価値観 Personal values

更に、3者の基本的立場を振り返っておきたい(表5)。この立場に基づいて価値観が生じていることが分かる。

表5 島田・馬場, Bishop et al., Ernest et al. の基本的立場と価値観の対象

3者	基本的立場	価値観の対象 (誰の)	価値観の対象 (どの場面の)
島田・馬場 (2013a)	絶対主義的な見方ではなく、 相対主義的な見方をしている。 子どもの問題解決学習で表出 する価値観に焦点を当てて価 値観を考えている。	児童・生徒の価値 観	算数・数学授業の 中の問題解決学習
Bishop et al.(2000,2001)	絶対主義的な見方ではなく、 相対主義的な見方をしている。 包括的、全体的立場で算数・数 学教育の価値観を捉えている。	教師の価値観,児 童・生徒の価値観, 保護者の価値観, 国レベル(制度) の価値観	算数・数学授業全 般
Ernest et al.(1997)	絶対主義的な見方ではなく、 相対主義的な見方をしている。 教師が持つ(持ってほしい)算 数・数学教育の価値観を考えて いる。	教師の価値観	算数・数学授業全 般

註：この表でいう絶対主義的な見方と相対主義的な見方というのは、Ernest(1991)の主張を参考にしてている。つまり、数学に対する絶対主義的な見方とは数学は客観的で中立であり、数学には価値を含まないというものであり、相対主義的な見方とは、数学には価値や文化が含まれていて可謬的であるというものである。

表5をまとめると以下のようなになる。

- (1) 3者とも共通している価値観として数学本性に関わる数学的価値観と道徳に関わる倫理的価値観を挙げている。
- (2) 島田・馬場(2013a)は、社会に関わる際に学習者が大切にしている社会的価値観、個人的価値観を重視している。
- (3) 島田・馬場(2013a)は Bishop et al.(2000,2001)の教育制度や国家レベルの価値観と算数・数学授業の構成の際に大切にしている価値観(例えば、「少人数グループでの話し合いの重視」等)を明示していない。
- (4) 島田・馬場(2013a)は Ernest et al. (1997)が取り上げている算数・数学を通して育成できる個人的価値観の中の、例えば、「忍耐力」等を明示していない。

(4) 社会的オープンエンドな問題を用いた授業に表出する社会的価値観の特性の考察

本稿で育成する多様な価値観へ取り組む力を考えようとする時、社会的価値観の特性について検討しておくことが不可欠である。

既に、第2節で、社会的価値観の内包について明らかにしたが、本節では更に、社会的オープンエンドな問題を用いた授業に表出したり配慮すべきであったりする特性について考察する。社会的価値観の特性を明らかにする際、Bishop(2001)やErnest(1991)の主張する価値観の階層性や相対論の視点から、価値観研究者の見田の主張する価値観の多様性、潜在性・顕在性、変容性の視点を取り上げて考察する。

① 社会的価値観の多様性

(ア) 多様性

社会的価値観の多様性には2つの意味がある。1つは、文字通り多様な社会的価値観の存在を表している。1年生思いの価値観や平等・公平の価値観など2つ以上の社会的価値観が存在することを表す。この意味の価値観の多様性とは多様な価値観とも言う。もう1つの意味は、同じ社会的価値観であってもその解釈が多様にあるという解釈の多様性を表す。その解釈の多様性を次に詳述する。

社会的価値観には1つには定まらない多様性が見られる。例えば、「平等」は社会的価値観の1つであるがその意味は、「かたよりや差別がなく、みな等しいこと。また、そのさま。」(大辞泉第二版、小学館)、「①差別なく、みなひとしなみである・こと(さま)。②近代民主主義の基本的政治理念の一つ。すべての個人が身分・性別などと無関係に等しい人格的価値を有すること。」(大辞林第三版、三省堂)と書いてあるが、実際の場面でどのようにすることが平等かどうかについては、人それぞれ多様な解釈による。このことが解釈の多様性である。この社会的価値観の解釈の多様性に伴って数学的モデルが多様に構成されることになる。

また、価値観の多様性の中には、価値観の複合性(見田,1968)も含まれている。価値観の複合性とは、幾つかの価値観が複合して表現されていることを表している。

a) 相対性

授業を進める上で配慮すべき事として、社会的相互作用がある(Ernest,1991)。その際にErnest(1991)の価値観の次元論(二元論,多元論,相対論)に意識を向きたい。価値観の二元論とは、価値観が1つありそれが絶対的な価値観として与えられ、その他の価値観は認められない立場や気付かない立場である。それに対して多元論は、異なった価値観の存在が認められる立場であるが、その選択に正当性を欠く場合であり、また多様な価値観が並列して取り上げられる場合である。一方、相対論は、多様な価値観が認められ、かつその選択に正当性が伴っていて、価値観同士が関連づけられている場合である(pp.118-122)。また、この人はこういう立場(価値観)で考えを述べている、違う人はこういう立場(価値観)で考えを述べている、こういうことを受容することが相対論の立場である。実際の授業では、この価値観の相対論を目指して取り組む必要がある。価値観の相対性とは、価値観の相対論を指すことにする。

b) 階層性

数学教育の社会的次元として、文化的、社会的、制度的、教授的、個人的の5つの層がある (Bishop,2001). 本稿では Bishop (2001) の言う教授的層や個人的層に関わる子どもの問題解決で表出する社会的価値観に焦点を当てることにする. 実際の授業では、個別の社会的価値観を基にして、多様な価値観を扱い、話し合う中で多様な価値観を尊重することを学び取っていくことになる.

(イ) 社会的価値観の潜在性と顕在性

算数・数学教育においてオープンエンドな問題を取り上げると、価値観の潜在性や顕在性の問題に遭遇する (Shimada & Baba, 2012) . Bishop(2003)は価値観が明示的に扱われてこなかったこと、子どもの学びにとって価値観を明示的に取り上げることが重要なことを指摘している. ここでは、このことに関わる価値観の潜在性、顕在性について検討する.

潜在性とは、価値観が明示されないことであり、一方、顕在性とは価値観が明示されることを表している. 価値観が顕在化される場合には、どのような価値観に基づいて主張されたのかが分かり易いが、潜在化している場合には、どのような価値観に基づいて考えているのかが分からない.

この潜在性の問題は、価値観研究では大きな問題の1つになっている. 例えば、Bishop, Seah, Chin(2003) が示した算数・数学教育における価値観研究の6つの研究課題の1つに、「数学指導における潜在的価値観と顕在的価値観の相違を明確にし、それらの相違の意義づけを行うこと」とあり、価値観の潜在性と顕在性の問題が取り上げられている.

また、Bishop (2001) は「価値観が人のより深層に位置づき、そして個人の意思決定や行動に影響を与える」 (p.238) ものとして価値観を捉えていて、個人の行動の背景に価値観があることを述べている. そのために、価値観研究の難しさは、Bishop (2001) の言葉にあるように、価値観が人間の深層に位置づいていることである. つまり価値観が心の奥底にあり潜在化し、その人自身も意識していない場合があることである.

このような潜在性に対して、馬場(2012b)は、価値観について研究することは、見えないものを対象とするので、どのように可視化していくのかが研究上の大きな課題であるとしている. この価値観の研究は、潜在化している価値観をどのような方法を用いれば明らかにすることができるのかを研究してきたと言ってもよい (Seah,2012). Seah(2012)は価値観研究を概観し、「数学の授業における価値の研究は慣習的に質問し、観察、インタビューといった研究方法を用いてアプローチされてきた」 (pp.2-3), 「2000年代末までに価値は写真や図といったものの内容の分析を通して同定され、その後主要な発見や疑問を明確化するように練られた参加者のインタビューが続いた」 (p.3)と述べている. 一方、日本では、「第三の波」研究の日本の代表者である馬場(2012b)も、国際調査の枠組みに基づいた研究を行っている. 研究方法としては、教師に対するインタビュー、ジャーナル、子どもに対する集団面接、子どもが撮影した写真 (効

果的瞬間)などによるデータを収集し、トライアングレーションが用いられ、教師や子どもの有する価値観に迫る研究が報告されている(馬場, 2012b).

小原(2000)は、問題解決行為における数学的価値判断の潜在性について「自らの価値判断に対してどの程度自覚的であったのだろうか」と問題視している。小原(2000)は、潜在性を「自覚していない状態」と捉えている。

また、見田(1968)によれば、潜在的価値観を以下のようにクラックホーンの考えを引用して説明している。

《クラックホーンは「潜在的価値」を認めるけれども、それは行為者自身によっても観察者によっても合理的言語によって表現可能なものであり、フロイトのいわば「前意識」に属するものである。クラックホーンによれば、言語化する事(verbilizability)は価値意識の必要条件である。それは行為者が理解し、同意したり反対したりできるものでなければならない。》(p.334)

つまり、潜在化しているとは、まったく価値観が存在しないわけではなく、心の奥深くに存在していることを表している。そして、何らかのきっかけがあればそのことに意識を向けることが可能となり言語化も可能となる。それにより他者の批判を受けることが可能となる。

次に、どのような場合に、価値観が潜在性を示すのであろうか。Polanyi(1958)は、科学的コミュニティの多くの共有された価値観は、暗黙的であると論じる(Ernest,1991)。このことは、科学的コミュニティでなくとも、普段の社会生活においても、多くの人が当然と思っている価値観は無意識になりやすいといえる。その結果、その価値観は潜在的価値観になる。

小原(2000)は、数学的価値判断の潜在性と関連させて、数学的記述の持つ(If A, then B)形式を取り上げて、数学的価値判断が潜在化するとは、If Aの部分が行為の中に埋め込まれてしまっている状態であり、児童が認識できるようにする必要があることを強調している。社会的オープンエンドな問題による指導においても子どもの社会的価値観が潜在化することは、数学の記述のIf Aの部分が不明確になっていることを表している。これに対して、小原(2000)は、「数学をそれを作り出し使用する人間の価値が負荷されているものと見なし、その価値を認識すること自体をも教育的な内容と捉えるならば、この条件節Ifの部分が価値判断の場合でも同様である」(p.5)と潜在化した価値観を認識することが重要であることを述べている。つまり、数学は人間の価値が負荷されている、その価値が負荷されているとは、社会的集団の好み、もしくは興味を表すことである(Ernest, 1991)と考えることができるので、その価値(観)を認識することも重要な教育的な内容の1つとすると、価値観を顕在化することは大切になってくる。

このようにIf Aの部分に関わる社会的価値観を意識させることは、仮定を明確にすることにもなる。

(ウ) 社会的価値観の変容性

本節では、社会的価値観の変容性について考察する。社会的価値観は変容するのか、その要因について考察する。

この価値観の変容性の研究を今後の研究課題に挙げているものとして、Bishop, Seah & Chin (2003) や Seah (2012) が挙げられる。Bishop, Seah & Chin(2003) は、価値観の変容性について Rath et.al.(1987)の考えを次のように紹介している。

《どんな人の価値観も経験が蓄積することにより修正し変化する。価値観は、世の中の人間関係が静的なものではないならば、価値観も同じように静的なものではない。経験が進化し成熟するように価値観もまた進化し成熟する。》(p.730)

つまり、経験を積むことにより価値観も変化すると述べている。更に、Bishop(1998) は算数・数学教育における価値観の形成には、学級の友人が最重要であると述べている。また、Seah (2012)は、数学教育における価値についての国際比較調査「第三の波」の中で示した5つの課題の中の1つに社会的相互作用によりどのように価値観が変容するかを研究課題に挙げている。

また、一般的な価値や価値意識⁽³⁾研究で著名な見田 (1968) は、価値や価値意識研究での研究課題の1つに価値や価値意識の変容を挙げていて、価値意識変容の条件の1つとして、「新しい知識・情報との接触」を挙げている。このように、価値観の変容性を研究することは、一般的な価値観研究でも重要な課題であると言える。

(5) 算数・数学教育における価値観に関わる論文(島田, 2009)を基にしたの考察

島田(2009)では、算数・数学教育における価値観研究を提案している。その中で、社会的オープンエンドな問題を扱った結果、子どもの価値観と数学的モデルが表出されたことが報告されている。そして、研究のまとめに、以下の4点が述べられている。

① 問題場面のタイプ

この研究(島田, 2009)では、子どもの意思決定力をつけるために、子どもの社会的な価値観に基づく数学的モデル化を重視した授業が取り上げられ、それぞれ「分配の問題場面」「ルール作りの問題場面」「選択の問題場面」と一般的な言葉で規定した。これは島田(1977)のオープンエンドな問題研究の中で問題をカテゴリー化していることを基にしている。これら3つの問題場面は、子どもの多様な社会的価値観が顕在化する問題であり、他の価値観を知ったり、自分の価値観と比べたりする経験を持つことができ、意思決定力を育成することができる問題場面である。

② 子どもの多様な社会的な価値観の中からの価値観の選択の仕方

この論文(島田,2009)で取り上げられた実践では、お互いの価値観を発表したり、聞いたり、話し合いをしたりして、価値観の多様性を知ったり、他の価値観に感動したり、価値観の対立を経験したり、集団で一つの価値観に決めたりした。このような活動により価値観の選択の仕方として、ア)子どもの社会的な価値観の多様性に気づき、1人で1つの価値観を選択する(多様なままで終わる)仕方、イ)子どもの社会的な価値観の多様性の中から集団で議論し集団で1つの価値観を選択する仕方、があることが分かった。

③ 子どもの社会的な価値観による意思決定の方法

この研究の実践事例では、いずれも子どもの社会的な価値観が表れた。これらの子どもの社会的な価値観による意思決定には、次のような2つの方法が見られた。ア) 一つの価値観による方法、イ) 複数の価値観の組み合わせによる方法である。

④ 数学的モデル化

数学的モデル化という視点から、子どもたちの多様な社会的な価値観による数学的モデル化を大切に授業を行った。これは、それぞれの子どもの社会的な価値観による意思決定力を尊重するためである。さらに、数学的モデル化過程の中の「検証する力」や「仮定をおく力」を育成するためである。

⑤ 今後の課題

この論文では、以下の点を今後の課題として明示している。

《本研究の目的は、算数において子どもの意思決定力を育成するための授業を構想することである。そのために、子どもの社会的な価値観に着目し、それに基づく数学的モデル化を重視した算数の授業を考え、授業研究によって考察した。その結果、子どもの社会的な価値観に基づく算数の授業で扱う問題場面のタイプとして、3つの場面があることが分かった。この他にも、子どもの社会的な価値観に基づく問題場面としてどのような問題場面があるか開発する必要がある。

また、子どもの多様な社会的な価値観の中からの価値観の選択の仕方として、2つの選択の仕方があることも分かった。この他の価値観の選択の仕方があるかどうかを検討していくことが課題として残っている。なお、本実践ではイ) 価値観の多様性の中から集団で議論し1つを選択する、に関連して、グループ毎の議論についての記録はない。こうした記録を取り、どのようにグループで話し合いが進められて、1つの価値観に到達したかをつかむことは今後の課題としたい。更に、子どもの社会的な価値観による意思決定の方法として、2つの方法があることも分かった。一つの価値観による意思決定の方法と複数の価値観の組み合わせによる意思決定の方法とではどちらがレベルとして高いのか等を考えていくことが課題として残っている。更には、数学的モデル化との関連で見ると、子どもたちの多様な社会的な価値観による数学的モデル化を大切に、意思決定力を尊重した授業を構成したが、意思決定力が育成できたかどうかの評価をどうするか等の問題も残っている。この評価の中には、意思決定力の高まり（水準）をどう捉えるのか等も含まれる。》（pp. 28-29）

（6）本研究との関連を考える

最後に、第1節から第5節までに述べたことと本科学研究との関連を考察して、筆を置きたい。

第1節から第4節までは、博士論文（島田, 2015）に基づく一般的な価値観研究に基づく視点から考察した。また、第5節では、島田(2009)の論文を基にして価値観研究を振り返った。本節では、これらの価値観研究と本科学研究との関連を考察し、本科学研究の卓越性に触れてみたい。

① 算数・数学教育の中で生徒の表出する社会的価値観を重視している

算数・数学教育を振り返ってみると、生徒の社会的価値観はノイズとして扱われてきた（飯田，1995）。これは、現在でも大言えることである。その根底には、算数・数学の授業では、社会的価値観のような人間の感情が関わるような問題は扱う必要はないという考えがある。むしろ、算数・数学で扱う問題は、どの地域で扱ってもどの国で扱っても誰が問題解決しても同一の結果になるものを扱うべきであるという考えがあるからである。ビショップ(1988)も同様に「数学教育における価値観が無視されてきた理由に数学教育の中で人間的側面や社会的側面を扱う必要がないという強い信念による」(p. 718)と述べていることから分かるように、世界中の数学教師の多くが所持している考えである。

しかし、社会の問題を扱うと否応なく社会的価値観や個人的価値観が関わり、それらの価値観に応じて数学が使われるのである。とすると、こうした問題から逃げるわけにはいかない。このことは、価値多元化社会という視点からも重要であり、多様な価値観に取り組む力の育成がますます期待されることになる。

本科学研究は、このノイズとして扱われてきた社会的価値観に果敢に取り組み、数理科学的意思決定力を育成しようとしている。換言すれば、子どもの人間的側面を重視していることになる。

② 価値観の変容性の問題に取り組んでいる

前述したように価値観研究では、価値観の変容性の研究を重視している。どのように生徒の価値観が変容したのか、何をきっかけに価値観が変容したのか、こうしたことを明らかにしようとしている。本科学研究では、数理科学的意思決定力に関する授業デザインのためのフレームワーク（以後、フレームワークとする）を作り、そのフレームワークの中に「相」を作り、その中で子どもの変容の姿を具体化している。つまり、授業の中で、どのように生徒の価値観が変容したのかを捉えようとしている。更には、Bishop(1998)や見田(1968)がいうように価値観の変容は、友達との交流であったり、新しい情報や知識であったりする。つまり、Bishop(2001)のいう価値観の教授的、個人的層から言えば、社会的相互作用が重要なことが言える。本科学研究では、社会的相互作用を重視し、「相」の中に価値観の変容性を具体化している。

③ 価値観の相対性を重視している

先述したように、価値観の相対性を授業では求めていくことが大切である。価値観の相対性とは Ernest(1991)の言う言葉であるが、価値観の次元論に関わるものである。授業で言うと、生徒の最初の姿は二元論であることが考えられる。しかし、友達の価値観を知り、価値観の多様性を知ることになる。更には、交流を図ることにより、価値観の相対性の状態になる。Ernest(1991)は価値観の相対性を目指している。本科学研究では、この価値観の相対性を目指した研究を行っている。先のフレームワークの「相」の中にそれを見ることができる。

④ 真正性(Authentic)の問題に取り組んでいる

社会的オープンエンドな問題を扱うと、子どもの社会的価値観や個人的価値観が表出することが分かっている（Shimada& Baba,2012, 島田・馬場, 2013a）。

本科学研究では、できるだけ真正な社会の問題を開発し、生徒に提供している。その問題には、多様な価値観が選択肢として与えられる。その結果、どの価値観を選択するかは、子どもにより違ってくる。そして、授業は活発化することになる。

⑤ 島田(2009)の研究との関連から

(ア) 子どもの多様な社会的な価値観の中からの価値観の選択の仕方の視点から

島田(2009)では、子どもの多様な社会的な価値観の中からの価値観の選択の仕方の視点として、ア) 子どもの社会的な価値観の多様性に気づき、1人で1つの価値観を選択する(多様なままで終わる)仕方、イ) 子どもの社会的な価値観の多様性の中から集団で議論し集団で1つの価値観を選択する仕方があることを述べた。

本科学研究では、合意形成を目指した研究を進めていることから、研究の多くは上記のイ)に該当している。しかし、中には1つの価値観の選択だけではなく、幾つかの価値観を複合した価値観も見ることができる。このことは、島田(2009)の子どもの社会的な価値観による意思決定の方法のア) 一つの価値観による方法、イ) 複数の価値観の組み合わせによる方法のイ)に関わってくる。

(イ) グループの話し合いの記録

島田(2009)では、「イ) 価値観の多様性の中から集団で議論し1つを選択する、に関連して、グループ毎の議論についての記録はなかった。こうした記録を取り、どのようにグループで話し合いが進められて、1つの価値観に到達したかをつかむことは今後の課題としたい」としている。本科学研究では、集団の話し合いの記録を忠実に取り、どのように子どもが価値観を変容させていったのかを記述している。価値観研究にとっても貴重な研究になると思われる。

註

1) Bishop et al.(2000,2001)を詳しく説明すると、Seah,W.T. & Bishop, A.J.

(2000),Bishop,A.J.,FitzSimons,G.,Seah,W.T.&Clarkson,P.(2001)とのことであるが、本節では、島田・馬場と Bishop と Ernest の価値観に対する比較を行うので、比較しやすくするために Bishop et al.(2000,2001)の表現にしている。

2) Ernest et al. (1997) を詳しく説明すると、Sam and Ernest(1997)のことであるが、本節では、島田・馬場と Bishop と Ernest の価値観に対する比較を行うので、比較しやすくするために Ernest et al. (1997)の表現にしている。

3) 見田(1968)は、価値意識の研究を取り上げた理由を次のように述べている。「善について」、「幸福について」、「人生の目的について」、「人間の欲望について」、「人間行為の動機について」などは、人間を行為にかりたてるもの、行為を方向付けるもの、言い換えれば、主体としての人間が、行為を選択し決断を下す際に作用するもの、あるいは我々が「よい」とか「わるい」とか判断して喜んだり悲しんだりする際の基準になるものである。これらの概念を一つ一つ切り離して把握するのではなく、相互関係の全体において捉えることにより、「人間の科学」への展望が図られる。その全体を包括するものとして「価値意識」の概念を取り上げている(pp.5-6)。見田(1968)の言う価値意識は、本研究での価値観と共通性がある。何故ならば、本研究の価値観は、人間と社会に関する洞察を進める社会学辞典(森岡 1993)の考えである「価値観とは、対象を評価または志向する際、主体の判断を支える基

準, 枠組みであり, 文化的背景をも含めた経験や学習に基づいて, ある一貫性を保って形成されてきた認知の基盤をなす。」(p.197)を基にして考えていて, 見田(1968)の言う価値意識も森岡(1993)のいう価値観も共に人間の行動の基準や枠組みを表しているからである。そこで, 本研究では, 見田(1968)の価値意識を価値観と同じ意味として使っていくことにする。

引用・参考文献

- 馬場卓也(1998),『数学教育開発における文化の意義と役割—民族数学の視座より—』,広島大学大学院国際協力研究科修士論文, p.23.
- 馬場卓也(2007),「多様な価値観を有する社会・時代における算数教育」,『日本数学教育学会誌』,日本数学教育学会, Vol.89, No.10, pp.20-27.
- 馬場卓也(2008),「数学教育における批判的思考の研究」,『第41回日本数学教育学会数学教育論文発表会論文集』,日本数学教育学会, pp.853-854.
- 馬場卓也(2009),「算数・数学教育における社会的オープンエンドな問題の価値論からの考察」,『数学教育学研究』,全国数学教育学会, Vol.15, No.2, pp.51-57.
- 馬場卓也(2012a),「数学教育における価値の視座から見た研究課題」,『第45回日本数学教育学会数学教育論文発表会論文集』,日本数学教育学会, pp.1219-1220.
- 馬場卓也(2012b),「数学教育における価値の研究(1)国際調査「第三の波」の枠組みを用いて」,全国数学教育学会36回研究発表会資料.
- 馬場卓也他(2013),「数学教育における価値についての国際比較調査「第三の波」(1)—調査の概要と全体的傾向の予備的考察」,全国数学教育学会37回発表資料, p.2.
- 馬場卓也(2013),「価値研究枠組みの説明及び広島県における価値調査データの分析」,『第一回春期研究大会論文集』,日本数学教育学会, pp.53-60.
- 馬場卓也(2014),「価値観研究資料島田科研会議内部資料」, p.2.
- 馬場卓也他(2015),「数学教育における価値研究の先行研究の体系的考察」,『第3回春期研究大会論文集』,日本数学教育学会, pp.101-108.
- Baba, T. et al.(2012), "Values in Japanese mathematics education: their historical development", *ZDM Mathematics Education*, Springer, 44, pp.21-32.
- Becker, J.P., Shimada, S. (Eds.) (1997), *The Open-ended Approach in Mathematics Education: A New Proposal for Teaching Mathematics*. Reston, National Council of Teachers of Mathematics (The original version is in Japanese Shimada, S. (Eds)(1977)).
- ビショップ(1988), "*Mathematical Enculturation, A Cultural Perspective on Mathematics Education*", Kluwer Academic Publishers. Dordrecht /Boston/ London(now Springer), (日本語訳, 湊三郎(2011)『数学的文化化—算数・数学教育の立場から眺望する—』, 教育出版, p.221).
- Bishop, A.J.(1998), Culture, Values and Assessment in Mathematics. *ICMI-EARCOME1* (Aug.17-21: Cheongju, Korea), *Proceedings Plenary Lecture L2*, Vol.1, pp.27-37.
- Bishop, A.J. (1999), "Mathematics Teaching and Values Education-An Intersection in Need of Research", *ZDM Mathematics Education*, Springer, 31, pp.1-4.
- ビショップ(2000), 「数学教育の民主化に対する障壁の克服, (Overcoming Obstacles to the Democratisation of mathematics Education)」, 『日本の算数・数学教育 2006, 日数教 YEARBOOK』, 日本数学教育学会, pp.3-13.
- Bishop, A.J.(2001), "Educating Student Teachers about Values in Mathematics Education", F.-L.&T.J.Cooney(Eds.) *Making Sense of Mathematics Teacher Education*, Kluwer Academic Publishers. Printed in the Netherlands, pp.233-246.
- Bishop, A.J., Seah, W.T. et al.(2001), "Values in Mathematics Education": *Making Values Teaching Explicit in the Mathematics Classroom*, To the educational resources information center(ERIC), p.7.

- Bishop,A.J., Seah,W.T. & Chin,C. (2003), "Values in Mathematics Teaching –The Hidden Persuaders?", *Second International Handbook of Mathematics Education*, Dordrecht: Kluwer Academic Publishers. Printed in Great Britain, pp.717-765.
- Bishop,A.J. et al.(2006), "Values in mathematics and science education: Researchers' and teachers' views on the similarities and differences", *For the Learning of Mathematics*, Printed and bound in Canada.,26,1, pp.7-11.
- Bishop,A.J. (2012), "From culture to well-being:a partial story of values in mathematics education", *ZDM Mathematics Education*, Springer ,44, pp.3-8.
- Brown,S.I.(1984), "The Logic of Problem Generation : from Morality and Solving to De-Posing and Rebellion" *For the Learning of Mathematics*, Printed and bound in Canada, Vol.41.pp.9-20.
- DeVault ,M.V.(1981) , "Doing Mathematics Is Problem Solving", *Arithmetic Teacher*, National Council of Teachers of Mathematics 4, pp.40-43.
- Ernest,P.(1991), *The Philosophy of Mathematics Education*. Reprinted by Routledge Falmer.
- Ernest.p.(2007), (Eds.),*Philosophy of mathematics Education Journal* ,21.
- Greer.B.(2007), " Sense of proportion for social justice".*Philosophy of Mathematics Education , Journal* , No.21.(<http://people.exeter.ac.uk/PErnest/pome21/>).
- 花井友美(2007),「「価値観」をめぐる諸研究－国家・民族・時代による価値観の違い－」, 東洋大学「エコ・フィロソフィ」学際研究イニシアティブ,『「エコ・フィロソフィ」研究』第 1 号, pp.105-129.
- 藤原和博(2010),『つなげる力』, 文春文庫, pp.98-106.
- 藤原和博(2003),『教育研究』, 12 月号, 筑波大学附属小学校.
- 飯田慎司(1985),「数学教育における問題解決の表記論的考察」,『数学教育学論究』,日本数学教育学会, Vol.43-44. pp.52-55.
- 飯田慎司(1993),「オープンエンドの問題の価値について」, pp.26-29, 研究代表者橋本吉彦,『小 5 から中 2 までの算数・数学のオープンエンドの問題に関する開発並びに体系化の研究』,平成 4 年度科学研究費補助金一般研究 C, 研究成果報告書, 課題番号 03680242.
- 飯田慎司 (1995),「オープンエンドの問題解決と Humanistic Mathematics について」,『第 28 回 日本数学教育学会数学教育論文発表会論文集』, 日本数学教育学会, pp.243-248.
- 飯田慎司・山下昭他(1995),「算数学習におけるオープンエンドの問題による価値認識に関する研究」,『九州数学教育学会誌』,九州数学教育学会, No.1, pp.32-43.
- 池上嘉彦(1984),『記号論への招待』, 岩波新書,p.46.
- 角屋重樹他(2010),『学校における持続可能な発展のための教育(ESD)に関する研究中間報告書』, 国立教育政策研究所教育課程研究センター.
- 国立教育政策研究所監訳(2004),『PISA2003 年調査評価の枠組み』, ぎょうせい, p.38.
- 国立教育政策研究所監訳(2004),『生きるための知識と技能 2 』, ぎょうせい, p.18, 316.
- 国立教育政策研究所監訳(2007),『PISA2006 年調査評価の枠組み』, ぎょうせい, p.69.
- 国立教育政策研究所教育課程研究センター,(2012),『平成 24 年度全国学力・学習状況調査解説資料中学校数学』, 国立教育政策研究所, p.85.
- 黒田亘(1992),『行為と規範』,勁草書房,pp.25-33.
- Lim, C. S & Ernest, P.(1997), "Values in Mathematics Education: What is Planned and What is Espoused?"From Informal Proceedings 17-1&2 (BSRLM) available at bsrlm.org.uk., pp.37-44.
- 松村明編(2006),『大辞林第三版』, 三省堂.
- 松村明編(2012),『大辞泉第二版』, 小学館.
- McGinty,R.L. and Meyerson,L.N.(1980), "Problem Solving: Look Beyond the Right Answer", *Mathematics Teacher*, National Council of Teachers of Mathematics, 10,vol.73,No.7, pp.501-503.
- 見田宗介(1968),『価値意識の理論』, 弘文堂新社, pp.322,345.
- 文部科学省コミュニケーション教育推進会議(2011), (2014.05.20 アクセス) http://www.mext.go.jp/b_menu/houdou/23/08/
- 文部科学省コミュニケーション教育推進会議(2011),「子ども達のコミュニケーション能力を育むために」,(審議経過報告). http://www.mext.go.jp/b_menu/houdou/23/08/.

- 文部科学省(2010),『小学校学習指導要領解説道徳編』, 東洋館出版社.
- 森岡清美編(1993),『新社会学辞典』, 有斐閣, pp.196-197.
- 長崎栄三他(1997),『数学と社会的文脈との関係に関する研究—数学と子どもや社会とのつながり—』, 文部省科学研究費補助金(基盤研究 B)研究成果報告書, 課題番号 06452384.
- 長崎栄三他(2001),『児童・生徒の算数・数学と社会をつなげる力に関する発達的研究【改訂版】』, 文部科学研究費補助金(基盤研究 A), 高等学校の科学教育改革に関する総合的研究, 課題番号 11308006, 平成 11 年度~14 年度研究報告書第 2 集改訂版.
- 長崎栄三編著(2001),『算数・数学と社会・文化のつながり—小・中・高の算数・数学教育の改善を目指して』, 明治図書.
- 中島健三(1981),『算数・数学教育と数学的な考え方』, 金子書房.
- 西村圭一・島田功・長崎栄三(2008),「算数・数学と社会をつなげる力の構造の精緻化に関する研究」,『第 41 回日本数学教育学会数学教育論文発表会論文集』, 日本数学教育学会, pp.231-236.
- 西村圭一他(2014),「数理科学的な意思決定力を育む数学教育の構築」,『第 2 回春期研究大会論文集』, 日本数学教育学会, pp.61-88.
- 小原豊(2000),「問題解決行為における数学的な価値判断」,『筑波数学教育研究』, 筑波大学数学教育研究室, No.19. www.human.tsukuba.ac.jp/~mathedu/1903.pdf
- Polanyi, M.(1958), *Personal Knowledge : Towards a post-critical philosophy*. Chicago: The University of Chicago Press.
- Raths, L.E. et al.(1987), "Selections from values and teaching", In J.P.F.Carbone (Ed.) , *Values Theory and Education*, pp.198-214, Malabar, FL: Robert E.Krieger.
- 澤田利夫他(2012),『小学算数 3 年上』, 教育出版.
- Seah, W.T. & Bishop, A.J.(2000), "Values in mathematics textbooks: A view through two Australasian regions". Paper presented at the 81st Annual Meeting of the American Educational Research Association, New Orleans, LA.
- Seah, W.T. , Bishop, A.J. et al.(2001), "Exploring Issues of Control Over Values Teaching in the Mathematics Classroom", Paper presented at the 2001 Annual Conference of the Australian Association for Research in Education, Fremantle, Australia. (Paper code: SEA01453).
- Seah, W.T.(2011), "Effective mathematics learning in two Australian primary classes: exploring the understanding values," In Ubuz, B.(Ed.). *Proceedings of the 35th Conference of the IGPME*, Ankara, Turkey: PME, Vol.4, pp.129-136.
- Seah, W.T.(2012), "Identifying values in mathematics learning and teaching", 全国数学教育学会第 37 回シンポジウム資料.
- Seah, W.T. et al.(2012a), "Thematic issue on 'Values in East Asian Mathematics Education-The Third Wave'", *ZDM Mathematics Education*, Springer ,44, pp.1-2.
- Seah, W.T. et al.(2012b), "What students value in effective mathematics learning: a 'Third Wave Project' research study", *ZDM Mathematics Education*, Springer ,44, pp.33-43.
- Seah, W.T. et al.(2012c), "What students outside Asia value in effective mathematics lessons: a scoping study", *ZDM Mathematics Education*, Springer ,44, pp.71-82.
- 島田功・西村圭一(2006),「算数と社会をつなげる力の育成をめざす授業に関する研究—「仮定をおく」「仮説を立てる」「検証する」に焦点を当てて—」,『日本数学教育学会誌』, 日本数学教育学会, Vol.88, No.2, p.4.
- 島田功・西村圭一(2008),「仮定をおく力の育成をめざす授業に関する研究—算数と社会をつなげる力の育成をめざして—」,『日本数学教育学会誌』, 日本数学教育学会, Vol.90, No.10, pp.10-18.
- 島田功(2015),『算数・数学教育における多様な価値観に取り組む力の育成に関する研究—社会的オープンエンドな問題を通して—』, 広島大学大学院国際協力研究科博士論文.
- 島田功(2009),「算数において意思決定力の育成をめざす授業に関する研究」,『日本数学教育学会誌』, 日本数学教育学会 , Vol.91, No.12, pp.20-30.
- 島田功(2010),「社会的オープンエンドな問題による人間的価値観を大切にされた数学的モデリングの授業実践—授業における子どもの反応と「検証」の枠組みに焦点を当てて—」,『第 43 回日本数学教育学会数学教育論文発表会論文集』, 日本数学教育学会, pp.55-60.

- 島田功(2015),「社会的オープンエンドな問題を用いた問題解決学習で表出する日本の小学生の社会的価値観と数学的モデルの特性の研究」,『第3回春期研究大会論文集』,日本数学教育学会, pp.109-116.
- 島田功・馬場卓也(2012),「算数教育における社会的価値観の育成に関する研究(1)」,『第45回日本数学教育学会数学教育論文発表会論文集』,日本数学教育学会, pp.233-238.
- Shimada, I.& Baba, T. (2012), "Emergence of Students' values in the Process of solving the socially open-ended problem", *Proceedings of 36th Psychology of Mathematics Education*, Vol.4, pp.75-82.
- Shimada,I. & Baba,T.(2015), " Transformation of Student' Values in the Process of solving socially open-ended problems ", 39th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol.4, pp.161-168.
- 島田功・馬場卓也(2013a),「算数教育における社会的オープンエンドな問題による価値観指導に関する研究(1)ー社会的価値観とそれが表出する問題についてー」,『数学教育学研究』,全国数学教育学会,19(1),pp.81-88.
- 島田功・馬場卓也(2013b),「算数教育における社会的オープンエンドな問題による価値観指導に関する研究(2)ーブルーム他の価値のレベルに関する理論を基にした授業の枠組みを中心にしてー」,全国数学教育学会第35回研究発表会発表資料.
- 島田功,馬場卓也(2013c),「算数教育における社会的価値観の育成に関する研究(2)ー先行研究の批判的検討による基礎的枠組みの考察ー」,『数学教育学論究臨時増刊』,日本数学教育学会,Vol.95 臨時増刊,pp.177-184.
- 島田功・馬場卓也(2014),「算数教育における社会的価値観の育成に関する研究(3)ー先行研究の批判的検討によるオープンエンドな問題の特性の考察ー」,『数学教育学論究臨時増刊』,日本数学教育学会, Vol.96 臨時増刊, pp. 73-80.
- 島田茂(1977),『算数・数学科のオープンエンドアプローチ』,みずうみ書房.
- Silver,E.A.(1993), "On Mathematical Problem Posing".*Proceedings of 17th Psychology of Mathematics Education*.Vol.1,pp.66-85.
- Silver,E.A. et al.(1993), "Sense making and the solution of division problems involving remainders: An examination of middle school students'solution processes and their interpretations of solutions. "*Journal for Research in Mathematics Education.*, National Council of Teachers of Mathematics, Vol.24.No.2, pp.117-135.
- Skovsmose,O.(1994), *Towards a Philosophy of Critical Mathematics Education*, Springer.
- シュプランガー(伊勢田耀子訳)(1961),『文化と性格の諸類型』,明治図書,(原著,Sprannger,1922).
- ユネスコ(1979), 数学教育新動向会(訳)『世界の数学教育』, 共立出版.
- ユネスコ(1990).『万人のための教育(EFA: Education for All)』, 日本ユネスコ国内委員会, 文部科学省. www.mext.go.jp
- Wheeler,D.(1975),"Humanising Mathematical Education",Reconstructed from notes for a lecture at the ATM Easter Conference,Lancaster.
- 山崎高哉(1997),「価値多元化社会における教育の目的」,『教育学研究』, 日本教育学会, 64(3), pp.255-263.

1.4 数理科学的意思決定と「批判的思考」—価値の捉え方からの検討—

久保 良宏

(1) 執筆の背景と本稿の構成

「数理科学的意思決定」では、選択肢を創出しこれを洗練させ、対話を通して合意形成を図る際に、何らかの「価値」や「価値観」が影響を与える。この点については、本科研の研究会においても何度か話題になることはあったが、「数理科学的意思決定」における「価値」についての議論は十分にはなされていなかった。

ここでは、価値研究から多くの示唆を得ることができると考えるが、本稿では、筆者の数学教育における「批判的思考」の研究（科研（基盤 C）代表；久保）に照らし、「数理科学的意思決定」で着目される「価値」や「価値観」について検討する。

ところで、「批判的思考」は、「数理科学的意思決定」と同様に、次代を生きる子どもに必要な力の一つである。しかし、批判という用語は、事象を否定的に捉えるという印象を与えるからか、教育現場における理解には時間がかかるように思われる。

このような中で、中央教育審議会答申の「今後の学校におけるキャリア教育・職業教育の在り方について」（平成 23 年 1 月 31 日）では、キャリア教育・職業教育において必要な力（能力）として、コミュニケーション能力などと並んで“健全な批判力”という用語が記されている（高等学校の数学科学習指導要領解説の中にも見られる）が、この“健全な”という表現は興味深い。「批判的思考」が目指す力がこの“健全な批判力”と同義であるかは疑問である。それは「批判的思考」を捉える一つの視点として、「価値」に目を向ける必要があり、さらにこの「価値」や「価値観」といわれるものが、極めて多様化していると考えられるからである。これは、「数理科学的意思決定」においても同様であり、「数理科学的意思決定」における「価値」を、「批判的思考」から検討することも本科研の意義を見いだすことにつながるのではないかと考えた。

本稿では、(2)において「批判的思考」の捉え方などについて概観し、(3)において「価値」や「価値観」に関する数学教育学研究の一端について触れる。そして、これらの検討を踏まえ、(4)において、数学教育における「批判的思考」の具体例を示し、これを用いた授業実践におけるワークシートの記述から、「批判的思考」における「価値」や「価値観」について検討して(5)において「数理科学的意思決定」における「価値」の捉え方の一端について述べる。

(2) 批判的思考の捉え方

「批判的思考」の起源は西洋思考に遡ると考えられる。ここでは、西洋思考から受け継がれる論理の規則性や根拠の示し方に重点が置かれ、これは我が国の教科教育にも取り入れられていると考えられる。一方、教育学や心理学の研究では、「批判的思考」の特徴として、論理的、目標志向、反省的、合理的といった考え方が示されており、ここでは、「対話」と「志向性」が強調されている。これはパウロ・フレイレ(1979)の主張に代表される、社会における抑圧の構造や支配の関係についての共通の理解を

背景とする教育の制度的な機能（権力の不平等，学ぶ機会の喪失等々）に関心が向けられる（批判的教育学）。

教科教育における「批判的思考」では，論理的・分析的な読み取り能力の育成といった視点から捉えることが現実的であるように思われるが，「批判的思考」は，理由，真実，理解を探求することを学習者に教え，さらに精力的にそれらを追求する姿勢を育てることに関係していると捉えると，批判的教育学の見解を根底において検討する必要があると考える。

このような点を踏まえると，「批判的思考」の検討では，「問題の明確化」，「事実と価値の区別」，「正当な主張か否かの区別」，「一般化への注意」，「感情的な推論の排除」，「他の解釈の発見」，「論理的な思考」，「先入観の排除」などに着目する必要があると考えられる（「批判的思考」について検討する8つの視点）。

なお，「批判的思考」の類似概念としては，「反省的思考」や「論理的思考」があると考えるが，「批判的思考」は反省的思考と比べ，民主的な社会をより一層志向し，民主主義社会をつくる問題解決という前提があるところに特徴があると捉えている。また，「批判的思考」は論理的思考と比べ文脈依存型の思考として公平，平等を含む価値（社会的価値）や倫理観などにも目を向けることが特徴である捉えている。「批判的思考」は，「反省的思考」や「論理的思考」を包含する幅広い概念であるとの捉え方である。

このような点から，数学教育における「批判的思考」は，「対話により課題が明確になり，その解決に向けて(数理科学的に)情報を精査し，自他の考えを対比しながら他者の立場に立って検討し，公平，平等といった概念を加えながら先入観にとらわれることなく真実により近づいていくもので，そのすべての過程において民主的な社会の構築という目的に対する態度形成が求められるとともに，文脈に適切な背景となる（数理科学的な）知識やストラテジーが重要な意味を持つ」と捉えることができると考えた。（久保，2012，2013 など）

（3）数学教育における「価値」研究の一端

数学教育における「価値」や「価値観」に関する研究について，平成27年度の日本数学教育学会春季大会（創成型課題研究）に目を向けると，馬場・ゴンザレス（2015）は，数学教育学研究における「価値」という用語は，文化的価値や社会的価値という表現で取り上げられ，「価値観」は，「信念」，「規範」，「態度」，「社会」，「文化」と関連しているとする。また，価値研究では，数学教育が一般的に社会や文化とは関係がないと捉えられてきたことを改善し，「価値」には，「個人・集団」，「学校内・外性」，「認知・情意性」，「変動性（固定性）」などの観点が新しく付加されていると指摘する。

島田（2015）は，社会的オープンな問題に着目した「社会的価値観」の継続的な検討の中で，数学教育において「社会的価値観」を大切にする数学的活動の重要性を指摘し，飯田（1885，1995），馬場（2009）などの考えに立ち，「問題解決を行う中で，子ども達から社会的価値観が不可避免的に表出すること，またより広い人間的，道徳的文脈でとらえるときに，そのことが重要な意味を持つ」とする。

また、山崎（2015）は、平成 27 年度の日本数学教育学会秋期大会において、「価値の概念のもつ特徴は、社会文化的な文脈に関わるという側面と個人の心理的な特徴に関わるという側面との両方を所有している（Bishop, 2014）」とし、さらに、Bishop, Seah & Chin（2003）を引用し、Bishop らは、「価値の概念を個人の行為や判断を方向づける情緒的なものと文化集団で共有されている社会文化的なものとして整理しており、ここでは価値が行為に対する影響がある点に焦点を当てた整理となっている」と述べている。また、価値が個人によって意欲的に取り組まれるのは、判断行為において選択の基準として働くときであり、その行為は明示的であるとする（明示的な行為）。一方、価値は、意識をされなくとも個人の行為に影響を与え、個人が抱く価値は個人の経験を通して矛盾しない範囲において考え方や信念を形成していくとし、価値は個人の考え方や信念に内包されることを通して暗黙的に行為に影響を及ぼしていると述べている。

山崎の論考を参考に、社会的な文脈における価値と個人的文脈における価値、また、明示的行為か暗黙的行為かに着目して整理すると、表 1 のようになる。

表 1 価値の着眼点

	社会的	個人的
明 示	P	R
暗 黙	Q	S

山崎（2015）は、P を「共同体における規範」、Q を「共同体の文化維持要素」、R を「選択行為における判断基準」、S を「行為の規定要素」として、社会文化的か個人的かを「機能の文脈」、明示的か暗黙的かを「機能の仕方」と表現している。

「共同体における規範」とは、社会文化的な文脈では共同体の集団性を維持・向上させることが重要であり、ここでは、共同体の構成員が意識的に保持する必要がある行動の基準としての（または内面化することが期待できる目標としての）規範である、というものである。「共同体の文化維持的要素」とは、社会文化的な文脈では共同体では行為や考え方に特定の共通する傾向がみられることがあるが、このような傾向が維持されることの背景には構成員によって共有されている何らかの文化が存在する、というものである。また、「選択行為における判断基準」とは、個人的な文脈においては、価値は個人的な行為に影響を及ぼし、特に行為者が明示的に意識することによって影響が生じるのは、価値が選択行為における判断基準として機能する場合であるというものである。「行為の規定要素」とは、個人的な文脈においては、個人の行為に対して価値による暗黙的な影響がみられるが、このような行為は、個人の考え方や情緒面の根底にあるものであるため、行為者自身が無意識のうちに行為の規定要因として働くというものである（山崎，2015）。

「批判的思考」における「価値」では、上記の捉え方から多くの示唆を得ることができるが、「共同体における規範」に対しては、その規範そのものを批判的に捉えることも重要なのではないかと考えに立ち、本稿では、表 1（価値の着眼点）で示したように、「社会的」か「個人的」か、また、「明示的」か「暗黙的」か、と

いう点だけに着目した。なお、これらの線引きは極めて難しいと考えるが、次のような例を示すことで、「批判的思考」で考えられる「価値」についてさらなる検討を加えてみたい。

例えば、「太陽光パネル」の設置は、持続可能な地球社会という視点からも重要な問題である。電力の自由化，売電価格の低下，補助金の削減，工事に伴う費用等々から，今の時期（平成 28 年 1 月）での対応には様々な意見がある。これに対し、「太陽光パネル」をのせるという結論に達した次に示す 4 氏の考えは，表 1 の「価値の着眼点」4 つに対応していると考えられないであろうか。

S 氏：「太陽光パネルをのせると，周りの人から文化人としてみられそうだ。」〔S：個人的・暗黙的な行為〕

R 氏：「売電の価格は以前ほどではないが，これまでの情報から，うまく活用すれば損をすることはないだろう。」〔R：個人的・明示的な行為〕

Q 氏：「新聞報道などから，電力の自由化は社会問題のようであり，自然エネルギーへ目を向けることは社会に貢献しているといえる。」〔Q：社会的・暗黙的な行為〕

P 氏：「CO₂や原発の問題からも，可能な限り自然エネルギーを活用する必要がある。」〔P：社会的・明示的な行為〕

4 氏の考えは，明示的か暗黙的かという点で明確性に欠ける点もあると思われるが，「批判的思考」という視点から次のように考えた。

S 氏の「文化人として」という表現は，明示的とも捉えられるが，ここでは個人の感覚的予想といった感が強いと考えた。一方，R 氏の「うまく活用すれば」という表現は，その具体策は述べられていないことから暗黙的とも捉えられるが，「売電価格」への着目は事実にも目を向けたものであり明示的と考えた。また，Q 氏の「社会問題のようであり」と P 氏の「CO₂や原発の問題から」は，自身の考えの着眼点を明確にしているか否かで暗黙と明示に分けた。

（４）「批判的思考」の具体的場面と「価値の着眼点」

数学教育における「批判的思考」の研究では，その具体化についても検討した（例えば，久永・谷口，太刀川，2014；久保・谷口，2015，谷口・太刀川，2015）。その中から，本科研で着目しているポーランドマスを参考に開発した教材（「航空機の安全運航」）に着目する。この教材については，これまでに東京と北海道の中学生を対象に調査を行い，また，この調査の問題を用いて中学生と大学生を対象に授業を行っている。本項では，大学生の授業におけるワークシートの記述の分析（久保，2015）を「価値の着眼点」から再検討する。

① 数学教育における「批判的思考」の具体化で開発された問題

授業は調査で用いた次の問題をもとに実践された。なお，ここに示した情報は JAL の乗務員や地上係員から得たものであり，論文への掲載等について許可を得ているものである。

航空機の国内線の場合、羽田空港や福岡空港などの大都市空港と異なり、多くの地方空港では、飛行機が空港に到着すると、その便は、飛んできた空港に引き返すということがあります。

例えば、東京の羽田空港と北海道の旭川空港を結ぶ便は、JAL の場合、羽田空港から飛んできた飛行機は、同じ飛行機（機材と呼んでいるようです）が旭川空港から羽田空港に飛んでいくというわけです。旭川に着陸した飛行機は、次の表に示す作業を行いまた羽田に向けて飛んでいきます。

	仕事	時間
A	乗客を飛行機から降ろす	10分
B	キャビン（客室）の清掃	10分
C	燃料の補給	10分
D	荷物を貨物室から降ろす	15分
E	新たな乗客を飛行機に乗せる	15分
F	荷物を貨物室に積み込む	15分
G	出発前の最終チェック(パイロット・アテンダント)を行う	5分

（なお、「C：燃料の補給」は、燃料の搭載量によって行われない場合もある。また、緊急な場合を除き、乗客が客室にいるときは燃料を補給することはできない。緊急な場合は、搭乗の際のドアを開け、乗客はシートベルトを外して着席して待つようである。）

また、JAL の「羽田⇄旭川」便の「時刻表」は、以下の通りです。（例えば、羽田発 7:50 の 1103 便は、旭川空港に到着すると、同じ飛行機が、旭川発 1100 便となって羽田に向かいます。）

東京(羽田) TOKYO(HANEDA)		北	576マイル	旭川 ASAHIKAWA	576マイル	東京(羽田) TOKYO(HANEDA)	
便名	機種	出発	到着	便名	機種	出発	到着
1103	738	J 07:50	09:30	1100	738	J 10:10	12:00
1107	738	J 10:55	12:35	1104	738	J 13:25	15:15
1113	738	J 13:40	15:20	1112	738	J 16:10	18:00
1115	738	J 17:50	19:30	1116	738	J 20:10	22:00

この内容を知った共子さんは、「これで安全な運航ができるのだろうか?」と尋ねています。この共子さんの思いについて、あなたはどのように考えますか? あなたの考えがみんなにわかるように、説明してください。

図1 調査問題

作業時間を単純に合計すると、作業時間は 80 分である。また、時刻表を読み取る活動を通して、着陸から離陸までが 40 分であることがわかる。（例えば、羽田空港から旭川空港に 9:30 に到着した 1103 便は、1100 便として 10:10 に旭川空港から羽田空港に向けて出発する）。

作業に 80 分を要するのに、旭川空港での滞在時間は 40 分であり、これで安全運航ができるのかということが問題となる。

ここでは、同時進行できる作業があることに気づき、これを図 2 のような時系列表などに表して説明することを期待した。具体的には、作業の中には、飛行機内での作

業，飛行機外での作業，また，積み荷に関わる作業の3つに大きく分かれる点への着目である。

これにより，すべての作業は40分（実際には，B737-800の場合は33分）で終えることになる。

時間	飛行機内	飛行機外	積み荷
0(分)	A: 乗客を降ろす	/	D: 荷物を貨物室から降ろす
5			
10			
15	B: 客室の清掃	C: 燃料補給	F: 荷物を積み込む
20			
25	E: 乗客を乗せる	/	/
30			
35			
40	G: チェック		

図2 時系列表の例

ここでは，解決に必要な「算数・数学の力」として，「分類・整理」，「見通しを立てる」，「多面的に考える」，「結果の吟味」，「表の利用」などを設定した（長崎，2011 [「算数・数学の力」第3版]）。

②大学生を対象とする授業実践

授業は，関東のK女子大学に協力をいただき，小学校の教員免許状の取得を希望する2年次の学生（30名）を対象に平成27年6月に行われた。時間は約40分であり，学生の意見交換を行い，次に示す3つの段階ごとに，「ア. 安全性に問題はない」，「イ. 安全性に問題があるかもしれない」，「ウ. 安全とはいえない」から1つを選択させてこれを理由とともにワークシートに記述させた。

【第1の段階】時刻表から考える段階

【第2の段階】作業や作業時間を含め考える段階

【第3の段階】同時進行可能を含めて考える段階

③授業の実際と学生の考え方の様相

大学生を対象とする授業について簡単に記すと，次の通りである。

授業ではまず時刻表を示した。この【第1の段階】では，着陸から離陸までの時間が40分というのは問題だとの意見が大勢を占めた。しかし，「飛行機はもっとも安全である」との意見も聞かれた。

【第2の段階】では，作業時間の資料を配布したことから，より安全性に問題があるとの考えが増えたが，「最近では日本では大きな事故はない」との意見もあり，学生の反応は多様であった。この時点で「同時進行できる作業がある」との意見が出され，考えの変容が見られた。

【第3の段階】では、表に整理した学生を指名して考えを述べさせたが、ここでは明確に時系列表が完成されていた。

④ワークシートの分析

本稿では、ワークシートの記述に着目する。ワークシートにおける段階ごとの学生の反応は、表2の通りである。表2では、【第3の段階】における「ア」、「イ」、「ウ」の選択の状況でⅠ～Ⅲの3つの考え方に分けた。

表2 考え方の変容の様子とその人数

	【第1】	【第2】	【第3】	人数	計
Ⅰ	ア	ア	ア	5	10
	イ	ア	ア	3	
	イ	イ	ア	2	
Ⅱ	イ	イ	イ	14	16
	イ	ウ	イ	1	
	ウ	イ	イ	1	
Ⅲ	イ	イ	ウ	1	4
	イ	ウ	ウ	1	
	ウ	ウ	ウ	2	

その結果、最終的に「イ」とした者がもっとも多く(16名)、次いで「ア」(10名)、「ウ」(4名)であった。また、考え方に変容が見られない「ア・ア・ア」が5名、「イ・イ・イ」が14名、「ウ・ウ・ウ」が2名でその合計は21名であり、全体の70%は【第1の段階】から【第3の段階】までで考え方に変容は見られなかった。

一方、意見の交流により「ア」へ変容した学生(「イ→ア・ア」、「イ・イ→ア」)は5名であり、また、「ウ」から「ア」へ変容しなかった「ウ→イ・イ」は1名であった。

本稿では、「ア・ア・ア」、「イ・イ・イ」、「ウ・ウ・ウ」と「イ→ア・ア」、「イ・イ→ア」、「ウ→イ・イ」とした学生の「理由」に焦点を当て、これを「批判的思考」の検討の8つの視点(「問題の明確化」、「事実と価値の区別」、「正当な主張か否かの区別」、「一般化への注意」、「感情的推論の排除」、「他の解釈の発見」、「論理的な思考」、「先入観の排除」と、山崎(2015)の「価値の役割」の4つの構成要素〔P:共同体における規範〕、〔Q:共同体の文化維持要素〕、〔R:選択行為における判断基準〕、〔S:行為の規定要素〕に照らして、学生の記述がこれらに当てはまるかについて検討したい。

なお、「先入観」は「感情的推論」に含まれ、また「論理的思考」の欠如につながるとも考えられる。また、学生の記述は、8つの視点と4つの構成要素のいずれかに一意的に対応するものではないとも考えられる。この点を踏まえながらも、学生の記述を、もっとも当てはまると考えられる1つないし2つに当てはめた。これにより、「批判的思考」と「価値」の何らかの関係が見えてくるのではないかという思いがある。

「ア・ア・ア」の理由では、次のようなものがあつた。以下、()に「批判的思考」を捉える視点を、〔 〕に「価値の役割」を記す。

- a. 「今までそれで大丈夫だったから問題はない」 (先入観, 感情的推論), [S: 個人的・暗黙的素]
- b. 「JAL だから安全だと思う」 (先入観), [R: 個人的・明示的]
- c. 「プロがやっているのだから安全」 (先入観), [S: 個人的・暗黙的]
- d. 「日本だから」 (先入観), [Q: 社会的・個人的] (注: 「共同体の文化維持要素」の考え)
- e. 「何十時間も飛ぶ飛行機もある」 (先入観, 論理的思考の欠如), [S: 個人的・暗黙的]

「イ・イ・イ」の理由では, 次のようなものがあった。

- f. 「言われてみると少し不安になる」 (感情的推論, 論理的思考の欠如), [Q: 社会的・暗黙的]
- g. 「ベテランが作業していると思うがもう少し時間をかけた方がよい」 (感情的推論), [S: 個人的・暗黙的]
- h. 「イメージ的に危ない気もする」 (感情的推論), [S: 個人的・暗黙的]
- i. 「いろいろな意見を聞いても 40 分では完全に安全だとは思われない」 (感情的推論), [S: 個人的・暗黙的]
- j. 「同時進行できるが, それを乗客に説明しないと不安は消えない」 (感情的推論), [P: 社会的・明示的] (注: 事実を共有することに着目)

「ウ・ウ・ウ」の理由では, 次のようなものがあった。

- k. 「同時進行ができるがどこかで手を抜いていそうだ」 (感情的推論), [S: 個人的・暗黙的]

一方, 意見の交流により「ア」へ変容した学生(「イ→ア・ア」, 「イ・イ→ア」)の理由では, 次のようなものがあった。

- l. 「航空会社を信用している」 (感情的推論), [S: 個人的・暗黙的]
- m. 「人数が足りていれば問題はないかもしれない」 (感情的推論), [S: 個人的・暗黙的]
- n. 「協力し合っているのだから安全だと判断する」 (感情的推論), [S: 個人的・暗黙的]

また, 「ウ→イ・イ」の学生(1名)は, 考え方がどのように変わったかを次のように記していた。

- o. o₁. 「たった 40 分では時間が足りない」 (感情的推論) [S: 個人的・暗黙的] →
- o₂ 「同時進行で行っていることを知ると安全性は確保できるかもしれない」 (他の解釈の発見, 感情的推論) [R: 個人的・明示的] →
- o₃ 「自分が乗客だと考えると, もう少し時間をかけてほしいと思う」 (感情的推論) [S: 個人的・暗黙的]

⑤考察

大学生のワークシートの記述を「批判的思考」と「価値の着眼点」から検討すると、「批判的思考」では、時系列表が示されていても感情的な推論や先入観が先行しているものも多く見られた。また、考えが変容しない学生の中には、他者の考えを聞いても自身の考えが変わらないものもあった。ここでは、「安全性」の捉え方について、与えられた情報（作業と時間）だけでなく、他の観点にも目を向けることの是非が検討されよう。リスクをどのように捉えるのか、また、考察のレベルが個人か社会かということにも関係している。ここでは、先に述べた「価値の着眼点」が関係していると考えられる。

「価値の着眼点」では、ほとんどが「S：行為の規定要素」か「R：選択行為における判断基準」であり、考察の対象が個人レベルでとどまり社会に向けられることは少なかった。これについては、この問題の内容に依存される点多々あるかと考えられるが、仮に個人レベルであっても、暗黙的ではなく、根拠を明確にした記述がなされてほしいとの思いがある。

本稿で検討した大学生の記述には見られなかったが、この問題では、「安全である」とした場合の理由として、例えば次のような記述も考えられる。

「時系列的に仕事を整理すると、時間と仕事の関係からは事実として安全性は確保できると考える。しかし、日本の航空会社の信頼性もあるものの、日常の事象ではリスクを考えておく必要があり、このリスクを乗る側である乗客と飛行機を運航する航空会社の双方から考えてみると、乗客としては飛行機の空港での滞在時間が短い方がよいということはない。一方、航空会社の立場からは、乗客数と経費の関係も考えた上で、飛行機を地方空港に長く滞在させておくことには問題があると考えられるであろう。またこれは、航空会社を取り巻く、他の企業との関係も考える必要がある。例えば、物流、他の交通機関との関係などであり、経済効果に関係する。私は、飛行機はあまり好きではないが、こうした点を総合して考えてみると、着陸から離陸までの時間に物理的な問題がないのであるから、安全であると判断できる。」

このような記述は、「批判的思考」においては、問題の明確化がなされ、また、感情的推論や先入観を排除しながらリスクにも目を向け、他者の立場に立つての考察がなされている。ここでは、事実と価値を客観的に区別して考察がなされていると考えることができよう。

一方、「価値の着眼点」から考えてみると、考察の対象は、個人だけではなく社会に向けられ、さらに社会構造にも目を向けて考えが述べられていると考えられる。このような「価値」は、「個人的文脈における暗黙的行為」(S)から「個人的文脈における明示的行為」(R)に高められ、さらにこれが、「社会的文脈における暗黙的行為」を経て「社会的文脈における明示的行為」へと広がりを見せていると捉えることができる。

(5) 「数理学的意思決定」と「批判的思考」における「価値」

「数理学的意思決定」では、選択肢を創出しこれを洗練させ、対話を通して合意形成を図ることが重要であった。これを表1に照らせば、選択する側の価値は「R：個人的文脈における明示的行為」が重要であると考えられる。「R」は、山崎（2015）に照らせば「選択行為における判断基準」にあたる。「数理学的意思決定」では、この「R」を対話により「P：社会的文脈における明示的行為」に“広げる”ことにより、合意形成が図られることが理想的であろう。ここでは、相互作用を通して他者の「価値」を理解することが大切であり、本稿ではこれを「価値」を“広げる”と表現した。これは、「批判的思考」と共通するものである。

ただし、「数理学的意思決定」における「価値」では、「P：社会的文脈における明示的行為」は、山崎が述べる「共同体における規範」に照らし検討されるように考えられる。そしてここでは、「Q：社会的文脈における個人的行為」の段階では、「共同体の文化維持要素」が影響していると考えられる。

「批判的思考」の「価値」では、先にも述べたように、「P：社会的文脈における明示的行為」は、「共同体における規範」とは捉えにくい面もある。それは、「批判的思考」は、この規範に対しても向けられるからである。これは、冒頭で述べた“健全な批判力”が、筆者の研究における「批判的思考」の捉え方とは異なることも示している。

さらに、「批判的思考」の「価値」では、対話を通して考えが洗練される点では「数理学的意思決定」と同様であるが、「P」が「R：個人的文脈における明示的行為」に影響を与えることもあるように考えられる。

例えば、先に示した「太陽光パネル」の例では、P氏の「CO₂や原発の問題からも、可能な限り自然エネルギーを活用する必要がある。」（社会的・明示的行為）という価値観に立ちながらも、現実的には、個人的文脈においては何らかの条件（理由）によりこれが実現できない状況もあり、この場合は「R」に戻ることもあるのではないかと考えられる。社会的文脈における客観的な考察が、これを踏まえながらも最終的には個人に戻ることもあり得るということである。

これが「数理学的意思決定」にも共通するものであるかの検討は、筆者の今後の課題であると捉えているが、「数理学的意思決定」では、最終的に合意形成が重要な目的であるとするならば、「数理学的意思決定」における「価値」と「批判的思考」における「価値」には、違いがあるとも考えている。

引用・参考文献

ポール・アーネスト（長崎栄三他訳）（2015）（原著発刊,1991），『数学教育の哲学』，東洋館出版。

馬場卓也・ゴンザレス（2015），「数学教育における価値研究の先行研究の体系的考察」，日本数学教育学会『第3回春期大会論文集（創成型課題研究の部）』，pp.101-108.

パウロ・フレイレ（楠原彰他訳）（1979）（原著発刊，1970），『被抑圧者の教育学』.亜紀書房。

久永靖史・谷口千佳・太刀川祥平（2014），「中学校数学科における『批判的思考』の具体化」，日本数学教育学会誌第10巻臨時増刊，p.290.

- 久保良宏（2012），「数学教育における批判的思考についての一考察」，『第45回数学教育論文発表会論文集』，pp.95-100.
- 久保良宏（2013），「批判的思考における対話の重要性と数学的コミュニケーションーパウロ・フレイレに焦点をあててー」，日本数学教育学会誌『数学教育学論究臨時増刊』第95巻，pp.121-128.
- 久保良宏（2015），「数学教育における批判的思考の具体化に関する一考察ー大学生の考え方の様相に着目してー」，日本数学教育学会『第48回秋期研究大会発表集録』，pp.51 - 54.
- 久保良宏・谷口千佳（2014），「数学指導における批判的思考の具体化ー可謬的に捉える態度に焦点をあてた教材開発ー」，東京理科大学数学教育研究会誌『数学教育』，vol.56-1，pp. 52-61.
- 長崎栄三（2011），『数学教育におけるリテラシーについてのシステムミック・アプローチによる総合的研究』，科研(基盤(B))研究成果報告書.
- 島田功（2015），「社会的オープンな問題を用いた問題解決学習で表出する日本の小学生の社会的価値観と数学的モデルの特性の研究ー横断的研究方法と縦断的研究方法を用いてー」，日本数学教育学会『第3回春期大会論文集（創成型課題研究の部）』，pp.109-116.
- 谷口千佳・太刀川祥平（2015），「中学校数学科における「批判的思考」の具体化(2)」，日本数学教育学会誌第11巻臨時増刊，p.313.
- 山崎美穂（2015），「数学教育における価値を捉える視点とその理論的背景」，日本数学教育学会誌『数学教育学論究臨時増刊』第97巻，pp.201-207.

1.5 数理科学的意思決定と「対話」

松島 充

本稿では、対話の概念を定義し、その特性を指摘した。そして対話と学習の関係、対話と数学学習の関係を理論的に論じた。そのうえで、数理科学的意思決定力育成のためのフレームワークと対比させ、数理科学的意思決定と対話の4種の類似点を指摘した。その結果、対話の促進が、数理科学的意思決定力の育成のための手立てと成り得ることを明らかにした。

数学の哲学として、準経験主義や社会的構成主義を採用し、対話を用いた数学学習によって、学習対象である数学の概念を新たに意味生成させ、その活用範囲を拡大させれば、数理科学的意思決定力の育成につながることを示した。

(1) はじめに

21世紀に入り地球の持続可能性の危機が叫ばれ、知識基盤社会と呼ばれる現代では、時間とともに、生きていくために必要となる能力は多様に変化していると考えられる。これらの能力に関して、日本学術会議数理科学委員会数理科学分野の参照基準検討分科会(2013)は、「これからの時代の市民にとって、数理科学的な事象の把握・処理の能力は欠かせない。市民が正しい判断を行うためには、データに基づき物事を量的に把握することが必要不可欠であるが、そのような能力の涵養において、数理科学教育(算数・数学教育)が果たす役割は大きい」と述べる。すなわち今後の社会においては、一部の専門家だけでなく、すべての市民が数理科学を根拠とした意思決定ができる能力を有することが求められる。このような社会において主体的な市民として生きていくために、数学教育においてすべての子どもの数理科学的意思決定力を段階的に育成していくことは今後の重要な課題であろう。

数理科学的意思決定は「意思決定を要する現実世界の問題を数学的に定式化し、数学的処理を施し、数学的結果を得る過程を辿り、複数の選択肢を創出した上で、その中から、根拠を明確にしながら合意形成を図り、何らかの決定を行うこと」(西村, 2015)と定義される。この定義は、前研究である「社会的文脈における数学的判断力の育成に関する総合的研究」(西村, 2013)での成果を踏まえて規定されている。ここでは、数理科学的意思決定における他者との協働が重視されている。なぜなら、問題に対する複数の選択肢をつくるため、根拠ある説得的な判断を可能にするためである(西村・久保, 2013, p.193)。

他者との協働による学習は、協働学習もしくは協調学習と呼ばれ、「人が、問いを共有した時、その問いへの答えとしてそれぞれが考える案を交換し合うこと、言い換えれば知的な解を求める対話の中で、自らの賢さの質を上げていける」(三宅・三宅, 2014,) p.85) 学習であるとされる。つまり、他者との協働には、各自が考える案を交換し合う対話が大きな役割をなすのである。

本稿ではこの対話に着目する。対話とは何か、その特性は何か、数理科学的意思決定における対話の役割は何か、という3点を明らかにすることを本稿の目的とする。

(2) 対話の本性

対話とは何か。協働学習のように、対話を学習における1つの方法論として導入したのは、古くは古代ギリシャのソクラテスにさかのぼることができる。そしてその弟子であるプラトンは、対話形式の著書を数多く残している(例えば、プラトン, 1994; 2014)。中でも、『メノン』は、「徳は教えられるのか」をテーマに、徳を知識だと仮定し、知識としての徳を教えられるのかを対話形式で問い、その教授の不可能性を導いている。プラトンが終生こだわったこの対話篇という対話の形式の意義は、「対話篇という形を守ることは、その中で提示される教説についてなお問答による吟味を受ける用意があるという含みを残していること、つまり、依然として自分がその事柄を『知っていると思ひこむ』以前の状態にあるのだという、『無知の知』の構えのもとにあることを—そのように自戒していることを—意味している」(藤沢, 1998, p.64)とされる。つまり対話は、自分の考えを公表し、それに対して批判的吟味を受け、新たな考えへと向かう方法論であると考えられる。

また、宗教哲学者マルティン・ブーバー(1979)は、真の対話を「対話の関与者がその現存在と特殊存在において、現実にはひとりの相手、または多くの相手を心に想い、相手と向かい合い、対話者と相手の間に生き生きとした相互関係をつくり上げようとする場合」(ブーバー, 1979, p.204)とする。この他者との「生き生きとした相互関係」とは何を示すのか。この関係について、教育学者のパウロ・フレイレの「人間化」の表現が示唆的である。フレイレ(1982)は「対話は、人と人の愛ある出会いである。人はたがいに出会い、世界に媒介されつつ、世界を名づける。名づける *pronunciar* ということ、それは世界を変革するということであり、変革しつつ世界を人間化し、人間を人間化するということである」(フレイレ, 1982, p.177)とする。ここでの人間化とは、主体の外にある対象に他者と協働して新たな意味を付加して取り込み、その取り込んだ新たな意味によって対象を主体のものとし、その取り込んだ新たな意味によって主体自身がより世界に適合できるようになることを示していると考えられる。

つまり対話とは、学習対象に関する自分の意見を他者に公表し、それに対する批判的吟味を受け、学習対象の新たな意味を他者と協働して生成し、それを我々の世界に適用していくという、民主的な知識構築の方法論であるということができるであろう。

(3) 対話の特性

対話を民主的な知識構築の方法論として考えるとき、いくつかの特性が浮かび上がってくる。本節では、この対話の特性について考察する。

物理学者であり思想家でもあるデヴィッド・ボーム(2007)も対話を新たな意味の生成とその共有とした上で、対話の特性について「対話には、ともに参加するという以上の意味があり、人々は互いに戦うのではなく『ともに』戦っている。つまり、誰もが勝者なのである」(ボーム, 2007, p.46)と述べる。このことは、対話において

どちらかが勝つのではなく、互いに自分の意見が変わることを前提に、自分の意見を他者に公表していく過程の重要性を示している。「妥協することはマイナスではない。互いの意見を衝突させて、前向きに『妥協点』を見出していくことこそ、対話の最高到達点」（北川・平田，2008，p.170）とする特性である。

ロシアの言語学者ミハイル・バフチン（1996）は、興味深い対話の特性を示している。それは、「言語の中の言葉は、なかば他者の言葉である。それが＜自分の＞言葉となるのは、話者がその言葉の中に自分の思考とアクセントを住ませ、言葉を支配し、言葉を自己の意味と表現の志向性に吸収した時である」（バフチン，1996，p.67）とする特性である。つまり、対話における発話者の言葉は、それまでに発話していた他者の言葉を用いてなされる発話であるが、そこに自分なりの考えを付加していくことによって、はじめて自分の発話、つまり新たな自分の考えとなるという指摘である。この自分なりの考えの付与は、対話における誤解を生むが、対話における創造性の基ともなり得るものである。この特性は、後に社会文化的アプローチにおいて、専有という概念へとつながっていく特性である。

本節では、対話の特性について2点を指摘した。対話には勝者はなく、対話の参加者が互いに前向きな妥協点を見出していくという特性、他者の発話に自分の考えを付与することで、新たな自分の考えを創造していくという特性である。

（4）数理科学的意思決定における複数の選択肢の創出・合意形成・決定と対話

数理科学的意思決定は「意思決定を要する現実世界の問題を数学的に定式化し、数学的处理を施し、数学的結果を得る過程を辿り、複数の選択肢を創出した上で、その中から、根拠を明確にしながら合意形成を図り、何らかの決定を行うこと」（西村，2015）と定義される。この数理科学的意思決定は次の6段階に分割することができる。

- ア：現実世界の問題を数学的に定式化する
- イ：数学的处理を施す
- ウ：数学的結果を得る過程を辿る
- エ：複数の選択肢を創出する
- オ：根拠を明確にして合意形成する
- カ：決定を行う

上記のア、イ、ウは数学的モデル化過程（西村，2012）そのものである。エ、オ、カは、数学的モデル化過程の性質ではあるが、どの数学的モデル化過程にも備わっている性質というわけではない。複数の選択肢が生まれない数学的モデル化過程も存在するからである。

この6段階の分割のうち、エ、オ、カの3段階で対話が必要となるのは明らかであろう。複数の選択肢をつくるためには、他者との対話は効果的であると考えられ、また合意形成とそれに基づいた問題解決のための決定には対話が必要不可欠だからである。しかし、ア、イ、ウの段階や1つの解を創出する段階では、対話は必要ないのであるか。ア、イ、ウの段階は、数学的モデル化過程という数学学習ともいえる。つまり、数学学習そのものに対話は必要ないのであるか。さらに、学習そのものに対

話は必要ないのであろうか。次節以降では、対話と学習、対話と数学学習の関係について考察する。

(5) 対話と学習

一般に、学習のデザインに対話を盛り込むことが、学習の深化に効果的であることは、多くの先行研究が例証している（例えば、佐藤，1996；森本，2013）。しかし、学習の深化に対話が必要不可欠かそうでないかは、立場が分かれる。本節では、これらの2つの立場について考察する。

① 対話を用いた学習は、学習の深化に必要不可欠ではない

学習の深化に対話は効果的ではあっても、学習そのものについて考察するのは個人であり、他者との対話は学習の深化には必要不可欠の要素ではないとするのが、「学習の深化に対話は必要不可欠ではない」とする立場である。この立場は、急進的構成主義から述べることができる。

急進的構成主義は、他者との相互作用の効果は認めながらも、その知識構成の主体はあくまで個人であり、学習そのものに他者との対話は必要不可欠な要素とはならないと主張する。同化と調節によって構成される知識にとって、学習者個人が会う物理的な認知的障害と他者との対話によって会う認知的障害には差はないと主張しているのである（グレーザーズフェルド，2010，p.432）。つまり、学習を深めるために他者との対話が効果的であると認めることとは別に、他者との対話が学習を深めるために必要不可欠な要素とはならないことを主張している。

② 対話を用いた学習は、学習の深化に必要不可欠である

「対話を用いた学習は、学習の深化に必要不可欠である」という立場は、社会文化アプローチ、言語ゲーム論の立場から述べることができる。

(ア) 社会文化アプローチ

なぜ対話が学習を深化させるツールとなり得るのか。この問いに対する部分的な答えをヴィゴツキーに端を発する社会文化アプローチが理論的に示している。その理論的根拠は、ヴィゴツキーの外化の理論と発達の最近接領域の理論である。

ヴィゴツキーの外化の理論は、学習の順序の転換ともいえる。子どもたちの学習対象となる概念は、その内容の理解を経てから、その概念の名前やその概念の実際の使用へと移行していくのが通常であり、このような学習順序は伝統的視点でもある

(Sfard, 2000, p.92)。しかし、ヴィゴツキーは実験から「子どもの思考の発達過程の真の運動は、個人的なものから社会化されたものへではなく、社会的なものから個人的なものへと進む」（ヴィゴツキー，2001，p.70）という仮定を導き出した。これは、学習対象たる概念は、使用することによって、その内容が理解できるという仮定であると言える。ここでの概念の使用は、他者との社会性の中で対話を通して行われる。つまり、ヴィゴツキーの仮定に基づくと、対話は学習に必要不可欠な要素になる。

ヴィゴツキーの発達の最近接領域の理論とは、「独力での問題解決によって決定される現下の発達水準と、大人の援助やより有能な仲間との協働のもとでの問題解決を

通して決定される潜在的発達の水準との間の差」(Vygotsky, 1978, p.86)という領域を目指した教育をするべきであるという理論である。この発達の最近接領域の理論は、学習に関して述べれば、一人で学習するときの質の深さと、有能な友達との協働や教師の援助のもとで学習するときの質の深さの差を見極め、一人で学習するときの質の深さを越えた教育を目指すべきであるという理論である。この質の深さを実現する手立てが、仲間や教師との対話である。つまり、発達の最近接領域の理論に基づくと、対話は質の深い学習に必要不可欠な要素となる。また近年の研究では、対話が発達の最近接領域の水平方向の幅を広げる、つまり、対話が学習対象の活用の幅を広げるとされる(Engestrom, 2009)。これは、学習対象の活用力につながるであろう。

ヴィゴツキーの外化の理論、発達の最近接領域の理論に基づくと、対話は質の深い学習に必要不可欠であることが明らかとなる。

(イ) 言語ゲーム論

言語ゲーム論とは、哲学者のウィトゲンシュタインが言語ゲームを「言語と言語の折り込まれた諸活動との総体」(ウィトゲンシュタイン, 1976, p.20)と定義し、「語の意味とは、言語内におけるその慣用である」(ウィトゲンシュタイン, 1976, p.49)とする理論である。この理論を要約してみる。我々が新たな概念について学習するときには、言語を用いて学習がなされる。我々が学習対象としようとする概念は、我々の世の中にもともと存在する場合でも、いまだ存在せず新たにつくり出す場合でも、言語を用いて思考され、言語を用いてその対象概念の有用性や妥当性等を説明することになる。この新たな概念についての説明とは、単に話し言葉や書き言葉での説明を指すのではなく、言語を用いたその概念の共同体での使用に基づく。つまり、共同体における対象概念に関する対話によって、対象概念を説明する者と説明される者の対象概念についての合意が生じ、その対象概念は共同体に存在することになる、という理論である。この共同体に存在する対象概念自体が、言語ゲーム内における1つ1つの規約である。

この言語ゲーム論に基づくと、対話は学習に必要不可欠であることが明らかとなる。

③ 考察

対話が学習に必要不可欠であるのかそうでないのかは、立場によって両者ともに理論的に説明され得る。数理科学的意思決定における数学的モデル化過程のア、イ、ウの段階における対話の役割を明確にするためには、対話と数学学習の関係の考察に進む必要がある。次節では、対話と数学学習について考察する。

(6) 対話と数学学習

数学の学習の深化に対話が効果的であることは、多くの先行研究が例証している(例えば、日野ら, 2001; 大谷ら, 2004)。しかし、数学学習の深化に対話が必要不可欠かそうでないかは、立場が分かれる。本節では、これらの2つの立場について考察する。

① 対話を用いた数学学習は、数学学習の深化に必要不可欠ではない

数学の学習の深化に対話は効果的ではあっても、数学そのものについて考察するのは個人であり、他者との対話は数学の学習の深化には必要不可欠の要素ではないとするのが、「数学学習の深化に対話は必要不可欠ではない」とする立場である。この立場は、数学の絶対主義の立場から述べることができる。

数学の絶対主義者らは、「数学の知識は確実で反論の余地のない真理からなる」（アーネスト、2015、p.23）とし、数学の成立そのものに人間の介入を許さない。つまり、数学の学習において、対話を効果的に用いようが用いまいが、絶対的な唯一の真理である数学の真理は絶対的であり、その理解は個人的な問題であるため、他者はその理解に影響しないと考えるのである。

数学の絶対主義の立場は、数学の学習を深めるために他者との対話が効果的であると認めることとは別に、他者との対話が数学の学習を深めるために必要不可欠な要素とはならないことを主張している。

② 対話を用いた数学学習は、数学学習の深化に必要不可欠である

「対話を用いた数学学習は、数学学習の深化に必要不可欠である」という立場は、準経験主義、社会的構成主義の立場から述べることができる。

（ア）準経験主義

数学の準経験主義は、イムレ・ラカトシュによって展開された数学の哲学に与えられた名称であり、次の5つの主張を持つ（Ernest, 1998, pp.97-130）。

- ① 数学の知識の可謬性
- ② 非形式的数学の卓越性
- ③ 数学の知識生成の理論
- ④ 数学は仮説演繹的で準経験的である
- ⑤ 歴史は数学の哲学の中心である

準経験主義は、可謬主義の数学の哲学であるため、数学の成立そのものに人間が関わることを許容する。そして、定理として記述された数学ではなく、命題を証明していくその過程そのものが数学だとして、非形式的数学の卓越性を主張する。ここでの非形式的とは、不完全な記述や人間の対話そのものを指す。非形式的数学の卓越性とは、数学に関する不完全な記述や対話が、形式的な数学に優先することを指している。そして不完全な記述や対話によって、形式的な数学が生成されていく過程そのものが数学の知識生成の過程そのものである。不完全な記述や対話を進めていく際には、様々な仮説設定や演繹的推論がなされて不完全さが徐々に取り払われていく。このような過程が数学の歴史であり、この数学の歴史が数学の哲学の中心であるべきとする数学の哲学である（ラカトシュ、1980）。

準経験主義では、非形式的数学、つまり数学をつくる過程に焦点が当たる。この数学をつくる過程は、数学の記述を少しずつ洗練していくことであるが、その洗練を推し進める手段として対話が位置付けられている。

準経験主義の数学の哲学に基づくと、対話は数学学習に必要不可欠であると言える。

(イ) 社会的構成主義

数学の社会的構成主義は、その基礎となる理論の違いによって複数存在するが(佐々木, 1996), 本節では Ernest (2010) の数学の社会的構成主義に焦点を当てる。それは、数学と対話について有用な示唆を与えてくれるからである。Ernest (2010) の数学の社会的構成主義の理論的柱は、ウィトゲンシュタインの言語ゲーム、ヴィゴツキーの言語を媒介とした思考、そして、ラカトシュの準経験主義である。Ernest (2010) の社会的構成主義では、次の4つの段階がスパイラル的に連続することで、数学的概念が発展していくとする。そして図1のような4領域によるモデル図を提示している。

- ①ある数学的対象について記号(話し言葉, もしくは, 書き言葉)で自分の考えを表現し, 公表する
- ②記号を用いた公表によって, 社会的に議論が生じ, その考えに対する社会的な批判と個人的な受容が生じる
- ③議論を通して受容された個人的な考えを使用する
- ④個人的使用によって, 受容された考えが個別的に発達する

		社会的状況	
		個別的	集約的
	公的	個人的な意味を表現するための記号の個別的な公的利用	規約化され, 社会的に交渉された記号使用(批判的の反応と受容を通して)
所有権		公表↑	↓専有
	私的	記号とその使用のための個人的意味の個別的発達	個別それぞれの反省されない反応と新たな記号の発言の模倣的使用

図1 記号の専有と使用のモデル (Ernest, 2010, p. 44)

左上の公的・個別的領域は、私的・個別的な数学の概念を公表、つまり外化するためには、概念を使用する必要があることを示している。ここには、外化の理論と言語ゲーム論の影響が強く感じられる。右上の公的・集約的領域は、学習者が所属する共同体によって、先ほどの個別的な記号の使用方法的妥当性が検討されることを示している。これは共同体における言語ゲームの規約が生成されることを示している。そして、右下の私的・集約的領域では、共同体において生成された規約が、私的にどのように概念として構築されるかが示されている。最後に、左下の私的・個別的領域では、先ほど構築された私的な概念が、個別に発達していくことが示されている。この社会的構成主義は、ある概念に対する自己の考えを公表し、概念を共同体で規約化していく、つまりある概念について共同体で対話を行うことを契機として、概念の発展や生成が行われることを示している。この学習理論は数学以外にも適用可能であるが、数学教育の学習理論として示されている点に大きな意義があろう。

数学の社会的構成主義に基づくと、対話は数学学習に必要不可欠であると言える。

③ 考察

これまでに、対話は数学学習の深化に必要不可欠ではない立場と、対話は数学学習の深化に必要不可欠である立場の両者を理論的に説明してきた。しかし、両者の立場の優劣は論じられておらず、両者の理論的説明にはともに妥当性がある。必要不可欠である、ないという両者の主張に妥当性があるのならば、どちらの主張がより数理科学的的意思決定力の育成に有益なのかが問題となろう。

(7) 対話と数理科学的的意思決定の枠組み

数理科学的的意思決定力の育成に対話が必要不可欠かどうかの問題の考察を、表1の数理科学的的意思決定力を育成するための授業デザインのフレームワーク(山口・西村, 2015; 第2章の章末参照)を基に論じる。それは次の2点の理由からである。第1に、数理科学的的意思決定の定義(西村, 2015)が数理科学的的意思決定の内包を示しているのに対し、このフレームワークは数理科学的的意思決定の外延を多面的に示しており、対話との関連の分析が可能であるからである。第2に、このフレームワークのB1からB4までは、数理科学的的意思決定の定義の段階ア、イ、ウ、つまり数学的モデル化過程に大きく関連しており、数理科学的的意思決定において重視する数学の哲学が表面化しているからである。

ここで本稿における対話を再確認しておく。本稿における対話とは、学習対象に関する自分の意見を他者に公表し、それに対する批判的吟味を受け、学習対象の新たな意味を他者と協働して生成し、それを我々の世界に適用していくという、民主的な知識構築の方法論を指している。

① 対話と「他者との相互作用」

表1のフレームワーク右端の「他者との相互作用」の列の存在は、数理科学的的意思決定力の育成に、他者との相互作用、つまり他者との対話が大きく関与していることを明らかに示しているといえる。その内容を対話の定義と対比すると、対話の定義との類似点が3点見出せる。

第一に、他者の考えを理解しようとする点である。これは、B1からB5、Cのすべてのフレームワークにおいてみられる類似点である。第2に、他者との批判的吟味が挙げられる。これは、B4「類似点や相違点を比較・検討し、評価する」、B5「自己のそれと比較・検討し、練り上げる」、C「比較・検討し、妥当な意思決定を行う」が該当する。第3に、他者の考えの受け入れと新たな意味生成という知識構築が挙げられる。これはB5とCが該当する。

以上のように、「他者との相互作用」のフレームワークは、他者の考えを理解する、他者との批判的吟味、他者の考えの受け入れと新たな意味生成、という対話そのものと密接な関係を持っている。

② 対話と「自己内 相1自己限定的、相2多様性の萌芽、相3社会的」

対話と3つの相の類似点は、3点見出せる。それは、「特定の(自分なりの)、異なる、多様な」という言葉、専有、相手意識である。

(ア) 対話と「特定の(自分なりの)、異なる、多様な」

3つの相を見ると、相1には、自己限定的を意味する言葉が埋め込まれている。B1, B2, B3, B5, Cである。相2には、異なるという言葉が埋め込まれている。B1, B2, B3, Cである。そして相3には、多様や複数という言葉が埋め込まれている。B1, Cである。これらの自己限定的、異なる、多様・複数という言葉は、対話において自己の考えを基に、他者の異なる考えを多様に取り込みながら、新たな意味生成をしていくという対話の過程そのものを示していると考えられる。つまり、3つの相は対話の過程と密接な関係を持っている。

(イ) 対話と専有

表1のフレームワークの中には、バフチンが示した「言語の中の言葉は、なかば他者の言葉である。それが<自分の>言葉となるのは、話者がその言葉の中に自分の思考とアクセントを住ませ、言葉を支配し、言葉を自己の意味と表現の志向性に吸収した時である」(バフチン, 1996, p.67)という、後に専有といわれる概念が表れている。B4相3「必要があれば、より妥当性を高めるための修正を行う」、B4他者との相互作用「類似点や相違点を比較・検討し、評価する」、B5他者との相互作用「自己のそれと比較・検討し、練り上げる」、C相3「複数の数学的—社会的価値観を取り入れて、意思決定を行う」、C他者との相互作用「他者による新規の数学的—社会的価値観に基づく意思決定を受け入れ、それらを比較・検討し、妥当な意思決定を行う」である。対話の特性である専有が、数理科学的意思決定力のフレームワークにも見られるということは、対話と数理科学的意思決定の関連を明らかに示していると言える。

(ウ) 対話と相手意識

相互作用の相手意識の変容について、表1のフレームワークは示している。B5相2「他者(一般)を意識した言語・表現で伝え合う」、B5相2「相手(特定)の理解状況に応じた言語・表現を選択し伝え合う」である。実際の教室内の他者との相互作用は、特定の個人相手やグループ内の複数の相手、教室全体など様々である。相1は自己限定的であり、相2は多様性の萌芽、相3は社会的であることを考えると、相2よりも相3の方が、相互作用の相手は複数になってよいはずである。しかし、表1のフレームワークでは、相2よりも相3の方がより限定的な相手との相互作用を示している。これはなぜだろうか。それは、社会的に意味生成をすることは、単に多人数による話し合いを意味せず、他者との対話によって意味生成をすることであるととらえているからだと考えられる。つまり、「現実にはひとりの相手、または多くの相手を心に思い、相手と向かい合い、対話者と相手の間に生き生きとした相互関係をつくり上げようとする」(ブーバー, 1979, p.204)対話を、数理科学的意思決定力の育成においては、目指すべき「B5 数学的コミュニケーション」ととらえていると考えられる。したがって、対話と「B5 数学的コミュニケーション」には深い関連があると言える。

③ 数理科学的意思決定における対話の役割

以上の考察を踏まえると、対話と数理科学的意思決定の関連として4点が挙げられる。

- ・ 「他者との相互作用」の要素は、対話の過程そのものである。
- ・ 相1 自己限定的、相2 多様性の萌芽、相3 社会的過程は、対話の過程そのものである。
- ・ 数理科学的意思決定力のフレームワーク内に、対話の特性である専有が見られる。
- ・ 「B5 数学的コミュニケーション」では、対話を意識した他者意識の展開が見られる。

これらの4点から、数理科学的意思決定の過程と対話の過程の類似性が明らかとなる。したがって、数理科学的意思決定において対話を促進することは、数理科学的意思決定力を育成するためのフレームワーク内を相3に向けて促進することになると考えられる。つまり、数理科学的意思決定力を育成するための1つの手段として対話が挙げられることになる。このことは、数理科学的意思決定の定義のエ、オ、カの段階のみでなく、数学的モデル化過程に関するア、イ、ウの段階においても、対話の促進が数理科学的意思決定力を育成するための手立てと成り得ることを意味している。

(8) おわりに

本稿では、対話の概念を定義し、その特性を指摘した。そして対話と学習の関係、対話と数学学習の関係を様々な立場から論じた。そのうえで、数理科学的意思決定力育成のためのフレームワークと対比させ、数理科学的意思決定と対話の4種の類似点を指摘した。その結果、対話の促進が、数理科学的意思決定力の育成のための手立てと成り得ることを明らかにした。

数学学習に対話を必要不可欠とするのは、準経験主義と社会的構成主義の立場であった。つまり、数学の哲学として、準経験主義や社会的構成主義を採用し、対話を用いた数学学習によって、学習対象である数学の概念を新たに意味生成させ、その活用範囲を拡大させれば、数理科学的意思決定力の育成につながることになるのである。

参考文献

- バフチン, M. (伊藤一郎訳) (1996) 『小説の言葉』, 平凡社, p.67.
- ボーム, D. (金井真弓訳) (2007) 『ダイアログ 対立から共生へ, 議論から対話へ』, 英治出版, p.46.
- ブーバー, M. (植田重雄訳) (1979) 『我と汝・対話』, 岩波書店, p.204.
- Engestrom, Y. (2009) *Expansive Learning: toward an activity-theoretical reconceptualization*, Kund Illeris(ed.) *Contemporary Theories of Learning*, Routledge, pp.53-73.
- Ernest, P. (1998) *Social Constructivism As a Philosophy of Mathematics*, State University of New York Press.
- Ernest, P. (2010) *Reflections on Theories of Learning*, *Theories of Mathematics Education*, Sriraman, B. & English, L. (ed.), Springer, pp.39-47.
- アーネスト, P. (長崎榮三, 重松敬一, 瀬沼花子監訳) (2015) 『数学教育の哲学』, 東洋館出版社. (原著版は1991年)

- フレイレ,P.(里見実,楠原彰,桧垣良子訳)(1982)『伝達か対話かー関係変革の教育学ー』, 亜紀書房, p.177.
- 藤沢令夫(1998)『プラトンの哲学』, 岩波書店, p.64.
- グレーザーズフェルド,E.V.(西垣通監修,橋本渉訳)(2010)『ラディカル構成主義』, NTT出版, p.432.
- 日野圭子・森清美(2001)算数科におけるコミュニケーションについての研究:実践をととしての振り返りと試み,『奈良教育大学紀要人文・社会科学』, 50(1),pp.37-51.
- 北川達夫,平田オリザ(2008)『ニッポンには対話がない 学びとコミュニケーションの再生』,三省堂, p.170.
- ラカトシュ, I.(佐々木力訳)(1980)『数学的発見の論理ー証明と論駁ー』, 共立出版.(原著は1976年)
- 三宅なほみ・三宅芳雄(2014)「6 対話で理解が深化する仕組み」, 三宅芳雄・三宅なほみ『新訂 教育心理学概論』, 放送大学教育振興会, pp.85-97.
- 森本信也(2013)『考える力が身につく対話的な理科授業』, 東洋館出版社.
- 日本学術会議数理学委員会数理学分野の参照基準検討分科会(2013)「大学教育の分野別質保障のための教育課程編成上の参照基準 数理学分野」.
- 西村圭一(2012)『数学的モデル化を遂行する力を育成する教材開発とその実践に関する研究』, 東洋館出版社.
- 西村圭一研究代表(2013)『平成22年度～平成24年度 科学的研究費補助金(B)研究報告書 社会的文脈における数学的判断力の育成に関する総合的研究』.
- 西村圭一(2015)「数理学意思決定力を育む算数・数学の授業の展望」, 日本数学教育学会, 『第3回春季研究大会論文集』, pp.23-26.
- 西村圭一・久保良宏(2013)「第7章 研究のまとめと今後の課題」, 西村圭一研究代表, 『平成22年度～平成24年度 科学的研究費補助金(B)研究報告書 社会的文脈における数学的判断力の育成に関する総合的研究』, pp.193-196.
- 大谷実,中村雅恵(2004)「比例の指導における数表・グラフ・式のシンボル化過程:教授実験における教師と児童の談話の質的分析」, 『日本数学教育学会誌』, 86(4), pp.3-13.
- プラトン著,藤沢令夫訳(1994)『メノン』, 岩波書店.
- プラトン著,田中美知太郎訳(2014)『テアイテトス』, 岩波書店.
- 佐々木徹郎(1996)「数学教育における社会的構成主義の基礎理論について」, 全国数学教育学会, 『数学教育学研究』, 2, pp.23-30.
- 佐藤公治(1996)『認知心理学からみた読みの世界ー対話と協同的学習をめざして』, 北大路書房.
- Sfard,A.(2000) Symbolizing Mathematical into Being : Or How Mathematical Discourse and Mathematical Objects create each other, Cobb et al. (Eds.) *Symbolizing and Communicating in Mathematics Classroom, Routledge*, pp.37-98.
- Vygotsky,L.(1978) *Mind in Society*, Harvard University Press, p.86.
- ヴィゴツキー,L.(柴田義松訳)(2001)『新訳版 思考と言語』, 新読書社, p.70.(原著版は1934年)
- ウィトゲンシュタイン,L.(藤本隆志訳)(1976)『ウィトゲンシュタイン全集 8 哲学探究』, 大修館書店, p.20, p.49.(原著版は1953年)
- 山口武志,西村圭一(2015)「授業実践による数理科学的意味決定力に関する水準表の記述性および規範性の検証」, 日本数学教育学会, 『第3回春季研究大会論文集』, pp.27-34.

1.6 数理的意決定と社会性の萌芽

椿 広計

期待価値最適化に基づく意決定は、決定者が享受する価値を将来現象の不確かさの下で最大化する基本的方法である。しかし、これは個人が期待価値を完全に決められるときに有効な方法であり、集団的意決定にそのまま用いることは困難である。ここでは、個人が利己的に自身の期待価値を最大化することと、個人が社会を形成することでお互いに期待価値を大きくすることができる、あるいは個人の最適化からは一定の譲歩をすることが有効であることに気付くプロセスを初等的な例で示す。

期待利得最適化意決定を学ぶことで、数理的意決定の必要性、数理科学・統計科学の社会全般での重要性が理解される。筆者が行った社会人大学院における意決定教育内容は、石黒他(2014)にも紹介した。

すなわち、決定空間(選択可能性のある行動の集合)を決定木上に配置すると共に、利得に影響を与える不確実な将来事象の分岐もその確率と共に決定木上に配置するのである。勿論、利得表(損失関数)、すなわち、ある決定の下で、ある現象が実現した際の利得も計算し、不確かさの下での数理的意決定を説明するのである。この方法は、決定者と不確実な現象の生成者としての Nature とのゲームの木を用いて、一連の意決定と将来現象のシナリオを組み合わせた的に表現するものである。

しかし、ある結果に対する利得というのは、個人の意決定であれば当該個人が有る程度責任をもって決められるが、社会の意決定の場合には、どのように決められるのであろうか。社会の意決定では、利得は各個人に分配されることが多い。そのような社会の意決定はなぜ必要なのかと言えば、社会を構成し、全体として大きな効用を社会が獲得できれば、それを個々人に分配した方が、個々の効用が増えると期待されるからである。

椿(2016)では、次のような書籍の共同購入という状況を考えた。買い手は、一定の予算制約の中で、どの本を買うかということを考える。個人のある本に対する主観的期待価値を価格に変換したものが主観的期待価格と呼ぶべきものとする。このとき、行動の期待価値は

$$\text{行動の期待価値} = \text{主観的期待価格} - \text{購買価格}$$

となる。従って、主観的期待価格が購買価格を上回る場合に購入という行動が、合理的と許容される。

今、統計と漫画好きの A 君の前に 1 冊 500 円のシリーズ漫画 5 巻(5 巻完結)と 1 冊 1000 円の統計と英語の参考書があったとしよう。残念ながら A 君に許された予算は 2000 円である。仮に A 君にとっての主観的期待価値は次のようなものとしよう。

統計の参考書：1 冊目 2000 円，2 冊目以降 0 円

英語の参考書：1冊目 1000円，2冊目以降 0円
漫画：1巻目 1000円，2巻目 900円，
3巻目 800円，4巻目 700円，5巻目 600円

漫画でも同じ巻を2冊買う場合については，2冊以降の期待価値は0である。そもそも，本を繰り返し読むと2回目以降は，余程の良書でないと主観的価値は指数的に減少するはずであり，だからこそ図書館のような社会制度が存在するわけである。

さて，A君個人の期待価値を最大化するためには，統計の教科書1冊と漫画を2巻まで買えば，期待価格は3900円，価値との価格との差，行動の期待価値は1900円となる，ここにBさんという別人格を仮想する。Bさんは，同様の予算制約を有しているものとする。しかし，主観的期待価値は異なり，次のようなものとする。

統計の参考書：1冊目 1500円，2冊目以降 0円
英語の参考書：1冊目 2000円，2冊目以降 0円
漫画：1巻目 800円，2巻目 600円，
3巻目 400円，4巻目 400円，5巻目 400円

このとき，Bさんにとっての期待価値最適化行動は，統計と英語の参考書を購入することで，行動の期待価値は1500円となる。

ここでA君とBさんが社会を形成し，予算を共有し，予算制約を4000円とする検討を開始したとしよう。このとき，A君が支配者となれば，統計と漫画5冊を3500円で購入することがA君にとっての期待価値最大行動であり，A君の期待価値は2500円と増大する。しかし，Bさんの期待価値は，600円と社会形成前より減少する。従って，Bさんは社会から離脱するのが合理的である。一方Bさんが支配者になった場合，統計・英語と漫画2冊を4000円で購入するのが最適行動である。このとき，Bさんの期待価値は1900円と上昇する。しかし，A君の期待価値が1900円と社会形成前と同一水準に留まることとなる。A君としては，少なくとも社会を形成するメリットはないと考える。

2人の言い分を通すには，参考書2冊と漫画5巻全て買うことが必要だが，これは予算制約を500円オーバーする。そこで，A君とBさんは社会を維持可し，個々の価値を増大できるかどうか議論を行うこととなる。

議論の結果，A君は漫画を1冊諦めて，A君にとってはあまり効用のない，英語の参考書を買う妥協を行うこととする。これにより，A君の期待価値は2400円，Bさんは，自身では絶対買わない漫画2冊を共有することにはなるが，期待価値1700円となり，双方にとって，社会を形成することが合理的となる。社会全体のこの行動による総期待価値4100円は，社会を形成する前の個別最適期待価値の総和3400円を上回る。こうして，社会形成が合意されると共に，社会的意思決定が数理的に成立する。

この素朴な例は，単純な交渉により，期待価値の一意分配が成立する場合である。社会にこのようにステークホルダーが複数存在する場合の多目的最適化問題，厚生経済学におけるパレート最適化については一意解が存在しないことが知られている。ま

た、誰かにとって都合の良いパレート最適解が別の人に痛みを与えることを覚悟しなければならないことも知られている。

多目的最適化問題の許容される解の集合の中で、どの解を選ぶのかについては、政治的に力のある集団がその解を選ぶというのが現実である。初中等実践的数理教育でも、その種の支配的議論の結果、一部が我慢する結論に至ることは多いであろう。しかし、社会全体の期待価値を最大にする基準と同様に、社会構成員の中で期待価値最小の者の期待価値を最大化する基準などが権力者によっても、配慮されている必要はある。一種のメタ認知であるし、社会構成員の誰しもある一定以上の苦痛を与えられてはならないという倫理的配慮でもある。倫理的配慮は一種の不等式制約とも考えられる。これらが生徒にできるようになれば、生徒が使える数理的力量の範囲が拡大できたと考えるべきであろう。

引用文献

石黒真木夫，岡本基，樺広計，宮本道子，弥永真生，柳本武美（2014），『法廷のための統計リテラシー—合理的討論の基盤として—』，ISMシリーズ：進化する統計数理 3，近代科学社。

樺 広計，堀芳樹，「多様なステークホルダーが存在する社会のリスクに基づく意思決定」，行動計量学，投稿中。

1.7 数理科学的意思決定における教科横断的アプローチの展望－COMPASS 教材の分析を通して－

西村圭一・松原憲治・上野耕史

(1) 数理科学的意思決定における教科横断的アプローチ

社会における科学技術教育の役割は普遍的なものと未来に繋がる現在からの要請があると考えerことは妥当であろう。現代社会で求められているのは、それぞれ高度化した科学技術研究の現場を担う専門家だけではなく、科学技術の素養を持ちつつ、みずからと社会全体の豊かさを追求していける個人なのである(科学技術の智プロジェクト, 2008a:5)。換言すれば、科学的に事象を把握し、処理した上で、意思決定をしたり、解決・改善の方策を創造・立案し実行したりすることができる能力が求められており、またこの能力を発揮して実践する方向としては、個人がときに他者と協働し、社会の一員として持続可能な発展を目指す方向を持つといえるだろう。これは、まさに、「数理科学的意思決定」のプロセスと軌を一にするものである。しかしながら、意思決定の対象とする文脈が科学技術に関わる場合は、そのプロセスには、数理科学のみならず、科学や技術も、当事者の価値観を伴って関係することになる。例えば、教科固有の方法の基盤となる、次のような学問固有の方法の特性(科学技術の智プロジェクト, 2008a; 2008b)から、同じ事象や問題に対したときにも、科学、数学、技術のどのアプローチをとるかによって異なる「選択肢」が創出されうる¹⁾。

科学：「科学の基本は実験や観察である。それらの行為によってじかに見たり、触ったり、聞いたりできる事柄(経験)が主な出発点となる。そうした経験的なデータから仮説を構築する。そしてことあるごとに、仮説を経験的なデータに照らし合わせる作業(検証作業)を行う。」(科学技術の智プロジェクト, 2008a:13)

数学：「1) 問題を数学の言葉で言い表す
2) 数学の問題として解決する
3) 数学で得られた解を本来の問題に適合する形で表現する
4) 本来の問題の解として適当かチェックし、更なる進展を検討する」
(同上, 2008b:42)

技術：「技術を創り出す際には、デザイン(設計)が重要になる。(中略)デザインの過程で、一定の制約条件(既存の技術体系、安全性など)の下で目的を達成するために、様々な可能性の中から実現可能な方法が採用される。その際に重要になるのが評価である。評価基準の間ではトレードオフが生じる。性能を上げるにはコストがかかる。安全性を上げるにもコストがかかる。そのようなトレードオフの中から、最善の選択肢を選んでデザインが決まる。」(同上, 2008a:17)

本稿では、地球環境問題や持続可能な社会の構築といった現代的課題を扱う、EU資金提供のComeniusプロジェクトの一環であるCOMPASSプロジェクト²⁾で開発された教材を事例に取り、「数理科学的意思決定」における、理科、数学や技術等の教科横断的アプローチの

展望を示したい。

(2) COMPASS の概要と教材の分析

① COMPASS の概要

COMPASS プロジェクト (Common Problem Solving Strategies as Links Between Mathematics and Science) とは、EU 資金提供の Comenius プロジェクトの一環で、イギリス、オランダ、キプロス、スペイン、スロバキア、ドイツの6カ国が参加し、数学と科学の両分野において、重要な批判的な科学的探究と問題解決スキルを向上させるような指導・学習への新しいアプローチの開発をめざすものである (Katja Maaß et al, 2011)。COMPASS では、次の10の探究型の教材 (以下 COMPASS 教材) を開発している。(それぞれの詳細は、本報告書の付録2に掲載する。)

- (a) Car Pollution : 購入した自動車将来にわたって出すであろう汚染物質を相殺するための植林プログラム (1本は無料、他はオプションとして購入) が現実的か、自動車会社の営利目的でないかを検討する。
- (b) Light Bulbs : 従来型の電球の使用禁止の是非について、省エネ型の電球の製造過程では従来型の電球に比べ、はるかに多くのエネルギーを必要とすることなどに着目し検討する。
- (c) Desertec : アフリカの砂漠に太陽光発電所を建設することの是非について検討する。
- (d) Biodiversity : ハイイロガンの生息数の増加が憂慮すべきことかどうかを、他の水鳥の生息、生物多様性に着目し検討する。
- (e) Water Quality : プールや海水浴場の水質基準の妥当性や信頼性について検討する。
- (f) Dangerous Cold : 様々な環境下で暮らす人々の低体温症に対するリスクを軽減するための方策を考える。
- (g) Dangerous Rain : 災害防止対策を考えるという任務の想定下で、洪水が再び発生するリスクを軽減する対策を考える。
- (h) Food : 自分たちに必要なエネルギー量やさまざまな食品のカロリーを求め、学校の売店の「健康メニュー」を考案する。
- (i) Water Shortage : ヨーロッパで懸念されている深刻な水不足に対して、個人レベルまたは国家レベルで何ができ、その効果はどのくらいかを探究する。
- (j) Solar Car : ソーラーパネルを用いた実験をし、使用するパネルの面積や角度と産出されるエネルギー量との関係等を探究し、モデル・ソーラーカーを設計し、つくり、動かす。

これらの教材では、このように ESD (持続可能な開発のための教育) に関わる課題を設定し、生徒が数学や科学の知識・理解、スキル、方法等を有為な方法で組み合わせてアプ

ローチするように、詳細かつ入念な指導計画がデザインされており、最後には、自分たちの考えを他者に説明したり行動を呼びかけたりするレポートや新聞を作成する。

② COMPASS 教材の分析

以下では、上述の COMPASS 教材の中から、太陽エネルギーを主題とする(c)と(j)を取り上げ、内容、問題解決や探究過程のデザインを分析する。

a. 「Desertec」について

本教材では、砂漠に太陽光発電所をつくる Desertec プロジェクト（実在する）の有効性や是非を判断する。教材の概要と指導計画をそれぞれ表 1 と表 2 に示す。

表 1 「Desertec」の概要

数学的内容	放物線，二次関数，比例的推論，線対称，数学的モデル化
科学的内容	凹面鏡と放物面鏡に関する物理法則，発電所における太陽熱エネルギーとエネルギー生産に関する基礎的な物理，送電線によるエネルギーの輸送
生徒の年齢	15 歳～16 歳
授業数	数学：4～5，理科：4～5

表 2 「Desertec」の指導計画

単元	数 学	物 理
1	課題1 太陽光発電所はヨーロッパのエネルギーの需要にどの程度貢献できる可能性があるか。	
2		課題2 太陽光発電所やガス火力発電所は、どのように動いているのか。 <ul style="list-style-type: none"> ・エネルギーの形態とその変換 ・発電所におけるエネルギーの生産 ・異なるエネルギー生産の方法に対する賛否両論は何か？
3	課題3 放物面はどのようにつくられるのか。 <ul style="list-style-type: none"> ・円，放物線の幾何学的定義，線対称，二次関数 	課題4 放物面鏡と比べて，円柱状や球状の鏡の長所・短所は何か。 <ul style="list-style-type: none"> ・凹面鏡 vs. 放物面鏡 ・様々な種類の鏡の長所と短所
4	課題5 2050年には、本当に、ヨーロッパのエネルギー需要の15%に貢献することができるか。 <ul style="list-style-type: none"> ・比例的推論，面積，数学的モデル化 	
5		課題6 エネルギーをどのようにして輸送できるか。 <ul style="list-style-type: none"> ・高電圧線によるエネルギーの輸送；AC 電圧出力と DC 電圧出力の比較
6	課題7 砂漠の太陽光発電所は，ヨーロッパのエネルギー需要に意味のある貢献をすることができるか。	

課題 1 では、Desertec プロジェクトに関する新聞記事を読み、クラスで、太陽光発電

がなぜ有効なのかや、プロジェクトの実現可能性について話し合う。

課題 2 では、エネルギーの変換と保存について考察した上で、いくつかの発電の原理を学び、それらの比較を通して、発電所のタイプによって異なる長所や短所について探究する。

課題 3 と課題 4 は、太陽光パネルの形状について、数学と物理のそれぞれからアプローチする。課題 3 では、付属のシミュレーション（図 1）を用いて、鏡の形状（平面、多角形や円の一部、放物線の選択と、その開き具合（平面を除く））と太陽との角度を変えながら、1 日の発電量について探究する。そして、「放物線による鏡は主軸に平行な光線を焦点に反射させる」ことに当たる仮説を立て、それを数学的に確かめる。課題 4 は物理のアプローチとなり、太陽光発電でどのような形状の鏡を用いるとよいかについて、放物面鏡と凹面鏡の長所や短所を比較する。そして、放物面鏡は太陽光のすべてを焦点に集められるが光軸を常に太陽に合わせておく必要があるのに対して、凹面鏡は球面収差のために焦点に集まる光は一部となるが光軸を常に太陽に合わせておく必要はないこと、また、凹面鏡の生産は比較的容易であることなどをふまえて、太陽光発電の鏡として適している形状を見いだす。

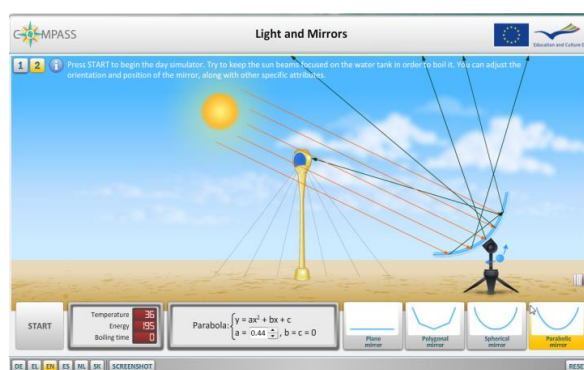


図 1 太陽光発電のシミュレーション

課題 5 では、主テーマを考える際の根拠にするために、現在のエネルギー消費量やその増加率等を仮定し 2050 年のヨーロッパのエネルギー需要を予測するとともに、その 15% を発電するために必要な太陽光発電所の面積を、設置場所の年間日照時間や現存する太陽光発電所の面積とその発電量、見込まれる太陽光発電の性能向上等をもとに見積もる。そして、必要な太陽光発電所の最大面積，最小面積を求める。

課題 6 では、砂漠からヨーロッパへの送電方法について、物理的，経済的，政治的及び地理的側面から考察する。送電では送電損失を減らし，経済的に実現可能な送電線の太さとするために高電圧を用いることを理解する。また，送電における直流と交流の長所や短所について比較する。そして，砂漠からヨーロッパに繋げる送電線のルートについて，送電線を設置する地域の政治的な安定性などを考慮しながら候補を挙げ，それらの長所や短所について比較検討する。

課題 7 では，砂漠の太陽光発電所の賛否に関するレポートや「生徒新聞」の記事を作成する。そうすることで，政治的な問題に対して意思決定をする際の数学や物理の知識の使い方や，政治的な議論はある程度は知識と洞察に基づいているが決定は常に主観的・非合理的側面を伴っていることを学ぶ。

このように小課題を設け、数学と科学（物理）のいずれの方法を採用するかを明確化しているのに対し、「技術」の方法は、課題に埋め込まれていると見ることができる。例えば、凹面鏡の生産しやすさ（課題4）、送電の経済性（課題6）を考慮させることにより、それぞれ「使用」場面と「製造・設置」場面、発電・送電の「性能」と「コスト」といったトレードオフの中で最善の解決策を探ることが意図されている。

b. 「ソーラーカー」について

本教材では、モデル・ソーラーカーを設計し作成することを通して、交通における太陽エネルギーの利用の意義とその諸制約について探究する。教材の概要と指導計画をそれぞれ表3と表4に示す。

表3 「ソーラーカー」の概要

数学的内容	比例，関数，統計，空間的な推論，モデル化
科学的内容	ギヤ装置，電力，太陽エネルギー
生徒の年齢	11歳～14歳
授業数	数学：5～6，理科：5～6

表4 「ソーラーカー」の指導計画

単元	数 学	理 科
1	課題1 再生可能なエネルギーはどのようにして空気汚染問題にせまることができるか。ソーラーカーはどのようにして二酸化炭素の排出を減らすことができるか。	
2		課題2 あなたのソーラーカーに動力を供給しよう。 ・モデル・ソーラーカーに動力を供給するのに何個の太陽光発電ユニットが必要か。 ・太陽光発電ユニットを配置するのに最適な場所はどこか。
3	課題3 あなたのソーラーカーを形にしよう。 ・「作図ツール」を利用して、車の表面積を見積もるにはどうしたらよいか。	
4	課題4 2次元から3次元への道のり！ ・様々な基本図形をつなぎ合わせることでどのように展開図ができるか。 ・展開図を組み立てると、どのようなソーラーカーができるか。	
5		課題5 あなたの車を動かす！ ・様々な種類や大きさのギヤについて探究する。
6	課題6 あなたの車が世界を制覇する！ ・あなたの車の販売価格を分析する調査を行い、最適な販売価格を決める。 ・あなたの車の長所を強調することによって、車の販売促進をする。	
7	まとめ ソーラーカーは事実となった！ ・ソーラーカーの設計と生産に関する情報や諸開発についてまとめる。	

課題 1 では、提供される資料を読み、再生可能なエネルギーの空気汚染問題や二酸化炭素の排出削減に対する貢献について話し合う。

課題 2 では、ソーラーカーの動力について、先ずその中核の概念である電力、電圧や電流といった概念に慣れた後、太陽光発電ユニットの表面積と産出される電力との関係や、光と太陽光発電ユニットとの角度と産出される電力の関係について探究する。生徒はキットを用いて自分たちの実験を計画し、実験結果をグラフに表す。そして、少なくとも質的な関係（産出される電力は、太陽光発電ユニットの表面積に比例する一方、光と太陽光発電ユニットとの角度とは比例関係にない）、可能であれば量的な関係を見いだす。

課題 3 と課題 4 では、ソーラーカーの表面積を見積もる方法を検討するとともに、設計図について考える。

課題 5 では、ソーラーカーで用いるギヤの型について考察する。複数のギヤがどのように結合しているかについて、さらにギヤの歯の数とギヤの速度との関連について、シミュレーションする（図 2）。

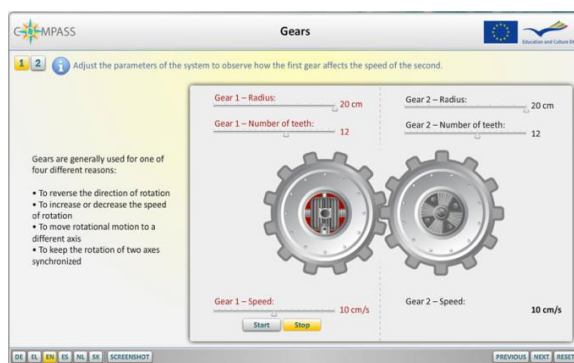


図 2 ギヤのシミュレーション

この活動は表 4 の指導計画においては主に理科に関する内容とされているが、数学（例えば、比例）、理科（例えば、ギヤ）、そして技術（例えば、様々な型のギヤ）に関する諸概念を包括的に扱う機会が提供されている。

課題 6 は車の販売価格と人々の関心との関係がどのように会社の利益に影響を与えるかについて、車を宣伝し販売するための数学的モデルを作成し探究する。そして、価格と利益は線形関係にはなく、最大利益をもたらすのは最高価格ではないことを見いだす。この活動はソーラーカーなどの再生可能エネルギーを用いた車を使用するというところに、経済性という観点（価値観）を付与することに関係している。

課題 7 では、これまでの課題で得た事柄を組み合わせ、ソーラーカーが二酸化炭素の削減に貢献するかという問いに対する結論を出す。生徒の結論の提示方法は、発表だけでなく、クラス討論、モデル・カーの提示、生徒が設計し組み立てたソーラーカーによる競技会、ソーラーカーを潜在的な購買者に宣伝する新聞記事の作成など様々なものが想定されている。

「Desertec」同様、「技術」に関しては明示されていないが、その方法は課題に埋め込まれていると見ることができる。例えば、実際にモデル・ソーラーカーを作ることを想定し、太陽光パネルの面積やギヤ比に関して探究していること（ただし、車体の重量、

走行面等を踏まえてギヤ比を考えることまでは踏み込んではいない) や、ソーラーカーの利用に関して販売価格という経済性からも考察させている点である。すなわち、「制約条件」として、経済的側面と社会的側面のトレードオフの中で意思決定したり解決策を探ったりすることが意図されている。加えて、製作したソーラーカーをテストし、問題がある場合はその原因を追及し、さらによりよいものとすることも、具体と抽象を行き来しながら評価・改善するという技術科としての重要なアプローチと言える。

なお、上述の二つの教材の特徴としてシミュレーションを多用していることが挙げられるが、これは単なる試行錯誤に終始する恐れがある。シミュレーションでは簡易に且つ短時間で条件を変えながら、最適に近い解を推定できる利点がある一方、この場合、理科で重視する理由や原因を考えることにはならないからである。シミュレーションを用いる際には、観察や実験の場合と同様に、見通しをもって行うことが肝要であろう。例えば、図2のギヤの型については、ギヤの回転する力や仕組みについてある程度理解しておくことで、見通しをもってシミュレーションの条件を設定できるようになる。また、表計算ソフトや作図ツールをもとに自分たちで簡易なシミュレーションをつくることで、シミュレーションがブラックボックスとなることを防ぐことも考えられる。例えば、図1の太陽光パネルの形状と反射の様子シミュレーションは、作図ツールを用いて作成させる活動を位置づけられる。このような活動は数学の方法にあたるとともに、高等学校であれば情報科との連携に関して示唆的である。

(3) 本節のまとめ

上述の2つの教材の解決・探究のプロセスには、数学、理科、技術の3つの教科固有のアプローチが組み込まれていた。具体的には、数学は、仮定をおいたり理想化したりして数学的モデルを作り予測や見積もりをすること、シミュレーションをもとに仮説を立て、その妥当性を演繹的に確かめることが挙げられる。理科は、必要な科学的知識を押さえながら教材の文脈における問題を定式化すること、問題に対する解決の方略の一つとして実験を計画・実施することが挙げられる。技術は、使用目的・使用条件だけでなく、経済性や安全性、環境負荷といった多様な側面から技術を評価し、その条件の下での最適な活用を考えるというトレードオフを基本としたアプローチが挙げられる。

このような特徴を、「数理科学的意思決定」のプロセスの視座から見てみよう。教科固有のアプローチを複数有することは、多面的に検討し複数の「選択肢」を創出することに当たると考えられる。また、それらの「選択肢」をふまえ、グループやクラスで討論をしたり、レポートや記事を作成したりすることは、根拠を明確にしながら合意形成を図り、意思決定することに当たると考えられる。このような機会によって、一個人による意思決定に加えて、他者を含めた複数の人間の間で根拠にもとづきながら調整を加えていき合意形成を行う能力が育成されると考える。特に、ここで有意義な点は、問題場面に対して、ある一つの教科のアプローチしかしないことと対比すると明らかである。なぜなら、一つの教科のアプローチでは、テーマに対する判断の一選択肢を作っていることに過ぎない可能性が高く、それを相対化したり背景にある価値観を顕在化したりする必要性が生じないからである。

科学技術や持続可能な社会の創出に関わるテーマに限らず、社会的な合意形成、そして意思決定を要する問題の多くは学際的である。したがって、問題の文脈に応じて、「数理科学的意味決定」のプロセスに、科学や技術のアプローチも加えることが示唆される。また、そのことは、数理科学的意味決定の質を高めることになると考える。

[付記]

本章は、日本科学教育学会に掲載された以下の論文を再構成したものである。

西村圭一・松原憲治・上野耕史（2015）、「科学技術的意味決定能力の育成をめざす教科横断的アプローチに関する研究－COMPASS 教材の分析を通して－」，日本科学教育学会誌『科学教育研究』，39-2，pp.77-85

注

- 1) 矢田・大谷（2014）は、科学技術リテラシーの育成の文脈で、各教科・教育の共通的な考え方としての「デザイン・モデリング」を取り上げ、それぞれの特徴と独自性を「算数・数学－数式化・記号化」「理科－理論化・法則化」「技術－最適化，システム化」と位置づけている。このような方法の特性の背景には、「科学」（数学も含む）と「技術」の「目的」の違いがあると考えられる。例えば、一般に、「科学」は、事がらの間に客観的なきまりや原理を発見し、それらを体系化し、説明することを目的とするのに対して、「技術」の目的は、ある条件のもとでの最善の解決策を見だし、人間の要求や欲求を実現することにある。
- 2) <http://www.compass-project.eu/> （2016年1月現在）

引用・参考文献

- 科学技術の智プロジェクト（2008a），『総合報告書』，<http://www.jst.go.jp/csc/archive/s4a.html>（2016年1月現在）
- 科学技術の智プロジェクト（2008b），『数理科学専門部会報告書』，<http://www.jst.go.jp/csc/archive/s4a.html>（2016年1月現在）
- Katja Maaß et al : Enhancing mathematics and science learning through interdisciplinary enquiry, 2011. [DVD]
- 谷田親彦・大谷忠（2014），「科学技術リテラシーの発展に向けた技術教育と理数教育の連携・協働－デザイン・モデリングの観点からの技術・理科・数学の位置づけと関係の在り方－」，日本科学教育学会年会論文集 38，pp.79-82.

第2章 数理科学的意思決定力に関する「フレームワーク」と「授業原則」

山口武志・西村圭一

本章では、授業デザインや児童・生徒の能力変容に関する指標として、「授業デザインのためのフレームワーク」を提案する。それは、5つの「プロセス能力」と「数学的-社会的価値認識力」といった下位能力群を縦軸としつつ、それらの変容を「自己限定的」、「多様性の萌芽」、「社会的」の3相でとらえようとするものである。その上で、「数理科学的意思決定力に関する授業デザインの原則」を提起する。さらに、こうした理論的枠組みに基づいてデザインされた授業例を報告、考察し、理論的枠組みが授業デザインや児童・生徒の活動の分析、授業の改善点の導出にあたって、一定程度、機能することを例証する。

2.1 本章の目的

本科学研究では、数理科学的意思決定力（以下、意思決定力）の下位能力群の明確化とともに、意思決定力を育成するための教材や授業の開発研究に取り組んできた。それは、当該の問題場面に対する様々な価値観を顕在化させながら数理的に根拠を導き、そうした根拠に基づいて意思決定を行うことにとどまらず、数学的アイデアの良さを浮き彫りにするものであるとともに、当該の考え方や方法の他の問題場面への転移（汎用性）を志向するものである。

本章は、こうした認識のもと、次の3点の考察を主たる目的とするものである。第一は、意思決定力に関する下位能力群とそのフレームワークを具体化することである（2.2）。第二は、そうした下位能力群やフレームワークを基盤としながら、意思決定力を育成する授業をデザインするための原則を提案することである（2.3）。第三は、そうしたフレームワークや授業原則に基づいてデザインされた授業実践例を取りあげ、その考察を通じて、上述のフレームワークや授業原則の実践可能性を検証することである（2.4）。

2.2 意思決定力に関する下位能力群と授業デザインのためのフレームワーク

（1）意思決定力に関する下位能力群

本研究では、1.1に示したように、認知心理学における意思決定研究の成果（佐伯，1980；小橋，1988；竹村，1996）をふまえながら、「数理科学的意思決定」（以下、意思決定）の過程を次のようにとらえている。

意思決定を要する現実世界の問題を数学的に定式化し、数学的处理を施し、数学的結果を得る過程を辿り、複数の選択肢を創出した上で、その中から、根拠を明確にししながら合意形成を図り、何らかの決定を行うこと。

このように要約される意思決定の過程では、まず、現実世界の問題を数学の問題に定式化する。次に、その数学の問題に対して数学的处理を施し、数学的結果を得る。この過程を繰り返しつつ、複数の選択肢を創出した上で、その中から、根拠を明確にしながら合意

形成を図り、何らかの決定を行うことになる。こうした一連の過程は、数学的モデル化の過程と類似しているが、数学的モデル化では、現実世界をより適切に記述する数学的モデルの構築に主眼が置かれる。それに対し、意思決定の過程では、あくまで意思決定に主眼が置かれる。つまり、幅広い選択肢の検討が質の高い意思決定につながると考え、基準や仮定を吟味しながら、定式化から数学的結果までの過程を繰り返すことになる。

児童・生徒の「合意形成」までを含むこうした意思決定の過程について、本研究では、A. 問題状況、B. プロセス能力、C. 数学的・社会的価値認識力の3つから成る枠組みによってとらえようとしている。Aは、現実的な問題解決で取りあげる問題状況である。授業で取りあげる問題状況は、当然のことながら、意思決定にかかわる児童・生徒の学習の質を決定づけるものである。それ故、意思決定力を育成する教材の開発という意味において、Aは不可欠な視座となる。

Bは、意思決定の過程で必要となる能力群を意味する。上述のような意思決定の過程には、定式化や表現、解釈などの過程が含まれている。本研究では、こうした意思決定の過程で重要になる能力を「プロセス能力」とよぶこととする。

プロセス能力の下位能力群を同定するにあたっては、イギリスのナショナル・カリキュラム（以下、NC）やアメリカ・NCTMの「スタンダード」の枠組みを検討した。これらのカリキュラムでは、いずれも、「内容」とともに、「プロセス」がカリキュラムの両輪として明示されている。例えば、2007年に改訂された中等教育段階（キーステージ3および4）用のNC（QCA, 2007a ; 2007b ; 西村・山口・清水・本田, 2011）では、「主要プロセス（key processes）」として、「表現」、「分析」、「解釈と評価」、「コミュニケーションと振り返り」の4つが示されている。また、「スタンダード2000」（NCTM, 2000）では、「プロセス・スタンダード」として、「問題解決」、「推論と証明」、「コミュニケーション」、「関連づけ」、「表現」の5つが示されている。

こうしたNC、「スタンダード」におけるプロセスのとらえ方や、上述の意思決定のとらえ方をもとに、本研究では、意思決定におけるプロセス能力を表1のようにとらえることとする。NCや「スタンダード」に示されたプロセスは、算数・数学学習全般にかかわるものである。それに対し、表1の5つのプロセス能力は、「定式化」を含むなど、意思決定の文脈において求められる能力群に焦点化されたものである。この点において、その特徴や独自性がある、と考えている。

Cについて、複雑で多様な文脈を扱う現実的な問題解決においては、程度の差はあっても、問題状況に対する当事者の様々な社会的価値観が顕在化し、それによって意思決定の質や内容が左右される。例えば、飯田・山下ら（1994）では、「オープンエンドの問題」の中には、文脈依存的（context-bounded）で価値負荷的な（value-laden）問題が存在することが指摘されており、児童の抱く価値観や倫理観と数学的内容との関係性が議論されている。飯田らの研究から示唆されるように、意思決定を伴う問題解決においても、現実事象を扱えば扱うほど、個人の価値観や倫理観が顕在化する可能性が高いと予想される。従来の算数・数学科の授業では、児童・生徒の価値観や倫理観が注目されることは極めて稀であったが、現実的な問題解決を通じた意思決定力の育成を考える場合には、そうした価値観や倫理観を積極的に取りあげるほうが、むしろ自然である、と本研究では考えている。

表1 数理科学的意思決定力に関する「プロセス能力」

-
- (B1) 数学的定式化: 現実世界の問題を「数学の問題」に翻訳する(直す)能力
 (B2) 数学的表現: 数学的な表現方法によって, 意思決定の過程や方法, 結果を表現する能力
 (B3) 数学的推論・分析: 数学的手続きや考え方に基づいて, 推論をしたり, 問題の構造を分析したりする能力
 (B4) 解釈・評価: もとの現実世界の問題に照らし合わせて, 意思決定の過程や方法, 結果を解釈し, それらの妥当性を評価する能力
 (B5) 数学的コミュニケーション: 意思決定の過程や方法, 結果を伝え合う能力
-

このことをふまえ, 本研究では, 現実的な問題解決における意思決定力をとらえるための重要な下位能力の1つとして, 次のような「数学的-社会的価値認識力」の軸を設けることとした。

(C) 数学的-社会的価値認識力: 数学的-社会的価値観に基づいて意思決定を行う能力

「数学的-社会的」としているのは, 飯田・山下らの研究に示唆されるように, 多様な社会的価値を比較検討する中で, ある特定の数学的アイデアの良さが浮き彫りになるという意味を込めたものである。こうした数学的-社会的価値認識力は, 問題状況のとらえ方や, 問題解決に必要となる数学の選択, 意思決定の過程などの全般に関係し, 影響するものであるととらえている。

(2) 授業デザインのためのフレームワーク

授業では, 多様な習熟度の児童・生徒が存在する。そのため, 多様な児童・生徒の意思決定力を子細に把握し, それを指導に生かすためには, (1) で規定したBやCから成る意思決定力の様相を体系的に見きわめることが重要になる。こうした視座から策定されたものが稿末の「資料」に示した枠組みである。本研究では, この枠組みを「授業デザインのためのフレームワーク」(以下, フレームワーク)¹⁾とよぶこととする。

フレームワークの縦軸には, BとCの下位能力群が配置され, 横軸には, それらに関する3つの相が設定されている。このフレームワークの具体的な特徴としては次の2点をあげることができる。

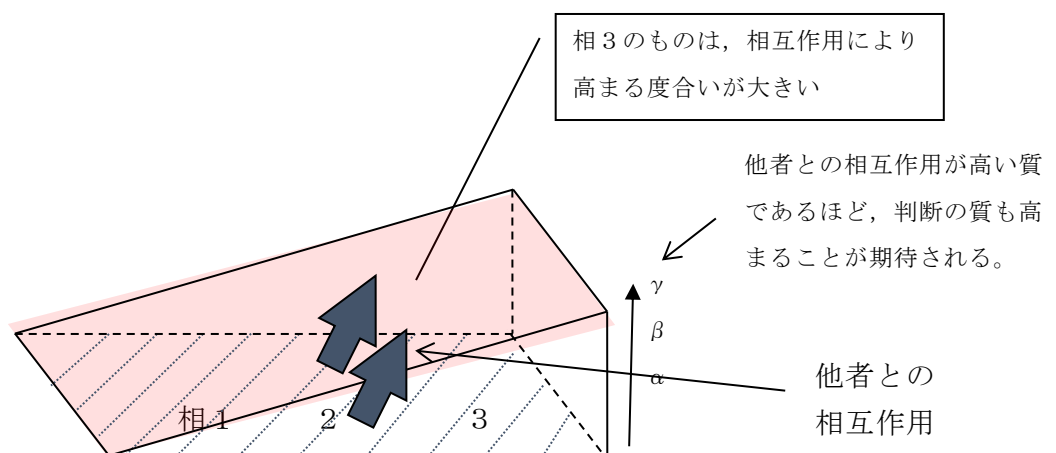
第一は, 「個人内」における下位能力群の変容という視座から, 各能力に共通する相として, 「自己限定的」, 「多様性の萌芽」, 「社会的」という3つの相を横軸に設けた点である。こうした3つの相は, 「ボーランド数学」(Bowland Charitable Trust, 2008; 西村・山口・清水・本田, 2011; 以下BM)の「評価課題」におけるループリックの設定方法や, 長崎・滝井(2007)の「算数・数学の力」に関する水準の設定方法(例えば, 國宗, 2007)を参考にしながら設定されたものである。

例えば, B1(数学的定式化)の場合, それぞれの相は次のよう特徴をもっている。「相1」では, 特定の視点にそって, 現実世界の問題を数学の問題に翻訳できる相である。換言すれば, この相では, 別の視点への着目はない。一方, 「相2」では, 翻訳にあたって

の「別の」視点への着目が始まる。さらに、「相3」では、翻訳のための「多様な」視点に着目することができるようになるとともに、それらの比較検討も可能になる。

第二は、フレームワークの右側に配置されているように、各能力の相の変容を推進する要因として、「他者との相互作用」という視座を導入した点である。フレームワークにおける相の設定は、あくまで、授業デザインの際の目標概念であり、授業における児童・生徒の能力の様相をとらえる指標として利用されるものである。したがって、フレームワークは、実際の授業を分析したり、授業をデザインするためのツールとして機能するものでなければ意味がない。意思決定では合意形成の過程が重要になることから、「個」という視座だけではなく、「他者」は無視できない視座になる。このことをふまえ、「個」の低位能力群の変容を推し進める要因として、「他者との相互作用」の軸を設定した。このことによって、授業デザインの際に、意思決定における他者との相互作用の機会（例えば、ペア、小グループ、練り上げなど）を意図的かつ計画的に工夫することができると考えている。なお、フレームワークの縦軸には「数学的コミュニケーション」が配置されているが、縦軸の各項目は、あくまで「個」のプロセス能力に力点を置くものである。その意味において、「他者との相互作用」とは一線を画すものである。

こうした「他者との相互作用」による「自己内」のプロセス能力の水準上昇を概括的にイメージするならば、それは、図1のようになると考えている。「他者との相互作用」は、相互作用の対象集団（ペア、小グループ、学級など）の総体としての「力」である。したがって、その質に違いがあることが想定されるけれども、そうした質的相違を一般的に記述することは難しい。そのため、本科学研究では、対象集団の質に違いがあり、高い質であるほど、判断の質も高まることを明確化するために、 α 、 β 、 γ とだけ記している。それ故、「他者との相互作用」の実際の分析は、個々の授業の教材や対象集団に依存することになると考えている。



(注) 底面が個人内、斜面が他者との相互作用があったときに発揮される様相

図1 プロセス能力の上昇に関する概念図

以上のような特徴をもつフレームワークは、意思決定力の育成をねらった授業デザインのための指標として、また、児童・生徒の意思決定力の分析・評価の指標として策定され

たものである。この意味において、フレームワークは、授業デザインのための規範性を有するとともに、児童・生徒の活動を分析・評価のための記述性を有する、と考えている。

2.3 意思決定力に関する授業と評価

意思決定力の下位能力群やそのフレームワークをふまえ、本節では、①「意思決定力を育成する授業のデザイン」、②「意思決定力の評価」の2点に言及したい。

①については、次の2点がポイントになる。第一は、個々の授業をデザインするにあたってのフレームワークの活用方法である。フレームワークは一般的なものであるため、個々の授業をデザインする場合には、その具体化が必要になる。もちろん、当該の教材や授業ごとにフレームワークの全体を具体化することが理想である。しかし、実際の授業デザインでは、すべての下位能力の育成がその授業の目標になることもあれば、いくつかの下位能力の育成のみが目標となる場合もある。また、学校における普及や利便性を考えるとき、すべての授業について教材ごとに詳細なフレームワークを作成することは、授業者の負担を考慮すると、必ずしも現実的ではない。そのため、本研究における一連の授業実践では、フレームワーク全体の具体化を必須とするのではなく、学習指導案の「目標」に代わって、「プロセス能力と授業の目標」という項目を設け、育成すべき能力を焦点化し、記述することとしている。

第二は、それぞれの授業実践にあたっては、表2に示すような「数理科学的意思決定力に関する授業デザインの原則」（以下、授業原則）を研究メンバー間で共有し、教材開発や授業デザイン、実践の指針としている点である。

表2 数理科学的意思決定力に関する授業デザインの原則

原則1 [問題状況に関する原則] :

現実的な問題解決となるように、オープンエンドで実生活の問題を取りあげる。

原則2 [授業目標に関する原則] :

各授業において育成するプロセス能力や数学的-社会的価値認識力を「授業デザインのためのフレームワーク」に基づいて明確にする。

原則3 [数理科学的選択肢に関する原則] :

数理科学的意思決定の判断指標となるような「数理科学的選択肢」の設定過程を重視する。

原則4 [社会的相互作用に関する原則] :

小グループやペアーによる問題解決、教室での合意形成をできるだけ取り入れる。

原則5 [評価に関する原則] :

児童・生徒の活動や授業を「授業デザインのためのフレームワーク」に基づいて評価し、授業改善や新たな授業のデザインのための示唆を導出する。

原則1にもあるように、本研究では、現実的な問題解決という視座から、教材開発や授業デザインにこだわっている。算数・数学科で取りあげられる問題の多くでは、「現実的な問題」といっても、その現実性は擬似現実的であったり、結論がクローズドで、解決方法も限定的な場合が多い。こうした現状をふまえつつ、BMで開発された教材など、先行

研究における教材も参考にしながら、真の現実性を有し、オープンエンドな教材の開発を可能な限り目標としている。

原則2は、前述のように、授業デザインにあたっては、フレームワークに基づいて、当該の授業で育成する下位能力や授業の目標を予め具体化することを意味する。このことによって、教材や授業のポイントの明確化をねらった。

原則3について、本研究では、数理科学的論拠を反映した評価式などの判断指標を「数理科学的選択肢」とよんでいる。数理科学的選択肢とは、当該の問題解決の文脈において、意思決定の拠り所となる判断指標を意味する。授業では、児童・生徒が合理的かつ適切な数理科学的選択肢を自ら設定し、それをもとに一定の意思決定を行い、合意形成を図る過程をきわめて重視している〔具体例としては、櫻井（2015）を参照〕。原則3はこうした授業デザインの基本方針を反映したものである。

原則4は、フレームワークの右側に配置されている「他者との相互作用」に関する活用原則である。構成主義や社会文化主義、相互作用主義といった各種の認識論では、算数・数学学習における児童・生徒どうしの社会的相互作用の重要性が指摘されている。こうした認識論的研究の知見をふまえ、本研究の授業実践でも、数理科学的選択肢の設定・選択や、それに基づく意思決定、合意形成など、授業の重要な局面において、小グループやペアー、教室全体における社会的相互作用を積極的に活用することとしている。

原則5は、児童・生徒の5つのプロセス能力や数学的・社会的価値認識力の変容をフレームワークに基づいて評価し、その評価結果を授業改善にフィードバックすることを指す。意思決定力を育成する授業のデザインにあたっては、以上のような5つの授業原則を指針としながら、育成すべき能力や授業のねらいを明確化するとともに、教授・学習過程や評価のポイントなどを検討することとしている。

②の数理科学的意思決定力の評価については、上述の原則5が基本となる。その充実のために、本研究では、アンケートを別途に開発し、能力群の変容を分析するための基礎資料とすることとした。このアンケートには、「小学校用」と「中・高等学校用」の2種類がある。また、それぞれには、「アンケートA」と「アンケートB」の2種類がある。アンケートAは、当該の問題を扱う授業の最終時に実施するものである。アンケートBは、最終時以外の授業において実施するものである。

表3は、その一例であり、小学校用の「アンケートA」である。項目1の(1)～(6)は、5つのプロセス能力と数学的・社会的価値認識力に関する評価項目である。具体的な対応は、表3に示す通りである。また、(7)は、情意面に関する評価項目である。さらに、(8)、(9)は、数学観の変容に関する評価項目である。アンケートAとアンケートBの違いは、項目1の(8)と(9)、項目2の有無である。授業実践全体を通じた能力群の変容をみるために、アンケートAでは、項目1の(1)～(7)に加えて、これらの項目が追加されている。中・高等学校用のアンケートの趣旨や構造も、小学校用と同様である。

表3 小学校用「アンケートA」

1. 今日の算数の授業についておたずねします。次の(1)～(9)について、あなたの考えにもっとも近いものをア～エの中から1つ選び、○でかこんでください。〔選択肢は略〕

(1) 今日の授業では、算数を使って問題を解こうとしました。 <数学的定式化>

- (2) 今日の授業では、自分の意見や考えをしっかりと持ちました。 <数学的推論・分析>
- (3) 今日の授業では、自分の意見や考えを、言葉や数、式、図、表、グラフなどに表しました。
<数学的表現>
- (4) 今日の授業では、自分の意見や考えを、友だちに言いました。 <数学的コミュニケーション>
- (5) 今日の授業では、友だちの意見や考えを聞いて、自分の意見や考えと比べたり変えたりしました。 <数学的 - 社会的価値認識力>
- (6) 今日の授業では、みんなで話し合いながら考えたり決めたりしたことで、最初の問題をよりよく理解することができました。 <解釈・評価>
- (7) 今日の授業は楽しかったです。
- (8) 今日の授業のように、みんなで考えたり決めたりする授業をまた受けてみたいです。
- (9) 今日の授業のように、みんなで考えたり決めたりする学習は、将来、役立ちます。
2. 今日の授業をこれまで受けてきた算数の授業とくらべたとき、違うところがありましたか。□のなかの「ある」か「ない」を○でかこみ、「ある」場合には、あなたが違うと思ったことを書いてください。[回答欄略]
3. 今日の授業で、あなたはどのようなことを学びましたか。自由に書いてください。[回答欄略]
- 【注】1について、4つの選択肢は、「ア とても思う」、「イ 思う」、「ウ あまり思わない」、「エ まったく思わない」である。

2.4 「フレームワーク」及び「授業原則」に基づく授業と評価の実際

(1) 「親しみやすいキャラクターを作ろう」の概要

①本授業の背景

本授業は、当該校で実際に推進された「歯の健康づくり」というテーマを取りあげ、デザインされたものである(柴田, 2015)。当該校では、歯の健康づくりのための取り組みの一環として、「よい歯バッジ」(以下「バッジ」、図2を参照)を作成しており、虫歯のない児童や治療した児童にバッジを配布することになっている。2015年度より、バッジのデザインを一新することになり、全校投票によって、バッジの新デザインを決めることになった。こうした状況をうけ、当該学級でも、全校児童から「より親しみやすい」と評価されるバッジのデザイン案を作成することになった。



図2 よい歯バッジ (例)

②教材の特徴

本授業の教材は、Yamashita, Nishimura & Suzuki (2014) によって提案された理論的枠組み及び教材をもとに開発されたものである。本授業において、児童は、図2のような顔を実際に描き、できるだけ親しみやすいバッジを作成する活動に取り組む。その後、より親しみやすいバッジを選定する過程を通じて、「親しみやすい」それ自体を徐々に考察の対象としていくことになる。

このような活動の本質は、「親しみやすさ」をいかに客観的に判断するかということにある。本研究の用語でいえば、「親しみやすい」に関する数理科学的選択肢の設定のあり方が要になる。つまり、何らかの数量化の指標によって、「親しみやすい」という形容詞表現をメタ的に考察することが本教材における活動の本質である。このことについて、上述の先行研究では、目の位置や顔の輪郭など、「親しみやすい」や「かわいらしい」を判断するための要因を抽出し、それらを「特性要因図」によって考察する活動の意義が指摘されている。

こうした「親しみやすい」という形容詞表現の数量化の考えは、例えば、「長い」や「短い」という表現を「単位のいくつ分」によって数量化する測定の考えに通じるものがある。「量と測定」領域において様々に培った「数量化の考え」が、算数科という教科の枠をこえて、実生活の問題解決に類比的に活用され得る点に本教材の特徴や教育的価値がある²⁾。

③授業の概要

本授業は、東京都内の公立小学校の第6学年児童32名（男子16名、女子16名）を対象に2015年2月に実施された。授業者は当該校に勤務する教諭であり、本科学研究のメンバーである。授業は、計4単位時間（1単位時間は45分）にわたって計画、実践された。

授業にあたっては、稿末のフレームワークをもとに、4単位時間全体に関するフレームワークが作成されている。特に、本授業では、「プロセス能力と授業の目標」が次のように設定されており、B1（数学的定式化）とB2（数学的表現）の2つに焦点が当てられている。そのB1とB2に関するフレームワークは表4の通りである。

B1：数学的定式化と B2：数学的表現に重点を置く。特に次の2点を評価する。
 ①データを取り、根拠を持って説明することができる。
 ②問題解決基本3フェーズ³⁾を通して、調査の方法を考え、得られたデータについて推論・分析できる。

表4 本授業に関するフレームワークの一部 [B1 および B2 を抜粋] (柴田, 2015)

	自己内			他者との相互作用 $\alpha \sim \gamma$
	相1 自己限定的	相2 多様性の萌芽	相3 社会的	
B1： 数学的 定式化	指示された「目の位置」に着目して、より親しみやすいキャラクターに改善する方法を考察する。	「目」「鼻」「口」など自分なりの視点を設定し、その視点から、より親しみやすいキャラクターに改善する方法を考察する。	振り返りで他者の視点を取り入れて、「目」「鼻」「口」以外にも新たな視点から、より親しみやすいキャラクターに改善する方法を考察する。	他者がどのような視点を設定し、より親しみやすいキャラクターに改善する方法を考察したかを理解する。
B2： 数学的 表現	ヒストグラムや代表値の中から指示された統計的表現によって、キャラクターを改善する過程や方法、結果を表現する。	ヒストグラムや代表値の中から自分なりの統計的表現を選択し、キャラクターを改善する過程や方法、結果を表現する。	ヒストグラムや代表値の中から妥当な統計的表現を用いて工夫・洗練し、キャラクターを改善する過程や方法、結果を表現する。	他者の統計的な表現方法を通じて、相手のキャラクターを改善する過程や方法、結果を理解する。

(2) 授業の実際

ここでは、計4単位時間の一連の授業のうち、第2時〔実施日：2015年2月19日（木）第6校時〕を中心に考察する。なぜなら、第2時では、「親しみやすい」という形容詞表現に関する数理科学的選択肢の検討をめぐる活動が活発に行われていたからである。なお、以下では、第2時の前提となっている第1時とともに、授業の概要を報告しておきたい。

①第1時

導入では、当該校の養護教諭から、バッジの新デザインの募集に関する話題提供がなされ、「親しみやすいキャラクターをつくろう」という「めあて」が設定された。その後、教師が、「原作版」と「日本版」の2種類のムーミンの絵を示し、「日本版」に親しみを感じる理由を考えさせた。このことによって、児童たちは、「親しみやすい」や「かわいい」といった表現の曖昧さを徐々に認識するようになった。加えて、そうした形容詞表現が、目の位置や顔の輪郭などの要因に影響していることにも徐々に気づき始めた。その後、教室内での社会的相互作用を通じて、「目の位置が親しみやすさの鍵になる」という仮説を立てるに至った。そして、終末では、その仮説を検証するために、目の位置を様々に変えたバッジを班ごとに作成し、それらを比較検討することになった。その上で、最も親しみやすいと思うバッジを選定するために、アンケートを実施した。

②第2時

第1時をうけ、導入では、「親しみやすい目の位置をはっきりさせる」という「めあて」が確認された。次に、「アンケートをどうしたらよいか」と教師が発問し、ワークシートにそって、「めあて」を達成するための「計画」を議論した。児童たちからは、例えば、「多くのアンケートをとり、詳しい結果を求める」、「目の位置を線対称にするなどの工夫をする」といった意見が出された。そして、班ごとにアンケートのとり方を議論した後、教室内でアンケートを再度行うことになった。その後、「どのような方法で、このアンケートを調べていくか」と教師が発問し、「具体的な方法」も議論された。議論の結果、「選んだ人数の割合で比べる」、「帯グラフなどで表す」などの意見が発表された。こうした意見をふまえ、教師が、柱状グラフや帯グラフ、円グラフなどの各グラフ用紙を示し、それらを用いて考察してよい旨の説明を行った。

児童たちは、約14分間にわたって、班ごとに議論を行った。その後、教師は、本時の時点において、最も親しみやすいと思う目の位置をワークシートの「結論」欄に記入するよう指示した。最後に、次時（第3時）では、各班で考えた親しみやすいバッジを発表し、議論することとした。

(3) 授業に関する考察

表5は、第2時の最後に実施したアンケートBの項目1の結果である。表3に示すように、項目1の(1)から(6)が、5つのプロセス能力と数学的・社会的価値認識力の評価項目に対応する。これらの項目について、アおよびイを選択した児童の割合をみると、(5)を除くすべての項目において、その割合が80%以上となっている。特に、本授業において焦点が当てられていたB1（数学的定式化）とB2（数学的表現）に注目してみると、B1に対応する(1)においてアおよびイを選択した児童の割合は83.3%であった。また、B2に対応する(3)のそれは90.0%であった。また、情意面の評価項目である(7)について

は、96.7%の児童がアまたはイを選択しており、本授業が児童にとって興味深いものであったことがわかる。以上の結果を総合すると、少なくとも、自己評価においては、本授業が意思決定力の育成にとって有効であったといえる。なお、80%を唯一下回った(5)は、C(数学的・社会的価値認識力)に対応する項目である。76.7%という(5)の割合も決して低いとはいえないが、自分の考えや価値観を他者のそれと比較する能力において指導の余地があるといえる。

表5 アンケートBの1の結果 (N=30, 単位:人)

	ア	イ	ウ	エ
(1)	17	8	5	0
(2)	16	13	1	0
(3)	19	8	3	0
(4)	14	12	4	0
(5)	14	9	7	0
(6)	16	14	0	0
(7)	23	6	1	0

[注] ア:とても思う, イ:思う, ウ:あまり思わない, エ:まったく思わない

一方、表4のフレームワークの視座から、授業を検討してみよう。図3のように、多くの児童が、目の位置に注目しながら、自分なりの指標によって「親しみやすさ」を数量化していた。また、各班における社会的相互作用を通じて、他者の数量化の視点や方法を知り、自己のそれらを改善しようとしていた。その意味で、B1(数学的定式化)については、第2時の時点において、多くの児童が、相2あるいは相3に既に達していたと評価できる。

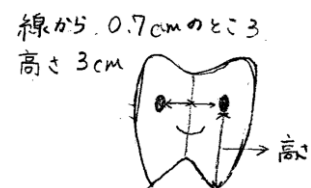


図3 児童Aの結論 (ワークシートより)

B2(数学的表現)についても、図4のように、多くの児童が、目の位置に関するアンケート結果を統計グラフによつて的確に表現していた。アンケートの自由記述をみても、第2時で学んだこととして、多くの児童が、帯グラフや百分率の利用によつてアンケート結果を的確に表現できる、と記述している。いくつかの統計的表現が教師から提示されたため、統計的表現を吟味、洗練する活動は少なかったが、多くの児童が少なくとも相2に達していたと評価することができる。

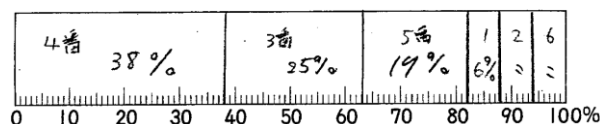


図4 児童Bの集計結果 (ワークシートより)

一方、授業の課題も浮き彫りになった。本授業の本質は、「a:親しみやすさを数量化すること」と、「b:統計的表現によつて、アンケート結果を適切に表現すること」の2つのねらいにある。aが究極的な目標であることを教師は十分に認識していたものの、第2時ではaとbに関する活動が同時並行で展開されていた。その結果、授業の各局面にお

ける両者の位置づけが曖昧になっていた。実際、導入後の「計画」と「具体的な方法」に関する議論において、aとbの両方に関する意見が発表され、混在していた。また、ワークシートにおいても、aとbの両方に関するものが混在して記述されていた。例えば、ワークシートの「自分たちの考え（図・表・言葉・式など）」の欄には、図4のような統計グラフを記述した児童がいる一方で、図5のように、親しみやすい目の位置の数量化に関する記述をしていた児童もいた。前者はbに関する記述であるのに対し、後者はaに関する記述である。

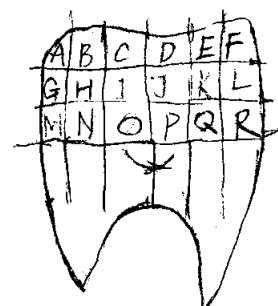


図5 児童Cによる目の位置の数量化に関する記述（ワークシートより）

以上のことから、第2時の「計画」や「具体的な方法」に関する議論の段階、また、その後の授業の各局面において、aとbの視座から、児童の活動や意見を適切に整理し体系化することが授業改善のポイントになる、と考える。このことは、表4のフレームワークの記述の改善にも通じるものである。つまり、B1やB2の各相の記述には「方法」という用語が多用されているが、この「方法」には、aとbの二重の意味が込められている。それ故、フレームワークの作成の段階で、「方法」という用語の意味の二重性を意識し、授業におけるそれらの位置づけを予め十分に検討しておくことが肝要になる。

2.5 本章のまとめと今後の課題

本章では、本研究が意図する意思決定力の中核となるプロセス能力と数学的・社会的価値認識力に関するフレームワークを提案した。その全体像は稿末の「資料」になる。加えて、フレームワークを基盤とした「意思決定力に関する授業デザインの原則」として、5つの授業原則を提起した。「親しみやすいキャラクターを作ろう」に関する授業実践について考察したように、意思決定力に関するフレームワークは、授業デザインのための指標として、また、児童の活動や授業の適否を評価するための指標として、一定程度、機能することが確認できた。

今後の課題としては、次の3点を指摘することができる。第一は、フレームワークの具体化のあり方、つまり、個々の教材や授業にそったフレームワークの作成のあり方をさらに精緻化することである。第二は、プロセス能力や数学的・社会的価値認識力に関する評価方法の充実があげられる。第三は、意思決定力を育成するための新たな教材や授業の開発である。今後の研究では、これら3つの課題に取り組む必要があると考えている。

[付記]

本章は、日本数学教育学会春期研究大会における下記の2編の口頭発表を再編し、加筆修正したものである。

たく m

注

- 1) 稿末に示したフレームワークは、授業実践やその考察を通じて改善された最終版になる。そのため、本報告書の第4章に収められている実践報告とその考察では、フレームワークの一部の表記が、旧版の表記になっている場合がある。
- 2) 後述するように、本事例では、目の位置の表し方に焦点が当たり、位置の表し方の考えに通じる考えが表出された(図3や図5参照)。
- 3) 3段階は次の通りである。Ⅰ：現象把握，Ⅱ：因果探求，Ⅲ：対策実行。

引用・参考文献

- Bowland Charitable Trust (2008). *Bowland maths: An imaginative resource for teaching mathematics key stage 3*. (DVD マニュアル) .
- 中央教育審議会初等中等教育部会教育課程企画特別部会 (2015) . 「論点整理」 (http://www.mext.go.jp/b_menu/shingi/chukyo/chukyo3/053/sonota/1361117.htm, 2016年2月現在) .
- 飯田慎司・山下昭・隅正幸・小森晃 (1994) . 「算数学習におけるオープンエンドの問題による価値認識に関する研究(1) : 研究の概略と第1次報告」. 九州数学教育学会. 『九州数学教育学研究』, 第1号, pp.32-43.
- 小橋康章 (1988) . 『認知科学選書 18 決定を支援する』. 東京大学出版会.
- 國宗進 (2007) . 「第4章 算数・数学の力の水準」, 長崎栄三・滝井章編著. 『算数の力: 数学的な考え方を乗り越えて』. 東洋館出版社. pp.62-73.
- 長崎栄三・滝井章編著 (2007) . 『算数の力: 数学的な考え方を乗り越えて』. 東洋館出版社.
- NCTM (2000). *Principles and standards for school mathematics*, Reston,VA: NCTM.
- 西村圭一・山口武志・清水宏幸・本田千春 (2011) . 「数学教育におけるプロセス能力育成のための教材と評価に関する研究—イギリス『ポーランド数学 (Bowland Maths.)』の考察—」. 日本数学教育学会. 『数学教育』. 第93巻・第9号. pp.2-12.
- QCA (2007a). *Mathematics: Programme of study for key stage 3 and attainment targets*.
- QCA (2007b). *Mathematics: Programme of study for key stage 4*.
- 佐伯胖 (1980) . 『「きめ方」の論理—社会的決定理論への招待—』. 東京大学出版会.
- 櫻井順矢 (2015) . 「数理科学的意思決定の過程を重視した授業に関する研究—「バスケットボールの選手を選ぼう」を例にして—」. 日本数学教育学会. 『数学教育』. 第97巻・第5号. pp.2-10.
- 柴田奈緒子 (2015) . 「第6学年・算数科学習指導案: 親しみやすいキャラクターを作ろう」 (2月19日実施) .
- 竹村和久 (1996) . 「第4章 意思決定とその支援」. 市川伸一編. 『認知心理学4 思考』. 東京大学出版会. pp.81-105.
- Yamashita, M., Nishimura, K. & Suzuki, K. (2014). Three basic phases for problem solving and case studies. *Proceedings of international conference on quality 2014 in Tokyo(ICQ'14 Tokyo)*. pp.985-996.

[資料] 数理科学的意思決定力に関する授業デザインのためのフレームワーク

	定義	自己内			他者との相互作用 相 $\alpha \sim \gamma$
		相1 自己限定的 (individual)	相2 多様性の萌芽 (beginning of diversity)	相3 社会的 (social)	
B1: 数学的定式化 Formulating	現実世界の問題を「数学の問題」に翻訳する(直す)能力	特定の視点にそって、現実世界の問題を「数学の問題」に翻訳する。	異なる視点を設定し、その視点から、現実世界の問題を「数学の問題」に翻訳する。	多様な視点を設定し、それぞれの視点から、現実世界の問題を「数学の問題」に翻訳する。	他者がどのような視点を設定し、現実世界の問題を「数学の問題」に翻訳したかを理解する。
B2: 数学的表現 Representing	数学的な表現方法によって、意思決定の過程や方法、結果を表現する能力	特定の数学的表現方法によって、意思決定の過程や方法、結果を表現する。	異なる数学的表現方法も検討しながら、意思決定の過程や方法、結果を表現する。	問題や目的に応じて、妥当な数学的表現方法を工夫・洗練し、意思決定の過程や方法、結果を表現する。	他者の数学的表現方法を通じて、相手の意思決定の過程や方法、結果を理解する。
B3: 数学的推論・分析 Analyzing	数学的手続きや考え方に基ついて、推論をしたり、問題の構造を分析したりする能力	特定の数学的手続きや考え方にそって、推論をしたり、問題の構造を分析したりする。	異なる視座から、自分なりの数学的手続きや考え方を吟味しながら、推論をしたり、問題の構造を分析したりする。	数学的手続きや考え方を自分で工夫したり、作り出したりしながら、推論をしたり、問題の構造を分析したりする。	他者の数学的手続きや考え方を理解し、その視点に沿って推論をしたり、問題の構造を分析したりする。
B4: 解釈・評価 Interpreting & Validating	もとの現実世界の問題に照らし合わせて、意思決定の過程や方法、結果を解釈し、それらの妥当性を評価する能力	もとの現実世界の問題に照らし合わせて、自分自身の意思決定の過程や方法、結果を解釈する。	もとの現実世界の問題に照らし合わせて、自分自身の意思決定の過程や方法、結果を解釈し、それらの妥当性を評価する。	もとの現実世界の問題に照らし合わせて、自分自身の意思決定の過程や方法、結果を解釈し、必要があれば、より妥当性を高めるための修正を行う。	別のアプローチによる意思決定の過程や方法、結果とも対比しながら、類似点や相違点を比較・検討し、評価する。
B5: 数学的コミュニケーション Mathematical communicating	意思決定の過程や方法、結果を伝え合う能力	意思決定の過程や方法、結果を自己限定的な言語・表現で伝え合う。	意思決定の過程や方法、結果について、他者(一般)を意識した言語・表現で伝え合う。	意思決定の過程や方法、結果を相手(特定)の理解状況に応じた言語・表現を選択し伝え合う。	他者の意思決定の過程や方法、結果を理解し、自己のそれと比較・検討し、練り上げる。
C: 数学的・社会的 価値認識力 Realizing mathematical and social value	数学的・社会的価値観に基ついて意思決定を行う能力	特定の数学的・社会的価値観にそって、意思決定を行う。	異なる数学的・社会的価値観をふまえて、意思決定を行う。	複数の数学的・社会的価値観を取り入れて、意思決定を行う。	他者による新規の数学的・社会的価値観に基づく意思決定を受け入れ、それらと比較・検討し、妥当な意思決定を行う。

第3章 数理科学的意思決定力を育成する授業に用いる教材の開発

清野辰彦・青山和裕

本章の目的は、数理科学的意思決定力を育成する授業において用いる教材を開発する観点を明確にするとともに、その観点が表している意味について、具体的に検討することである。

3.1 数理科学的意思決定力を育成する教材を開発するための観点

本研究では、数理科学的意思決定を、「意思決定を要する現実世界の問題を数学的に定式化し、数学的处理を施し、数学的結果を得る過程を辿り、複数の選択肢を創出した上で、その中から、根拠を明確にしながらか合意形成を図り、何らかの決定を行うこと」と定義している。それゆえ、数理科学的意思決定力を育成するためには、定義の中に記述されている活動を経験できる教材を開発することが必要となる。そこで、数理科学的意思決定の定義を分析的に捉え、教材開発をする際に、考慮に入れるべき観点を抽出することから始める。

数理科学的意思決定の定義を細分化してみると、まず、「意思決定を要する現実世界の問題」という、考察する問題について述べられている。現実世界の問題といっても、どのような状況の問題を扱うのか、問題はどのような特性を有するべきなのかについて熟慮することが重要である。この観点を「(ア) 問題状況」とする。次に、この問題に対して、以下の3つの活動が記述されている。

- ・「数学的に定式化し、数学的处理を施し、数学的結果を得る過程を辿る」
- ・「複数の選択肢を創出する」
- ・「根拠を明確にしながらか合意形成を図り、何らかの決定を行う」

1つ目は、数学的モデル化の視点を基盤にした「プロセス」に関連する観点である。この観点を「(イ) プロセス」とする。なお、「(イ) プロセス」は、第2章において考察している「プロセス能力」に関係する。2つ目は、意思決定を行う際に、選択肢を創出するかどうかに関連する観点である。この観点を「(ウ) 選択肢の創出」とする。3つ目は、合意形成に関連する観点である。合意形成するにあたっては、合意形成をする必要性を認識させるとともに、根拠を明確にしながらか合意形成を行う際の適度な困難性を認識させることが重要である。この観点を「(エ) 合意形成」とする。また合意形成をするためには、様々な価値観を表出し、その価値観を考慮に入れながらか考察する必要がある。この観点を「(オ) 数学的・社会的価値」とする。なお、「数学的・社会的価値」は、第2章において考察している「数学的・社会的価値認識力」に関係する。

上記に挙げた5つの観点を整理すると、図1になる。

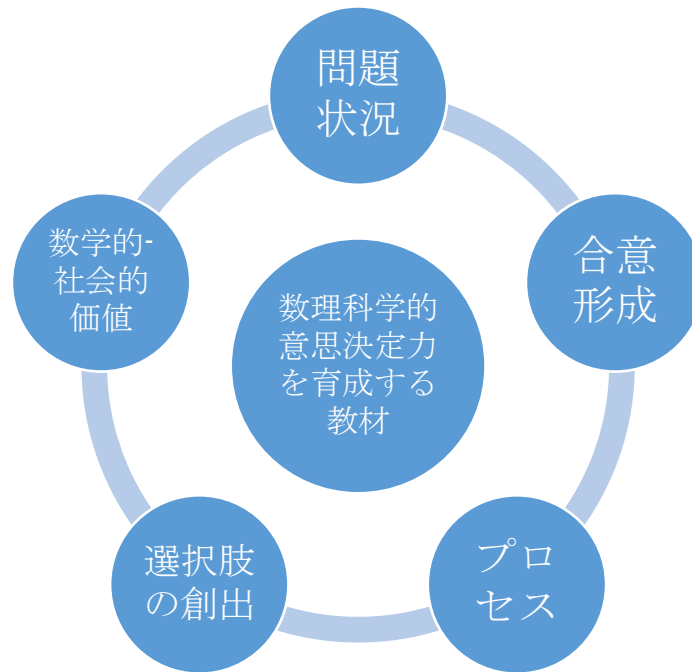


図1 数理科学的意思決定力を育成する教材の開発において考慮に入れる観点

以下では，抽出した5つの観点の意味について詳述する。

3.2 数理科学的意思決定力を育成する教材を開発するための観点の具体的検討

(1) 問題の状況

我々は，日常生活の中で，状況を把握し，その状況に応じて適切であると判断した意思決定を行っている。だが，この意思決定の多くは，主観的，直観的な意思決定であり，数理的に導かれた根拠に基づいた意思決定であることは少ない。日常生活での判断は，他者と合意形成をしなくても，自己の判断で事足りる場合の方が多く，数理科学的意思決定を行わなくても済んでしまうからである。

だが，判断を下す必要がある意思決定者の状況や立場が変わると，合意形成の必要性が高まり，数理的な意思決定が重要になってくることがある。例えば，学校の教員という状況下，会社員という状況下，あるいは，国内の政策決定者という立場，国家間の契約を決定する立場といったように，状況や立場が変化すると，関わりのある集団が拡大するため，客観的，論理的な意思決定が必要になってくる。

この「状況」という概念に関して，示唆的であるのは，PISA (Programme for International Student Assessment) (国立教育政策研究所，2004) の次の分類である¹⁾。

「『私的』：生徒の日々の活動に直接関係する文脈，『教育的』：生徒の学校生活に現れるような文脈，『職業的』：職業の場面に現れるような文脈，『公共的』：生徒が生活する地域社会における文脈，『科学的』：より抽象的な文脈で，技術的な過程，理論的な場面，明らかに数学的な問題についての理解に関連する。ここには，数学の授業でよく直面するような数学そのものである『数学内的』文脈も含まれる」(p.34)

PISA では、上記のように、状況と児童・生徒との「距離」、並びに「数学の記号や構造が現れる程度」(p.34)によって、状況を分類している。本研究では、数理的に導かれた根拠に基づきながら、合意形成を行い、意思決定する力の育成を狙っている。この合意形成という活動が顕著に現れ、そして困難な場面となる典型は、国際的な問題に関する状況においてであろう。それ故、本研究では、「国際的」という状況を加え、次の6つに分類される状況を想定しながら、教材開発を考えていく。

表1 教材に反映させる問題状況の分類

A. 問題状況
A1: 私的…生徒の日々の活動に直接関係する文脈
A2: 教育的…学校生活に現れるような文脈
A3: 職業的…職業の場面に現れるような文脈
A4: 公共的…生活する地域社会における文脈
A5: 国際的…国際社会における文脈
A6: 科学的…科学に関連する文脈

「国際的」に分類される教材例(西村他, 2012)を以下に示す。なお、本教材は、Bowland Maths.の教材「Water Availability」を改良したものである。

あなたに、国際支援機関から、水不足に悩むアルジェリア、ヨルダン、トルコの3か国へ「水」を公平に分配するという任務が与えられた。どのように分配すればよいだろうか。

国	人口 (百万人)	農業における経 済活動人口(万人)	面積 (km ²)	耕地面積 (km ²)	1年間に利用可 能な水 (km ³)
アルジェリア	35	316	2,381,740	84,350	12
ヨルダン	6	12	89,320	2,830	1
トルコ	72	817	783,560	242,940	214

図2 「国際的」に分類される教材例

表1で示されるような授業で扱う問題の背景にあたる状況を拡大することは、児童・生徒にとって、自分たちが日々直面している世界とは、かけ離れた世界の問題について考えることが多くなることを意味している。それゆえ、授業において提示された問題を自分にとって関係のない問題として捉えてしまう児童・生徒を多く生み出してしまう可能性がある。そのため、教師は、児童・生徒に問題意識を持たせ、その問題意識を持続させる手立てを講じる必要がある。

(2) 合意形成

本研究では、根拠を明確にしながら合意形成を図り、何らかの決定を行うことを目指している。その際、合意形成は目的としての側面だけでなく、方法としての側面も持っていることに注意したい。合意形成をする過程では、根拠を明確にすることの必

要性が自覚され、その根拠の追究が行われたり、あるいは他者に自分の考えを明瞭に伝えるための表現方法が洗練されたりといった努力がなされる。この過程には、形式陶冶の視点から見て、価値が見出される。それ故、合意形成は目指すものの、必ずしも合意形成されなければならないと考えてはおらず、合意形成をしようとする過程が重要であると考えている。

上記のように考えているため、教材を開発する際には、容易に合意形成がなされてしまう文脈ではなく、合意形成に適度な困難性が有するような文脈を設定する。以下に、具体的な問題（櫻井，2015）を用いて、その意味を説明する。

図3の問題において生徒は、身長、得点数、監督による6つの評価項目を基に、選手を選抜する。つまり、質的データと量的データが複数与えられた状況で判断することが求められている。これらの項目から判定する一般的な方法はなく、生徒は方法を独自に生み出す必要がある。

武田中学校のバスケットボール部は、部員数8名で活動している。次の大会に向けて、監督は8名のうち、試合に出る5名を選出し、残りの3名を控え選手としなければならない。

下の表は、各選手の身長、最近1か月の練習試合でその選手が決めた得点の合計、および、監督による評価をまとめたものである。選手を選んだ理由については、後日、選手の保護者の前で説明しなければならない。そこで、監督は下の表にもとづいて選手を選ぶことにした。②、③、⑥の3名を選んだところで、あと2名を誰にするか決めかねている。あなたが監督であるとして、選手①～⑧のうち、どの2名を選手にするか①～⑧の記号で答えなさい。また、その2名の選手を選んだ理由について、保護者の前でどのように説明するか、実際に説明しなさい。

選手	身長 (cm)	得点 (点)	監督による評価(A:優れている, B:ふつう, C:やや劣る)					
			スピード	スタミナ	シュートのうまさ	ディフェンス	ミスの少なさ	部活動出席率
①	175	4	C	B	B	B	A	A
②	172	10	A	B	B	A	B	A
③	164	18	B	B	A	B	A	A
④	161	8	C	A	C	A	B	A
⑤	156	20	A	A	A	C	B	C
⑥	150	24	A	B	A	A	A	B
⑦	146	8	A	B	C	A	A	A
⑧	138	14	A	C	A	B	B	B

図3 バスケットボールの選手選考の問題

本問題では、合意形成に適度な困難性を生み出すために、分析するデータの中に、量的データと質的データの両方を含めるとともに、「部活動出席率」という要素を含めている。量的データと質的データの両方が含まれることによって、数学的処理に多様性が生まれる。また、「部活動出席率」は、部活動に取り組む真剣さを表す1つの指標でもあり、選抜する際の価値観を揺さぶる役割を果たす。これらが、合意形成するために、正対する必然性を生み出すと考えられる。

一方、「保護者への説明」という制約を設けることによって、根拠を明確にし、第三者に対して説得力のある形で選抜しなければならないことを意識させている。この第三者への説得も、合意形成の適度な困難性を生み出す役割を担っている。合意形成

の適度な困難性を生み出す「しかけ」の設定は、対立・葛藤を生み出す「しかけ」の設定として、考えることもできる。

(3) プロセス

児童・生徒が問題を考察し、数理科学的意味決定を行う場合、どのようなプロセスが想定されるのか。この点を吟味しながら、教材を開発する必要がある。

一方、プロセスとともに、第2章において記述した、以下のプロセス能力も考慮に入れ、検討する必要がある。

表2 数理科学的意味決定力に関する「プロセス能力」

B1: 数学的定式化: 現実世界の問題を「数学の問題」に翻訳する(直す)能力
B2: 数学的表現: 数学的な表現方法によって、意味決定の過程や方法、結果を表現する能力
B3: 数学的推論・分析: 数学的手続きや考え方に基づいて、推論をしたり、問題の構造を分析したりする能力
B4: 解釈・評価: もとの現実世界の問題に照らし合わせて、意味決定の過程や方法、結果を解釈し、それらの妥当性を評価する能力
B5: 数学的コミュニケーション: 意味決定の過程や方法、結果を伝え合う能力

上記の「数学的定式化」「数学的表現」「数学的推論・分析」「解釈・評価」「数学的コミュニケーション」のうち、どのプロセスを辿らせ、どのような能力を育成しようと意図しているのか。また、その具体的な活動は何か。これらについて何度も問い、検討しながら、教材が開発されていく。

以下では、先の「バスケットボールの選手選考の問題」を例に、明確化されたプロセスを具体的に記述する。

B1: 数学的定式化

バスケットボールに限らず、スポーツにおいて選手を選考する根拠となる要素は多岐にわたり、どの要素を判断材料とするかは難しい問題である。さらに、1つ1つの要素に対する評価の妥当性も問われよう。そこには、選手を選考する側の人間が、どのような方針(価値観)をもっているのかが大きく関わってくる。例えば、バスケットボールでは、シュートやパスのうまさやスピード、ジャンプ力、スタミナなどは大切である。しかし、どんなに技術があっても、ミスのない安定したプレイができるかという視点も重要である。また、ここぞというときの勝負強さも重要視されている。

こうした点を考慮に入れ、本問題では、「総合力の高い選手を見つけ出そう」、「すでに決まっている3名に足りない点を補う選手を見つけ出そう」というように、各々の方針(価値観)に基づいて定式化を行いながら取り組んでいくことになる。

B2: 数学的表現

本問題では、「保護者への説明」という状況から、公平・公正な考えが求められる。そのため、すべての要素を考慮に入れて数値化したり、根拠を明確にして、いくつか

の要素に限定して数値化したりするなど、さまざまな方法で考え、表現することが期待できる。

具体的に言えば、監督による評価項目の A, B, C をどのように扱うかが最初の着眼点になる。例えば A を 3 点, B を 2 点, C を 1 点として割り当てることで、各選手の総合得点を簡単に求めることができる。他にも A を 4 点, B を 2 点, C を 1 点とすれば、「A」に一層の重み付けをした数値化となる。量的データである身長や得点についても、170 cm 以上は 3 点などといった数値を割り当てることが考えられる。

B3：数学的推論・分析

B2 における数値化を進めることで、問題の構造が次第に把握できてくる。例えば、A, B, C を 3, 2, 1 点のように均等に割り当てをした場合には、B が 2 つであることと A と C が 1 つずつであることが同価値に評価されることとなり、長所や欠点がとらえられなくなることが見えてくる。これらの分析を経て、自分が選手を選ぶ際に重視したい項目を定め、それをどのように数値に反映していけばよいのかを考えることになる。

B4：解釈・評価

自分なりの数値化や重み付けを行い、2 人の選手が決まってから、実際にその 2 人で適切であるのかを振り返る部分が解釈・評価にあたる。この問題では、上述の B2 や B3 のプロセスと並行して行われることが多いと思われる。すでに選ばれている 3 名の選手が、得点力が高く、シュートも上手なオフェンシブな選手であり、かつスタミナに欠ける点があることに気が付けば、よりディフェンシブでスタミナのある選手を起用しようという考えも生まれてくる。

B5：数学的コミュニケーション

本問題における「保護者への説明」が、数学的コミュニケーションに強く結びついている。自分たちが、どの項目に重きを置いて選手を比較したのかを明確にして他者に伝えなければならない。

具体的には、主として次の 2 点が議論やコミュニケーションの対象となりえる。

(ア) 重きを置いた項目とその妥当性

(イ) 重み付けの仕方とその妥当性

(ア) は、例えば部活動の出席率を重視することの妥当性が対象となる。出席率は部員同士のチームワークや本人の今後の成長にも影響するから他の項目よりも重視すべきであるといった議論が予想される。(イ) は、出席率の評価を 2 倍換算にするのか 3 倍換算にするのかといった重み付けの仕方に関する議論である。

教材開発において、上記のような各プロセスにおける具体的な活動の明確化は、不可欠な作業である。また、この作業は、これまで行われてきた数学的概念の教材開発では見られない特徴的な作業となる。

また、指標について付言しておきたい。本研究では、「B2：数学的表現」において、指標をつくり、意思決定する力の育成も期待している。これまでの学校数学では、指標を作成するという機会は、ほとんどなかった。多数の資料から、重要な要素を抽出

し、その要素間の関係を構築し、資料を代表する基準を設定する能力は、これからの社会で活躍する児童・生徒にとって、必要な能力であると考え。よって、指標づくりを重視した教材の開発も進めていきたいと考えている。ここで、指標を作ることによって、意思決定をする1つの例を示す²⁾

コンビニエンスストア S 店では、3種類のランチ弁当を特別販売することにした。この3種類のランチ弁当の企画に関しては、S店のアルバイト店員3人（Aさん、Bさん、Cさん）にそれぞれアイデアを出させた。

Aランチ、Bランチ、Cランチの弁当は、1個あたりそれぞれ400円、500円、600円で設定された。販売を開始して2カ月が経過して、3種類の毎週の売上高が図表のように報告された。店長はこのランチ弁当を担当した3人の中から、1人に対し時給をアップするのなら、誰を選ぶべきか。

		売上高：円		
		Aランチ	Bランチ	Cランチ
3月	第1週	114,300	117,000	123,600
	第2週	124,200	135,000	105,600
	第3週	119,700	124,000	98,400
	第4週	124,200	106,000	157,200
4月	第1週	109,800	124,000	110,400
	第2週	127,800	116,000	97,200
	第3週	119,700	114,000	108,000
	第4週	117,900	119,000	153,600

図4 ランチ弁当の売り上げの問題

この問題では、まず、3つのランチ弁当の2か月間の売上高を求め、1週あたりの平均売上高を求めることになるであろう。その値は、Aランチ：119700円、Bランチ：119375円、Cランチ：119250円である。1週あたりの平均売上は、ほぼ同じであるため、平均だけでは判断できない。だが、売上表をよく観察してみると、最も売れた週の売り上げと最も売れなかった週の売り上げの差は、Aランチが18000円、Bランチが29000円、Cランチが60000円であり、Aランチにバラつきが少ないことがわかる。範囲だけではなく、標準偏差を求め、バラつき具合を数値化すると、Aランチ：5437、Bランチ：7999、Cランチ：22224となる。店長にとって、バラつきが大きいということは、販売予測を立てにくく、売れ残りが多くでる可能性があり、リスクが大きい。それ故、ここでは、リスクを最小にする意思決定が適切である。そこで、平均（期待値）が大きく、標準偏差が小さい場合に、大きな値を示す指標の作成が有効となる。具体的には、「平均－

表3 作成した指標の値

	Aランチ	Bランチ	Cランチ
平均	114263	111376	97026
－標準偏差			
$\frac{\text{平均}}{\text{標準偏差}}$	22.0	14.9	5.4

標準偏差」あるいは「平均／標準偏差」という指標である（表 3）。

表 3 の結果から、売上があり、リスクが最小の弁当は、A ランチであると考えられるため、店長としては、A さんの時給をあげるという判断が想定される。

上記の問題解決では、A ランチを企画した A さんへの報酬に関わる意思決定が行われただけでなく、店長として重要な情報が得られた。それは、第 4 週目に、多くの C ランチが売れているということである。第 4 週に給料日が設定されている人が多いことを考えると、この事実も理解できる。そこで、店長の判断としては、第 4 週に、若干高価な弁当やデザートを用意することが考えられるのである。

上記のように、数理科学的意思決定では、指標の作成が 1 つの特徴的な活動になると考えられる。今回提示した例では、指標を作成するにあたって、平均と標準偏差が使用された。指標を作成し、そしてその指標を基に、意思決定が行えたという経験は、生徒にとって、平均と標準偏差の価値を感得させることにもつながると考えるのである。

（4）選択肢の創出

数理科学的意思決定では、一つの決定をするにあたって、多様な選択肢を創出して検討したり、既に選択肢が限定されている場合には、それらの選択肢を選出するまでの過程を明確にしたうえで、検討したりすることが重要となる。すなわち、数理科学的意思決定では、ある基準や仮定を置いた際に、どのような結論が得られるのか 1 つ 1 つ吟味し、明確にする活動が必要かつ重要であり、この点に特徴があるのである。

上記の意味をより明確にするために、Bowland Maths.の教材「outbreak」の Activity3 を用いて説明する。Activity3 の問題を以下に示す。

より多くの人々をウイルスの感染から守るための作業が続けられている。あなたは、ロンドンのある地区の人々に対するワクチン接種を任されている。

このウイルス感染を防ぐためのワクチンには 2 種類ある。どちらも 100% 感染を防ぐことはできないが、以下の表のように、それぞれ異なる割合で感染を予防できる。

	ワクチン の成功率	1 人あたりに かかる費用
ワクチン A	95%	8.00 ポンド
ワクチン B	70%	3.50 ポンド

また、表にあるように 2 種類のワクチンにかかる一人あたりの費用は異なる。あなたには、945,500 人の予防接種対象者に対して、5,000,000 ポンドの予算が与えられている。

どのようにすれば最も効果的にワクチンを接種できるかを決めるのはあなた次第である。計画のワークシートを使って、どのようにワクチンを接種するか決定せよ。

図 5 ワクチン接種の問題

この問題には、問題文の他に、表 4 のような職種に関するデータが付帯されている。

表4 「outbreak」に示されている職種の割合

	全人口に対する割合 (%)
医療関係者 (医師・看護師)	8
重要な公共サービス (電気・ゴミ収集など)	12
食料品店等の店員	12
農業・食料品生産業者	9
その他の販売業者	11
他の専門職：教師，法律家など	13
その他の小売業者：自動車修理業，室内装飾など	9
定年退職者	9
児童・生徒	10
5歳未満の幼児	7
合計	100

この問題を社会的価値観を付与せずに、言わば形式的に解くとすれば、以下の連立方程式を立て、その処理をすることになる。

$$\begin{cases} A + B = 945500 \\ 8A + 3.5B = 5000000 \end{cases}$$

Bの値を求めると、569777.77…となるので、若干の解釈を行い、B=569778、A=375722を得る。この結果から、ワクチンAを375722人分、ワクチンBを569778人分接種すればよいと考える生徒が想定される。ここまでは、連立方程式の利用によく見られる「買い物」の問題と同様な解決である。だが、この後、真の間と対峙することになる。「569778人分のワクチンAを誰に接種すればよいのであろうか」、「ワクチンBの成功率は、70%であるので、成功率が高いワクチンAを多くの人に接種すべきではないか」「ワクチンBは全員に接種し、残金を用いて、ワクチンAを接種すべきではないか」等の問である。

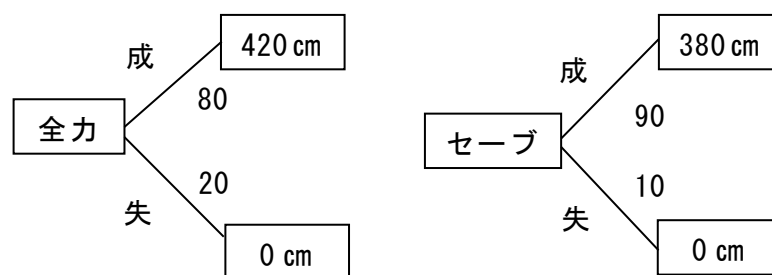
数理科学的意思決定を行うためには、こうした様々な問に対して、ある基準や仮定を置いた際に、どのような結論が得られるのかを1つ1つ吟味していくのである。例えば、ワクチンAを全員に接種するには、2564000ポンド足りないので、まずワクチンBを全ての人に接種することにする。ワクチンBを接種した場合、接種者の70%は感染を予防できるが、30%の人(283650人)は感染を予防できないと考えられる。そこで、残金を用いてワクチンAも接種すると、211343人に接種できることになる。この接種者が、ワクチンBによって感染を予防できると予想される人全員であれば、このワクチンAは意味をなさない。一方で、ワクチンBによっては感染を予防できない人全員に接種できたとすれば、2つのワクチンによって感染を予防できる人数が格段に多くなる。つまり、感染予防者の上限の人数は、862597人であり、下限の人数は661850人となる。このように上限と下限を明確にしたうえで、適切な接種方法を探っていく。意思決定では、こうした「シナリオ作り」が重要なのである。

「シナリオ」という用語には、予測のシナリオといったように、起こりうる出来事を仮定して並べたものという意味がある。不確実性の事象の際には、複数の数学的モデルを作成したりシミュレーションをしたりしながら未来を複数予測し、シナリオを

考え、それぞれの未来に対する対応や対策が重要になってくるのである。こうしたシナリオは、様々な場面で作成されている³⁾。例えば、気候変動に関する政府間パネル（IPCC）では、「温室効果ガス排出シナリオ」を作成し、それに伴う地上気温の予測が行われている⁴⁾。「シナリオ」の作成は、どのように思考したのかを視覚化し、意思決定した際の根拠を明確にする役割を果たす。それ故、数理的な意思決定では、多様な「シナリオ」を作成した上で、判断する活動が重要となる。

上記を踏まえ、教材開発にあたっては、問題文の中に選択肢を設定するのかどうかを検討する必要がある。先の「バスケットボールの選手選抜の問題」は、5人の生徒の中から、2人の選手を選抜するので、問題文の中に選択肢が設定されている問題として位置づけられる。一方、Bowland Maths.の教材「outbreak」のActivity3の問題は、どのようにワクチンを接種するかを決定する問題であり、選択肢を創出する問題として位置づけられる。選択肢を創出した上で、それを選択する根拠を議論する授業を行うのか、それとも、与えられた選択肢を選択する根拠について議論する授業を行うのかを決定する必要がある。

また、不確実性を伴う問題状況の場合には、選択肢に確率的要素（リスク）が付帯されている場合もあり、そのような場合の解決の方策として「決定木」というものもある。例えば、何人かの選手の中から、1人の走り幅跳びの代表選手を選ぶという問題について考える。ある候補選手は好記録をねらって全力で助走をして跳べば、420cm程度のジャンプができる。その代わりに、2割程度の確率でファールしてしまうというリスクを負う。ファールしないように注意して、助走をやや抑えて走れば90%の確率でファールはしないが、記録は380cm程度に抑えられてしまう。このような選手がいたとき、どちらの選手を選ぶかという問題である。これを決定木で表すと次のようになる。



それぞれの選択肢の期待値を求めると、全力の場合の記録は、 420×0.8 で 336cm、セーブして跳んだ場合は、 380×0.9 で 342cm となり、見込みの高いのはセーブして跳んだ場合ということになる。これは一例であり、決定木の結果だけに基づいて意思決定を行うわけではないが、上記のような選択手法についても選択肢の創出の観点について検討する際に取り入れる価値はある。

（5）数学的-社会的価値

実社会の問題について考察し、数理科学的な意思決定をする際には、数学的-社会的価値が影響してくる。ここで、「数学的-社会的」としているのは、多様な社会的価値を比較検討する中で、ある特定の数学的アイデアの良さが浮き彫りになるという意味を

込めているからである。また、社会的価値といったとき、様々な価値が想定されるが、その一部を列記すると以下のものが考えられる（西村ら，2013）。

- 公平性・公正性・平等性
- 多様性・多面性・協調性
- 責任制・自律性
- 持続性・恒常性・一般性
- 効率性・有限性
- 快楽性・愉悦性

教材を開発する際には、どのような数学的・社会的価値を議論させたいのかについて考え、それらの価値が顕在化するような状況や文脈を設定する必要がある。例えば、「バスケットボールの選手選抜の問題」では、「保護者への説明」が必要となるため、まず、公平・公正に関する価値観が顕在化すると考えられる。また、監督の立場から判断をするため、責任性に関する価値観も顕在化されよう。そして、選手選抜のため、選手の多面性を見ることが必要となり、多面性に関する価値観が顕在化すると考えられる。これらは、「公平性・公正性・平等性」，「多様性・多面性・協調性」，「責任性・自律性」に該当する。

3.3 本章のまとめ

本章の目的は、数理科学的意思決定力を育成する授業において用いる教材を開発する観点を明確にするとともに、その観点が表している意味について、具体的に検討することであった。

明確にした観点は、以下の5点である。1点目は、現実世界の問題の中で、どのような状況の問題を扱うのかについての観点（「(ア)問題状況」）である。2点目は、数学的モデル化の視点を基盤にした「プロセス」に関連する観点（「(イ)プロセス」）である。3つ目は、意思決定を行う際に、選択肢を創出するかどうかに関連する観点（「(ウ)選択肢の創出」）である。4つ目は、合意形成に関連する観点（「(エ)合意形成」）である。5つ目は、合意形成をするにあたって表出する価値観に関する観点（「(オ)数学的・社会的価値」）である。

上記の観点を考慮に入れ、数理科学的意思決定力を育成する教材を開発する。また、上記の議論からわかるように、本研究では、授業対象とする児童生徒の学習内容を開発の観点に入れていない。これは、同一の問題状況でも、児童・生徒は学校段階に応じた選択肢を創出しこれを洗練させていく活動が実現され、それぞれにおいて、数理科学的意思決定力の変容が図れると考えているからである。本報告書末の付録1に、本科研において開発された教材の一部を示すが、そこで挙げている対象学年は例示した授業案に対するものである。

[付記]本章は、日本数学教育学会春期研究大会における下記の2編の口頭発表を再編し、加筆修正したものである。

- ①青山和裕（2014）「数理科学的意思決定におけるプロセスの具体化とその検討ー統計領域の視点からー」第2回春期研究大会（会場：東京学芸大学）
- ②清野辰彦（2014）「数理科学的意思決定におけるプロセスの具体化とその検討ー数学的モデル化の視点からー」第2回春期研究大会（会場：東京学芸大学）

注

- 1) 国立教育政策研究所（2013）では、「私的」「職業的」、「社会的」、「科学的」の4つに分類されている。だが、本研究は、小学校から高等学校までの教材を視野に入れているため、学校に関わる状況が多く想定される。そこで、「教育的」が記述されている国立教育政策研究所（2004）を引用した。
- 2) 中村力（2008, pp.139-143）の問題を加筆修正した。また、問題解決の記述も中村（2008）を参考にして記述した。
- 3) 小寺隆幸（2003）は、二酸化炭素濃度の予測を行い、「シナリオ」の意味と重要性を伝える授業を行っている。
- 4) IPCC 第4次評価報告書統合報告書政策決定者向け要約参照

引用・参考文献

- 国立教育政策研究所（2004）『生きるための知識と技能 2』明石書店。
- 国立教育政策研究所（2013）『生きるための知識と技能 5』明石書店。
- 小寺隆幸（2003）「中学校関数におけるデータの分析の指導の実際と考察ー現実のデータを中学生はどう分析したかー」第36回数学教育論文発表会論文集，pp.241-246.
- 小橋康章（1988）『認知科学選書 18 決定を支援する』東京大学出版会，p.40.
- 櫻井順矢（2015）「数理科学的意思決定の過程を重視した授業に関する研究ー「バスケットボールの選手を選ぼう」を例にしてー」日本数学教育学会『数学教育』第97巻・第5号，pp.2-10.
- 清野辰彦（2014）「豊かに生きる力をはぐくむ ICT を活用した問題解決授業づくりー「数学化」と「解釈・評価」に焦点を当ててー」『教育科学数学教育』no.675，明治図書，pp.104-107.
- 竹村和久（1996）「意思決定とその支援」『認知心理学 4 思考』東京大学出版会，p.81.
- 中村力（2008）『ビジネスで使いこなす定量分析』日本実業出版社。
- 西村圭一・山口武志・清水宏幸・本田千春（2011）「数学教育におけるプロセス能力育成のための教材と評価に関する研究ーイギリス『ボーランド数学(Bowland Maths.)』の考察ー」日本数学教育学会誌数学教育，第93巻（9），pp.2-12.
- 西村圭一他（2012）「数学的判断力の育成に関する研究ープロセス能力の水準化とその実際ー」第45回数学教育論文発表会論文集，pp.329-334.
- Henry O.Pollak（2003）A history of the teaching of modeling, *A History of School Mathematics Volume1*, NCTM, pp.647-671.

第4章 数理科学的思意思決定力に関する授業デザインと実践報告

松崎昭雄，他 38 名

4.1 はじめに

本章では、各班が取り組んだ、数理科学的思意思決定力に関する授業デザインと授業実践例について報告する。すべての報告において、数理科学的思意思決定力に関する授業デザインのためのフレームワークを示している。フレームワーク内のすべての項目を埋めることは容易ではないが、数理科学的思意思決定力に関するモデル授業構築に向けて、全項目を記述している。また、授業のねらいや分析の視点として、焦点化する部分については、網掛けを伏すなどして工夫した。

(1) 「どのジャガイモを植えたらよいだろうか」では、2つの授業実践を報告している。ジャガイモという共通の題材を取り上げており、学校種の異なる小学校と中学校で実践をおこなっている。両実践とも、クロスカリキュラムを意識しており、また、実践校の学校行事と連携した取組となっている点が特徴の1つとして挙げられる。そして、具体的な手だてとして、「①実食から得られる自己内意思決定」「③現実と向き合うことで説明モデルを作る必要感を高める」「④妥協案、折衷案を引き出し、合意形成へ」といった諸点を共通に挙げており、フレームワークにも反映されている。

(2) 「親しみやすいキャラクターをつくろう」では、数理科学的に「親しみやすさ」について検討を重ねる中で、親しみやすいキャラクターづくりに向けた授業デザインをおこなった。小学校での取組では、産業界の問題解決の方法を採り入れた「問題解決基本3フェーズ」をもとに推論・分析をおこない、歯のキャラクターづくりをおこなっている。中学校での取組では、数学的モデル化に重点をおき、蜂のキャラクターづくりをおこなっている。

(3) 「リクエスト給食の献立を考えよう」では、アンケート結果にもとづくリクエスト給食に対する栄養士さんのNGに 대응するため、各種資料にもとづき献立を考える。フレームワークについては、プロセス能力のうち、「B4：解釈・評価」と「B5：数学的コミュニケーション」に注目し、授業デザインをおこなっており、相2から相3までの移行を想定している。

(4) 「魅力的なアイスクリーム」では、2つの授業実践を報告している。小学校での授業実践では、協調学習の手法の1つであるジグソー法などを取り入れた問題解決学習を提案している。高等学校での授業実践では、アンケート集計結果にもとづき、複数の質問項目を関連させて、新たなアイスクリームを提案するポスター作成をおこなっている。

(5) 「つり銭はいくら用意する？」では、教科「情報」の授業における数理科学的思意思決定力に関する授業デザインをおこない、プロセス能力のうち数学的という用語を情動的と読み替え、フレームワークを示している。教科「情報」の科目「情報の科学」では、問題を解決するための効果的な方法として、モデル化とシミュレーションに必要な知識・技能の習得が意図されている。そして、数理科学的思意思決定力につながる授業デザインとして、協調的問題解決を採り入れている。

4.2 授業の実際

(1) どのジャガイモを植えたらよいだろうか

リーダー：茂木 悟

授業者：青山尚司（小学校）・浜田兼造（中学校）

メンバー：櫻井順矢・上野耕史

本教材を用いて、小学校と中学校において授業実践をした。小学校では、実食に基づく集団の味の好みの傾向を表す二次元表や、栽培の場面に即した資料などを基に、説明モデルを作り上げた。それらを比較検討することを通して合意形成を図った。中学校では、実食に基づく集団の味の好みの傾向に加え、技術科の先生・栄養士の先生という異なる2つの立場による基準に基づいた選択肢を創出し、その選択肢から指標を設けた。小グループや学級全体で比較検討を通して合意形成を図った。どちらの実践においても、合意形成をしていく過程で、他者との相互作用が個々の意思決定に大きな影響を与える実態が明らかとなった。

はじめに

本実践は、5つの異なる品種のジャガイモを取り上げ、学校で育てるジャガイモの品種として、どのジャガイモを植えたらよいかを判断させることをねらいとしている。ジャガイモは、食材として一般的であり、家庭科のカリキュラムにおいても「ゆでる」調理の材料としてよく用いられている。また、理科や技術科などで実際に栽培している学校も多い。このような点から、ジャガイモという素材は、地域を問わず、教材として扱いやすい素材である。

異なる品種のジャガイモを取り上げたのは、それぞれの品種によって、単価・育てやすさ・収穫量・味などが多様であることに着目したからである。児童・生徒の設ける基準によって、どの品種のジャガイモを選ぶかという判断が異なることが予想される。とくに、味の違いを判断材料として取り上げている点が、本実践の大きな特徴である。味の違いは個人の味覚に依存しており、数値化されるものではない。そこで5つの品種のジャガイモを児童・生徒に実際に試食させ、投票させることによって、その集計結果という形で示すのである。また、他教科との横断的な扱いをしている点も、本実践の特徴の1つである。小学校の実践では理科や家庭科との横断的な扱い、中学校の実践では技術科との横断的な扱いに加え、給食の栄養士による食育も関わっている。

教材研究をするにあたり、教師自身が様々な品種のジャガイモについての情報を集めることに努めた。実際に試食をしてみて、どれほどの味の違いがあるかを確かめたり、見た目の色や大きさなどの違いや煮崩れのしやすさなど、児童・生徒に与える条件について吟味したり、試食する場合や育てた後の調理法として適切なものは何かを検討したりなど、細部にわたって議論を重ねてきた。その結果、各学校の実態に合わせた計画を考える必要があることがわかった。例えば、ジャガイモを育てる環境がない

学校で本実践を行う際には、種芋ではなく、食用のジャガイモを購入して調理することとし、そのためのイベントの企画をする場面を設定することが考えられる。まさに、現実的な問題解決の場面を作り出すことのできる、可能性を秘めた題材である。

【小学校実践事例】

青山 尚司

本稿は、5つの品種のジャガイモからどれを植えたら良いかを話し合い、児童が意思決定や合意形成をしていく過程を、授業記録をもとに分析し、考察したものである。児童は実食から個の味の好みを明確にし、集団の傾向をまとめた二次元表や、栽培の場面に即した資料をもとに他者と話し合い、比例関係を用いた計算で説明モデルを作り上げた。比較・検討を重ねた結果、ほとんどの児童が複数の品種を組み合わせで植えるアイデアに合意した。その過程で他者との相互作用として解釈や評価が生まれ、個々の意思決定に大きな影響を与えるという実態が明らかになった。

1) 教材の概要

近年、算数・数学教育において、生活場面や他教科の学習につながる活用力が重視されている。本実践は小学校高学年におけるクロスカリキュラムを重視し、「ジャガイモ」という題材を扱った。小学校第5学年では一般的に理科の学習において3学期末にジャガイモ植え、春休みをまたいで第6学年の1学期に栽培・収穫をする。このジャガイモは理科の光合成の実験に用いられるが、家庭科の学

表1：学習指導要領より

<p>理科 B 生命・地球 (2)植物の養分と水の通り道 植物を観察し、植物の体内の水などの行方や葉で養分をつくる働きを調べ、植物の体のつくりと働きについての考えをもつことができるようにする。 ア 植物の葉に日光が当たるとでんぷんができること。 イ 根、茎及び葉には、水の通り道があり、根から吸い上げられた水は主に葉から蒸散していること。</p> <p>家庭科 B 日常の食事と調理の基礎 (3)調理の基礎について、次の事項を指導する。 ア。調理に関心を持ち、必要な材料の分量や手順を考えて、調理計画を立てること。 イ。材料の洗い方、切り方、味の付け方、盛り付け、配膳及び後片付けが適切にできること。 ウ。ゆでたり、いためたりして調理ができること。 エ。米飯及びみそ汁の調理ができること。 オ。調理に必要な用具や食器の安全で衛生的な取扱い及びこんろの安全な取扱いができること。</p>

習で、「ゆでる」調理の技能獲得のために実習で用いられることもある（表1）。ジャガイモは栽培期間が約3ヶ月と短く、初心者にも失敗が少ない作物である。最近では、「男爵」や「メイクイン」といった定番品種の他に、甘味が強い「インカのめざめ」、ほくほく感の強い「キタアカリ」、紫色の「シャドークイーン」など、肉質や色のバリエーションも豊富となっている。栽培者は好みの食感や調理法によって適した品種を選ぶことができるようになってきた。

しかし、小学校の現場で用いられている品種はほとんどが男爵やメイクインといった一般的なものである。これは、春休みをまたいでの栽培となるため育てる手間がか

からず、次年度の実験に用いることからある程度の収穫が望めるもの、また費用がなるべくかからないものを用いるのが通例となっているからであると考えられる。

本実践は品種を児童に決定させる場面を設定し、児童が議論をしていく中で、集団としての意思決定をしていく課題を設定した。「ジャガイモ」という題材は、他教科との関連を意識しながら話し合いの目的を設定することができ、その栽培活動自体も小学校5年生から6年生にかけて一般的になされていることであるため、多くの小学校で再現することが可能である。

児童がどのジャガイモを植えるのかを考える際に判断材料とするのは、個人の味の好み、集団の好みの傾向、予算と種芋の価格、育てやすさ、収穫量、畑の広さと植える量などが考えられる。収穫したジャガイモの用途は、理科の実験と家庭科の調理実習との2つであるため、適した品種の選び方も一意には決まらない。植える品種を組み合わせることで2つの用途に対応する結論を導き出すことも考えられる。その決定の過程において、定式化、基準の設定、指標の作成が行われ、合意形成していくプロセスを学んでいくことに期待できる。

尚、本実践で扱う品種は、一般的に学校で植えるジャガイモの品種である、「男爵」と「メイクイン」、近年人気の「キタアカリ」、味が特徴的で高級品種と言われている「インカのめざめ」、栽培が容易でたくさんとれる「とうや」の5種類とした(図1)。中が紫色の「シャドークイーン」という品種を加えることも考えられるが、理科の実験には不向きのため本時では扱わない。また、実食における調理方法は、6年生の調理実習で実際に用いられる、「ゆでる」に統一して行った。

<p>インカのめざめ</p> <p>甘くておいしい小イモ！ 栗のような独特の風味が特徴的な高級品種！</p>  <p>・ 500g 399円 ・ 1kg 498円</p>	<p>キタアカリ</p> <p>黄色いホクホク感が人気のジャガイモ！カロチン、ビタミンCなど栄養豊富！</p>  <p>・ 1kg 278円 ・ 5kg 1350円 ・ 10kg 2580円</p>	<p>男爵</p> <p>ジャガイモの代表品種！関東以北で人気！ほくほくで昔ながらの味！</p>  <p>・ 1kg 238円 ・ 5kg 1150円 ・ 10kg 2180円</p>
<p>とうや</p> <p>低カロリーでビタミンCが豊富な超健康ポテト！大粒で栽培が容易！</p>  <p>・ 1kg 315円 ・ 5kg 1480円 ・ 10kg 2950円</p>	<p>メイクイン</p> <p>ヨーロッパから来た歴史あるジャガイモ！煮くずれせず、関西地方で人気！</p>  <p>・ 1kg 268円 ・ 5kg 1280円 ・ 10kg 2380円</p>	<p>図1：本実践で扱ったジャガイモの品種（児童にも同じように提示）</p>

2) フレームワーク

	自己内			他者との相互作用 相 $\alpha \sim \gamma$
	相1 自己限定的 (individual)	相2 多様性の萌芽 (beginning of diversity)	相3 社会的 (social)	
B1: 数学的定式化 Formulating	実食を通じた味の好みに順位をつける。また、味の好みを表した二次元表から、クラス全体の傾向を数値化してとらえる。	味の好みの傾向や価格、実際の栽培や収穫の場面を想定し、自分たちができることに見合った基準を数値化し、決定する。	自分が重視すべき観点を明確にし、その妥当性を主張するために、算数の学習における既習事項を用いる。	友達がどのような視点を設定して、その数値や計算を用いたのかを理解する。
B2: 数学的表現 Representing	順位付けした自分の味の好みや、二次元表からよみとったクラス全体の傾向から、意思決定について考えを述べる。	好みの傾向の他に、予算と価格、植えつけ量、育てやすさや収穫量に着目して比較をし、意思決定の過程や結果を表現する。	自分の立場を明確にし、目的に応じた意思決定の過程や結果を、算数の学習における既習事項を用いて表現する。	友達の数学的表現方法を通じて、相手の意思決定の過程や方法、結果を理解する。
B3: 数学的推論・分析 Analyzing	順位付けした自分の味の好みや、二次元表からよみとったクラス全体の味の好みの傾向を、植える品種を決定する際の材料とする。	好みの傾向だけでなく、予算や価格、植えつけ量、育てやすさ、収穫量など実際の栽培・収穫の場面を想定し、それらを意思決定する際の材料とする。	複数の項目から指標を設定し、ジャガイモの品種を決定する。さらに、根拠をもって特定の項目について重み付けを行う。	友達考え方を理解し、その視点に沿って推論をしたり、分析したりする。
B4: 解釈・評価 Interpreting & Validating	自分の味の好みとクラス全体の傾向を比較し、全員が納得できるように決定しなければならないことや、味以外に考慮すべき項目があることを解釈する。	複数の資料から実際の栽培や収穫の場面を想定し、自分たちができることに見合った基準を決定することができ、またその妥当性を評価することができる。	多様な項目を総合的に考慮して決定するだけでなく、特定の項目についての重み付けや組み合わせを栽培をすることを提案したり、妥当性を評価したりすることができる。	別のアプローチによる意思決定の過程や方法、結果とも対比しながら、類似点や相違点を比較・検討し、評価する。
B5: 数学的 コミュニケーション Mathematical communicating	自分の好みの順位と、クラス全体の傾向と比較しながら、植えるジャガイモの品種を決定するための過程を説明する。	植えるジャガイモの品種を決定する過程を、味の好みの傾向と実際の栽培・収穫場面の項目や価格について触れ、説明する。	意思決定する過程を、味の好みの傾向と栽培の実際、予算や価格といった、あらゆる項目について触れながら、説明する。	互いの意思決定の過程や方法、結果を理解し、比較・検討し、練り上げる。
C: 数学的-社会的 価値認識力 Realizing mathematical and social value	味の好みの傾向から、クラス全員の意志を反映する意識をもってジャガイモの品種を決定する。	味の好みの傾向や価格、実際の自分たちが実際に行う作業場面に直結する項目から判断して、ジャガイモの品種を決定する。	すべての項目を考慮しながら、多様な価値基準により、重み付けする項目を取り入れ、ジャガイモの品種を決定する。	新規の数学的-社会的価値観に基づく意思決定を受け入れ、それらを比較・検討し、妥当な意思決定を行う。

3) 授業の概要

(1)指導計画 (2時間扱い)

	目標	学習活動
第1時	<ul style="list-style-type: none"> 自分の味の好みとクラス全体の傾向を比較し、全員が納得できるように決定しなければならないことや、味以外に考慮すべき項目があることを解釈することができる。(相1) 	<ul style="list-style-type: none"> 実食から自分の立場をはっきりさせる。 学級の好みの傾向を二次元表にまとめ、学級の好みの傾向について考える。 どの種芋を植えるのかを考えるために、味の好み以外にどのような資料が必要かを考える。
第2時	<ul style="list-style-type: none"> 複数の資料から実際の栽培や収穫の場面を想定し、自分たちができることに見合った基準を決定することができ、またその妥当性を評価することができる。(相2) 多様な項目を総合的に考慮して決定するだけでなく、特定の項目についての重み付けや組み合わせで栽培をすることを提案したり、妥当性を評価したりすることができる。(相3) 	<ul style="list-style-type: none"> 比例関係を用いて、以下のことを明らかにし、どのジャガイモを植えるべきかを話し合う。 <ul style="list-style-type: none"> 畑の面積と種芋の量 種芋の価格と購入する量 種芋の量と収穫量 比較・検討していく中で、植える量を減らす妥協案や、組み合わせで植える折衷案を生み出し、集団としてより良い決定を考えていく。

(2)具体的な手だて

本実践は、フレームワークに示したように、「B-4: 解釈・評価」を重視して行っている。具体的には、植えるジャガイモの品種を選ぶという、現実世界の問題に照らし合わせて、意思決定の過程や方法、結果を解釈し、それらの妥当性を評価する能力を育てた上で、集団としての合意を形成していくことをねらっている。それらの達成をめざし、以下の手だてを考えた。

①実食から得られる自己内意思決定

まずジャガイモの実食を行うことで、自分自身の味の好みをはっきりとさせる。そしてそれが友達の好みの傾向と比べてどうなのかを考えることで意志を伝える必要感としていく。その際、先入観なく味のみで判断することができるように、品種を隠して提示をする。また、実食で感じた味を品種ごとに一言感想と順位を書かせることで個々の意志決定を明確にしたり、後で再解釈したりできるようにする。

②集団の傾向との対峙から生まれる多様性の萌芽

実食後、それぞれの意思決定を視覚的にはっきりさせるために、二次元表(図2)にシールを貼っていく。これによって、自己の好みだけでなく、集団としての意思決定をしていく必要感を引き出す。特に自分の意思が他者の集団である学級全員の傾向と合致していない場合の解釈を大切にす。尚、実食後にジャガイモの品種を示す際には、実際の売り場にあるポップのように、品種ごとに特徴をまとめた写真入りのカード(図1)を提示することでそれぞれの品種への関心を高める。

③現実と向き合うことで説明モデルを作る必要感を高める

植えつける品種を味の好みだけで決定していくことも可能ではあるが、それだけで決定してしまうことが現実的には適切でないと解釈・評価できることが重要である。そのため、「植えて、育てて、収穫する」という実際の活動に立ち戻ることで、必要

な情報を考えるなど、方法に関する意思決定がなされ、個の意見を班のメンバーに、また、班の意見を学級全体に説明するためのモデルの形成をうながすことを心がける。

具体的には、まず「予算」と「植えつけ量」という制限のある要素に気づかせたい。このうち、植えつけ量は一般的に畑の面積 1 m^2 に対して約 1 kg といわれているが、実際に植える学童農園の畑の面積から考えさせることで実感をもたせるようにする。また、その他の要素として、育てやすさや収穫量が考えられるが、育てやすさは数値化することが難しいが、収穫量は種芋 1 個あたりで考えることができるため、児童にとっては大切な判断材料となることが予想される。

話し合いに必要な資料は、以下のように項目ごとにまとめておく。また、話し合いの観点を自分たちで決めていくことも大切な意志決定であると考え、班ごとに必要な資料を持っていく環境としている。

- ・味の好みの傾向（児童がシールを貼った表）
- ・畑の面積と植えつけ量（板書）
- ・予算（板書）
- ・種芋の価格（品種ごとのカードと一覧表）
- ・育てやすさ、収穫量、保存性（一覧表）

このうち「種芋の価格」は、売っている単位を複数提示し、比例関係を用いて重さを揃えることで比較できるという既習事項を引き出す手だてとする。

④妥協案、折衷案を引き出し、合意形成へ

同じ品種の種芋だけを買う場合、予算内で買えるのは単価が安いもののみとなるように数値設定をした。具体的には畑の面積が 40 m^2 なので植えつけ量は 40 kg 、これに合わせて予算を 1 万円以内とすることで、男爵以外はそのままで 40 kg 分は買えない設定とした。比例関係を用いて価格と量を計算していく中で、児童がこのことに気づき、味の好みの傾向と相反する結果となることで葛藤が生まれることをねらっている。そこから、少ない量でもこだわって選んだり、逆に好みに反しても予算内で多く購入したりといった妥協案や、組み合わせで植えつける折衷案が出されていく。

意志決定をしていく過程の中で、児童は以下のように考えると予想される。

- ・予算と価格、植えつけ量に着目して安いものを選ぶ。
- ・味の好みにこだわって選び、植えつけ量を少なくする。
- ・収穫量に着目し、たくさん収穫できそうなものを選ぶ。

たまたま好みの傾向が安いジャガイモと一致する場合も考えられるが、どの種芋を選んだとしても一長一短があり、不本意な思いを抱く児童が出てくると予想される。そのため、「みんなの考えや気持ちを考えてうまく植える方法はないかな」という補助発問を与えていくことで、組み合わせで植える折衷案を作るという合意形成がなされていくことにつなげていきたい。この補助発問は、グループでの話し合いで意見が対立している場面と、グループごとにどの種芋を選んだのかを発表した後に合意形成していく場面で投げかけることが有効であると考えられる。

(3)授業の実際

第1時

・課題把握

導入場面でジャガイモ5種類の実物を提示し、どれを植えたいかを問うと、ある児童が生活経験から名前と味を知っているメイクインを挙げた(C19)。その根拠を問うと、「おいしいから」(C21)と味を条件とした発言が出され、授業者は実食へと導いていった。この時点で、「そんな味覚でよく分からないかも。」(C25)のように、味の判断に疑問を感じている児童もいたが、実食後には味を判断材料として意思決定をしている。

・グループでの実食～記録

実食中、児童は互いの味の好みの共通点や相違点を自由につぶやきながら、自己内の順位を決定していった。このとき単に順位付けをするのではなく、それぞれの味や食感について記述をうながした。また、順位付けをした1位と2位については、拡大した二次元表(図2)にシールを貼って示すように指示をした。

・集団検討

実食後、それぞれのジャガイモについて児童は以下のように発言している。

- A (インカのめざめ) ・栗みたい ・甘かった ・スイートポテト ・サツマイモ
- B (キタアカリ) ・みずみずしい ・後味が良い(反論多数)
・やわらかい(やわらかすぎる) ・他のより味がしない
- C (男爵) ・少し硬かった ・いつも食べているジャガイモの味と似ていた
・美味しい ・やわらかい ・これぞジャガイモ ・ポテトサラダ
- D (とうや) ・あんまり味がなかった ・AとBの間くらいの甘さ
- E (メイクイン) ・やわらかくて甘い ・後味が少しみずみずしい

その後、どれを植えるべきかを問う(T67)と、D、E、Aと意見が分かれた(C79～)。その理由について児童は、「おいしいから。」(C84)、「いつも食べているから」(C85)と発言している。次に植えるジャガイモを決める方法を問うと、「多数決。」(C86)という反応があり、シールの数を数えて、味の好みの傾向が数値化された状態でまと

表2：授業記録(導入場面)

C19:メイクインがいい。
T17:メイクインがいい?何でいいの?
C20:えっと、マックのポテトだから。
T18:あ～マックのポテトメイクインなんだって。ほかの人はどうですか?でも何でマックのポテトがいいんだい?
C21:マックのポテトおいしいから。
T19:おいしい。あ～、どうせならおいしいのがいいよね。でもどれがおいしいか分かる?
C22:わかんない。
T20:わかんない?どうしたらわかる?
C23:く!く～…!
T21:く?
C24:食べる。
T22:食べる。食べたら分かる?じゃあ食べてみようか。
C25:いや、でも、そんな味覚でよく分からないかも。
T23:そっか、すごいね味覚だけだと分からないかもね。そういうことも考えられたらすごいと思うけど、まず食べますか。
C26:食べたい。
T24:食べたい?じゃあジャガイモが入場します。
C27:え～!?
C28:マジで?
C29:わ～!
C30:美味しそう!

	A	B	C	D	E
食感					
1位(赤)					
2位(青)					

図2：児童に示した二次元表

められていることを確認する。赤は 1 位, 青は 2 位と各個人が味に順位をつけたものである。

- | | | | |
|---|--------|--------|---------|
| A | 赤 11 人 | 青 10 人 | 合計 21 人 |
| B | 赤 1 人 | 青 2 人 | 合計 3 人 |
| C | 赤 5 人 | 青 2 人 | 合計 7 人 |
| D | 赤 4 人 | 青 7 人 | 合計 13 人 |
| E | 赤 9 人 | 青 9 人 | 合計 18 人 |

この結果から, A を植えることを提案する (T75) と, 児童からは拒否反応 (C94,95,96) があ
り, 「上位 3 位まで植える。」 (C97) という,
組み合わせで植える案が出される。その根拠を
問うと, 「確かに A が好きって言った人がたく
さんいるけど、その他にもみんなそれぞれ好き
って言うてるのが違うから。」 (C99), 「じゃ
あみんなそれぞれ好きなものを植えればいい。」
(C100) という発言があった。

伏せていた A~E までの品種名と特徴を児童
に示し, 考えを記述させると, 組み合わせで植
える案を発言していた児童 (C97) は, 再び自分
の味の好みで植えるジャガイモを選んだ。「(さ
っき言っていたように) 人気のあるやつ 3 つ植
えるっていうのはどう?」と問うと, 「でもお
いしかった。」, 「絶対何があっても変えない
と思う。」と反応している。

・まとめ

実食後に赤いシールを貼った品種と違うも
のを記述した児童にその根拠を問うと, 「普
通のジャガイモの味で嫌いな人は少ないと思
う。」 (C120) と, 自分の味の好みではなく,
一般的な味のものを選ぶことの妥当性が示さ
れた。その後もう一度, それぞれがどのジャ
ガイモを選んだのかを挙手させる (T98~) と,
以下のように, 実食直後のシールの数から
の変容がみられた。

- | | | |
|---|---------|--------------------|
| A | インカのめざめ | 実食後 11 人 → 記述後 7 人 |
| B | キタアカリ | 実食後 1 人 → 記述後 0 人 |
| C | 男爵 | 実食後 5 人 → 記述後 1 人 |
| D | とうや | 実食後 4 人 → 記述後 6 人 |
| E | メークイン | 実食後 9 人 → 記述 10 人 |

T66:これ、何のために食べたんだっけ?

表 3 : 授業記録 (実食後の話し合い)

T67:どれを植えるかを考えるんだっけでしょ?
じゃあどれ植える?

C79:Dでしょ。

C80:Eでしょ。

C81:Aでしょ!

C82:D!

C83:E!

T68:なんでそれを植えたらいいと思う?

C84:おいしいから。

C85:いつも食べているし。

T69:てことはどう決めればいいのか?

C86:多数決。

T70:多数決だと? Aは何人いる?

C87:11。

T71:ここ(A)11人でしょ?これ(B)1人だよな。
これ(C)は?

C88:5人。

C89:4人(D)。

C90:9人(E)。

T72:じゃあこれ(Aの2位)何人?

C91:え、やだ栗きんとん。

T73:ちょっと待って。まず何人? 青は。

C92:10。

T74:で?

C93:2(B)、2(C)、7(D)、9(E)。

T75:9だよな。はい。じゃあ、Aにするか。

C94:え~?

C95:やだ。

C96:やだなんか。

T76:何でやなの? 多くの人が良いって言うてる
じゃん。だめ?

C97:上位3位まで植える。

T77:上位3位までどうすんの?

C98:植える。

T78 何でさ、そんなこと何でなくちゃいけない
のさ。いや別に何でそう思ったのか聞きた
いんで。ごめん怒ってるわけじゃないんだ
けど。すいませんね。今どうしてそう思った
の? 上位3位までって。はいどうぞ。

C99:確かにAが好きって言った人がたくさん
いるけど、その他にもみんなそれぞれ
好きって言うてるのが違うから。

T79:は~違うんだ。え~と、食べてみましたよ。
そしたら「それぞれ好みがちがう」(板書)
っていうことが分かっちゃったんでしょ?

C100:じゃあみんなそれぞれ好きなものを
植えればいい。

T80:みんなそれぞれ好きなものを植える?

C101:それが一番いい。

(記述中)

T:さっきのさ。

C:うん。

T:人気のあるやつ3つ植えるっていうのはど
う?

C:でもおいしかった。

T:でも今のところこれ?

C:うん。今のところこれ。

T:味は味だからって面白いね。

C:絶対何があっても変えないと思う。

得られた結果が味だけでの判断であり，考慮すべき項目がまだあることを意識させて第1時を終えた。

第2時

・課題把握

植えるべきだと思うジャガイモの品種を変えた児童に根拠を問い(T104)，「食べた時においしくても育てやすいのじゃないと、途中で枯れちゃったらいけないから。」(C131)，「育てても、枯れちゃったら意味ないし、お金がもったいないし。」(C132)，「生産量が多いほうがいいから。」(C141)，「(高級品種のインカのめざめは)そんなにたくさんとれない。」(C145)，「(男爵は)とれる。とれる。」(C146)といった，味以外の要素についての予想を引き出した。実際の収穫量育てやすさを示した表(図3)を提示すると，「とうやが一番いい！」(C152)という反応があり，その後，種芋の価格(図4)の資料を提示し，植え付け量，畑の面積を確認した。また，予算は消費税込みで1万円以内(税抜きで9260円)，買うのは40kg以内となるようにという条件を提示し，グループでの話し合いに入った。

T96:はい、ちょっとみんな確認だけど。1番は赤いシール貼ったところに丸した？違う人います？違う？うん。なんて書いたの？

C120:普通のジャガイモの味で嫌いな人は少ないと思う。
意味：授業記録(夕食後の話し合い)

T97:あ、えっと、自分の味の好きなのは別にあるんだけど、普通の味の方が嫌いな人が少ないと思ったから、あなたはそこに丸をしたんだね。すごいね。よく考えているね。Mさんかな？はい。じゃあほかの人は赤い印のどこ？

C121:はい。

T98:はい。OKね。今みたいにみんなのこと考えて素晴らしいことだよ。で、こちらの表見て、どれに丸したか手を挙げてもらっていいかな。じゃあ、Aのインカのめざめに丸した人？

C122:あれ？

C123:少なくない？

C124:減ったね。

T99:これね、今丸した人が1,2,3,4...7人？

こんなにいっぱいいたのに。ちなみにAにした人、理由言えるかな？じゃあYさん言ってみてもらえる？

C125:おいしいから。

T100:やっぱりおいしいよね。これ見てもわかるよね。じゃあ、Bに丸したよ？ゼロ。じゃあ、C？1人？ちゃんと挙げてくれる？4人か。D？6人。E？あら？10人。

じゃあ、みなさん一旦休憩をとるんだけども今さあ、こうやって決めようとしたら、何を植えることになりそう？

C126:メークイン。

T101:メークインになっちゃいそう。うん。だけど、みなさんこれってなにで決めたっけ？

C127:味。

T102:味だよ。味だけで決めちゃっていいのかな。

C128:生産量。

収穫量と育てやすさなど

品種	男爵	メークイン	キタアカリ	インカのめざめ	とうや
収穫量	たねいもの8倍	たねいもの7倍	たねいもの7倍	たねいもの4倍	たねいもの10倍
育てやすさ	ふつう	ふつう	ふつう	やや難しい	ふつう
いもができるまで	やや早い	ふつう	早い	かなり早い	早い
いもができてから	長持ち	ふつう	あまりもたない	あまりもたない	長持ち

図3：児童に示した資料②

「収穫量と育てやすさなど」

価格一覧表

重量	品種	男爵	メークイン	キタアカリ	インカのめざめ	とうや
500g	／	／	／	399円	／	
1kg	238円	268円	278円	498円	315円	
3kg	／	768円	810円	／	930円	
5kg	1150円	1280円	1350円	／	1480円	
10kg	2180円	2380円	2580円	／	2950円	

図4：児童に示した資料①

「価格一覧表」

・話し合い活動（グループごと）

第1時に示した、味の好みの二次元表と品種ごとの特徴と、第2時の導入で提示した資料をもとに、4人組の班で話し合いを行った。この班は第1時におけるジャガイモの実食時の編成と同じである。

1班は比例関係を用いて、それぞれの10kgの値段を4倍し、40kg分の代金を求めた。その結果、買えるのは男爵とメイクインであり、全員の味の好みが一致した男爵を買うことで合意に達した。

5班は、味の好みで候補に挙がっていた、インカのめざめやとうやが予算を超えてしまうことを確認した時点で議論が止まっていた。この班の困惑に出会った授業者は、「なんかうまくいかないかな？ なんとかできないかな？」(T158)、「これが良いついていったものをなんとかできる方法はないかな？」と発問をしている。

3班は、実食時に人気があったインカのめざめを何とかして植えようと考え、10kg分の代金を求めている。

7班は、男爵なら40kg購入することができることにたどり着いたが、授業者の「でもさ、おいしいの食べたくない？」(T170)という発問に対して、「食べたい。」(C202,203)と反応し、男爵に決定することに対して合意には至っていなかった。そこで授業者が、「なんとかできる方法ない？」(T171)と問うと、「だからさ、メイクイン38kgまでは良かったよ。」(C204)、「インカのめざめだったらもう20kgもないよ。もう、19kgとか18kgとかだもん。」(C207)という反

応があり、ここまでに予算内で買うことができるのは何kgまでかを、それぞれの品種で確かめた上で男爵にたどり着いたことがうかがえた。その後、ある児童が

「組み合わせたい！」(C208)と発言し、どういうことかを問うと、「食べたいものを、

表5：1班の話し合い

T147:何にすればいいと思っているの今。
 C176:男爵。
 T148:どうして？
 C177:値段的にも、味的にも…。
 C178:男爵とメイクインが値段的には良くて、その中で、味的にみんな男爵だから。
 T149:ああそうか。値段的にOKなのはどうして？
 C179:値段的にOKなのはこれとこれ。
 T150:だから何でこれがOKなの？
 C180:えっと、10kgの値段かける4して、その値段が、9260円以内だから。
 T151:おお、じゃあそういうふうによく書いていいかな。理由がちゃんと説明できていてね。式で書くともっといいね。

表6：5班の話し合い

T152:さあここは、どうなった？
 C181:足りねえ。
 C182:予算とかいろいろ。
 T153:予算でいうと足りないっていうのはどれをやった場合？
 C183:え〜と、何だっけ？とうや。
 T154:とうや？とうやにしたかった？
 C184:インカまず無理だよ。
 T155:無理？どうして無理？
 C185:かける40した場合、絶対1万超えちゃう。4×4が16だから絶対超えちゃう。
 T156:あなたたちはどれがいいと思っていたの？もともと。
 C186:とうやじゃない？
 T157:これ(とうや)だめ？
 C187:いや、条件がそろわない。
 T158:おいしかったんだけど予算を超えちゃう。なんかうまくいかないかな？ なんとかできないかな？
 C188:業者に頼む。
 C189:まけてください。
 C190:でももたないよ。
 C191:すぐ食べばいい。
 T159:すぐ食うの？ははは。うん。みんながこれが良いついていったものをなんとかできる方法はないかな？

表7：3班での話し合い

C192:4980だから、4980かける…2倍。高いこれ。
 T160:今何の計算してるの？
 C193:これ、インカのめざめは498円だけど、これを10kg買うとしたら…。
 T161:ああ10kgに揃えてるの？

えっと少しずつ買って、1万円以内で40kg。」(C210)という新たな選択肢を提案した。「どうみんな、それんだけど・・・。」(T177)と選択を迫る、わせる。」(C211)と発言し、再び計算

8班は、味の好みでDのとうやを選んでいて児童がいたが、最終的にCの男爵を選んでいて。その理由を「だって別においしくないわけじゃなかった。」(C215)と説明している。

5班は、「20kg ずつ買うってやっちゃダメなんですか？」(C217)と、自分たちで組み合わせて買うアイデアを考え、それが可能かを質問している。授業者は食べたい品種が何かを問い、何とかして実現できるように考えることをうながした。

同じく、組み合わせて植える方法を考えていた2班は、様々な組み合わせ方を試したが、うまく予算内に収まらない様子(C226)であった。授業者はこの班の計算の仕方は、消費税を二重に計算していることに気づき、修正をうながした(T197)が、その後も計算がうまくいかず、なかなか結論が出せなかった。

他に組み合わせる方法を試している5班も同様に計算をして結論を導き出すのが難しい様子であった。

表 8 : 7 班での話し合い

T167:うん。結局そこ(男爵)にいった？
C200:現実的だから。
T168:え、もともと君たちは何が良かったの？
C201:メークイン。
T169:メークインだとダメなの？
C201:え、あのインカのめざめが良かったけどさ、現実的に考えたら全部1万円超しちゃう。
T170:超しちゃう？でもさ、おいしいの食べたくない？
C202:食べたい。
C203:食べたい。
T171:なんとかできる方法ない？
C204:だからさ、メークイン38kgまでは良かったよ。
T172:ああ、おもしろい、おもしろい。だから・・・。
C205:インカのめざめは何kg？
C206:自分で計算して。
T173:1つの種類にしないで・・・。
C207:インカのめざめだったらもう20kgもないよ。もう、19kgとか18kgとかだもん。
T174:ああそっか、何kgまでいけるかを考えているんだね。
C208:組み合わせたい！
T175:今なんて言いました？
C209:組み合わせる。
T176:どういうこと？
C210:食べたいものをえっと少しずつ買って、1万円以内で40kg。
T177:どうみんな、それでやってみる？
もちろんこれ(男爵)でもいいんだけど・・・。
C211:いや組み合わせる。
T178:うん。組み合わせる？

表 9 : 8 班での話し合い

T179:ここはもう、あんまりもめずに決定？
C213:最初にもう決定した。
T180:うん、君たち食べたいのはどれだった？もともと。
C214:Dだったけど。
T181:それで、もう安いので我慢しちゃうって感じ？
C215:だって別においしくないわけじゃなかった。
T182:おいしくないわけじゃなかった。ああ書いてあるもんね。

表 10 : 5 班での話し合い

C216:先生。
T183:はいはい。
C217:20kg ずつ買うってやっちゃダメなんですか？
T184:え？なんでそう思ったの？
C218:全部40kg ずつ買うと、お金が全部超えちゃうから・・・。
T185:超えちゃうから？
C219:20kg ずつ買ったらできるんじゃないかな。
T186:やってみよっか。で、ホントは植えたいのは何？
C220:ホントは、ここはメークインで、何？
C221:とうや。
T187:ああ、いいじゃん。君たちの、みんなの、食べたいものをさ、何とかして植える方法を考えてるんだ。
C222:?(聞き取れない)
T188:今から考えよう。がんばれ。いいアイデアだと思うよ。

・発表～集団検討

班ごとに決定したことを書いた画用紙をもとに発表していったが、組み合わせで植えることを考えていた2班と5班は、最後までまとめることができず、その他の班の発表が終わってから、やろうとしていることを説明した(表12)。2班と5班以外の班の発表が終わった時点で選ばれたジャガイモは、男爵とメークインのみであった。授業者が、「なんでこうなるんだろうね？なんでこの2つが残ってきちゃったと思う？なんでインカのめざめだめだったの？」(T222)と問うと、「予算以内に入る重さが少ないから。」(C264)という反応があった。

表 11 : 2班での話し合い

C223:どう？
C224:超えた。普通に超えた。
C225:え～どうする？
C226:だめだよ。(組み合わせせても)超えちゃう全部。
T190:う～ん。
C227:先生、1個あたりってさ、何gなんですか？
T191:ものによって違うんだよね。
C228:1万超えちゃった全部。
T192:だいたいさ、売ってるのが個数で売ってないの。重さで売ってるから。
C229:超えちゃう。14000円じゃん。
T193:これで2倍すると、ん？これを何kg買うの？
C230:20kg買うって言って…。
T194:20kg買うといくら？
C231:2570×2。
T195:あれ？これ何でこの値段なの？
C232:いや、消費税込み。
T196:あ、ごめん、これね。ああそういうことか。で、1万円から引いていくって考えたのね。あ、オッケーオッケー。そしたら5140円じゃん？あといくらあるの？
C233:あとは、9200円から5140円引く。
T197:だってこれ税込価格にしたんだから、1万円から引けばいいんでしょ。
C234:1万引く5140円は？
C235:計算、計算。
T198:電卓もう1個持ってきていいよ。
C236:4860円！
T199:それが10kg買ったらそうなるんだっけ。あ20kgか。
C237:20kg。
T200:で、この残りをどうすればいいの？あと何を植えたいの？
C238:男爵しか買えない。
T201:ん？
C239:男爵が2314円。
T202:だって4000なんて、これ(インカ)しか超えてないじゃん。
C240:だからもうインカのめざめは買えないの分かるでしょ？
C241:分かる。
C242:だからさ、それ以外でなんか買えないのない？
C243:5kgとかで表してみれば…。
C244:一番安いのと、次に安いのをやればいいじゃん。

表 12 : 各班の発表

班	選んだ種芋	説明
1	男爵	「男爵で、理由は、えっと安いし、みんな食べた時に結構、おいしいって言った人がいたし、あと、収穫量が多いから。で、それになんか、すごい人気あるってわけじゃないんだけど、みんなが結構嫌いってわけじゃないからいいと思う。」(C248)
2	男爵 メークイン インカのめざめ	「えっと、好きだったやつを育ててみたいのもあるから、安いのと育ててみたいのを組み合わせせて、で、40kgで、1万円以内で収まるように計算してます。」(C265) 「40kg全部だと予算超えちゃう。育てたいやつと安い男爵とかを組み合わせせて、1万円以内で40kg買えるように、あの、まあ、なんか、組み合わせせて1万円以内になるように計算してます。」(C267)
3	男爵	「予算内で、育てやすさもいいし、条件がいい。」(C253)
4	メークイン	「んと、値段も、5個の中では安いし、収穫量が5個の中でも高い方だし、育てやすさも難しくはないし、人気だから。」(C255)
5	キタアカリ メークイン	「えっと、今のところ2つ、いもを20kgずつくっつけて40kgにしたらいんじゃないかってなって、5班では、キタアカリとメークインを20kgずつ買って、40kgにして買ったら予算内だから、そしたらいいんじゃないかって思います。」(C273)
6	男爵	「んと、40gで安いし、収穫量がたくさんで、育てやすいし、長持ちするからです。」(C256) 「(10)kgの値段かける4すれば40gの値段が出るから、それをかける4して計算しました。」(C259)
7	メークイン	「男爵とかの他のジャガイモより高いけど、この表で一番人気があるから。」(C260)
8	男爵	「予算以内だし、育てやすいし、長持ちするから。」(C262)

表 13：授業記録（発表後の比較・検討）

T236:今他の班の考えを聞いて、ちょっと方が変わったという人いますか？
はい、どう変わったか言えるかな？

C274:えっと、男爵だけだったけど、5班の考えに変わった。

T237:ってことは、組み合わせた方が？

C275:組み合わせせて。

T238:どうしてそう思ったの？

C276:そっちの方が、2つとも育てられて、いい経験にもなるから。

T239:ああ、いい経験になる。2つ育てた方がね。なるほど。ほかにどうですか。変わった人いませんか？はい、どうぞ。

C277:男爵は、3番目に人気があって、メイクインよりはあんまり人気がないから、だから、安い男爵と、人気があるメイクインを取り入れた方がいいと思う。

T240:ああ、安くて(男爵)、こっち(メイクイン)は人気があるから、組み合わせたらいいんじゃないかって思ったのね。はい。書けた(5班)？

T241:じゃあ、みなさんちょっとね、これ今書けたって言うてくれたから、組み合わせせて植えるのに、賛成だと思う人？(多数)いや、1種類植えたらいいと思う人？(少数)いるよね。ちょっと聞いていい？どうして1種類がいいと思ったのかな？Sさん。

C278:えっと、もしだけど、男爵とメイクイン合わせると、メイクインはあんまり長持ちしないけど、男爵は長持ちするから、メイクインが長持ちしないから、いっしょに育てたら、男爵も長持ちしなくなる。

T242:はい。とれてからのことを考えたんだね。違いが出ちゃうと使いづらいこともあるかもしれないよね。では、あとはね、組み合わせてみたいっていう人が多かったの、どんなふう組み合わせるかを考えて、5番のところに書いておいて欲しいんだ。ね、こういうふう組み合わせて植えてみる。もちろん、今、Sさんが言うてくれたみたいに、自分は1種類でいく。その理由はこういうことだっていうふう書いてくれるのもいいと思います。ね、Tくんはずっとインカのめざめ、いいなって書いてくれてるんだよね。

C279:計算した。

T243:うん。計算したんだよな。がんばったね。

せて植えることに賛成の児童が多数であった。

逆に、「えっと、もしだけど、男爵とメイクイン合わせると、メイクインはあんまり長持ちしないけど、男爵は長持ちするから、メイクインが長持ちしないから、いっしょに育てたら、男爵も長持ちしなくなる。」(C278)という反対意見も

その後、2班と5班が組み合わせせて植える提案を発表した。最初は意味が理解できない様子の児童もみられたが、全ての班の発表後に再び考えを記述させてから変容があったかを尋ねる(T236)と、「そっちの方(組み合わせせて植える方)が、2つとも育てられて、いい経験にもなるから。」(C276)、「男爵は、3番目に人気があって、メイクインよりはあんまり人気がないから、だから、安い男爵と、人気があるメイクインを取り入れた方がいいと思う。」(C277)という、組み合わせることに対する肯定的な意見が出され、挙手で確認をしても、組み合わせ

表 14：授業記録（まとめの場面）

T244:はい書けたかな。じゃあちょっと何人か教えて欲しいんだけど、今どう思っているか聞いてみましょう。Oさんどう？今、こうしてみようかなって思うことを教えてくれる？

C280:男爵。

T245:うん。男爵。

C281:と、男爵じゃないのを合わせて植えます。で、理由は、みんなの意見をまとめてみたいな感じで、自分の食べたいものと、みんなが食べたいものを、1つに合わせた方が文句も言わないし、その方がいいと思ったから。

T246:はい。自分が食べたい(表)。でも、みんな違ったんだよね。で、そのみんなの好きなこと、好きな味も考えないと、あとでもめちゃうかもしれないってことを考えたんだね。みんなのことをよく考えていると思います。じゃあ、Kくん。なんか、あなたちょっと、まだいろいろ考えているので、最後にどうですか？今考えていることを教えてください。今そのへんで話していたのはどういうことかな？

C282:メイクインと男爵、20kg ずつ買って・・・。

T247:組み合わせ方はイメージできているんだけど、うまく計算がまだできていないってこと？

C283:いや、できた。

T248:できた？それでいける？

C284:いける！

T249:いける？いいですね。じゃあたどり着いたんだね。自分が考えたことがね。じゃあ、ちゃんと、みんなで考えたことと、自分が考えたことを組み合わせせて決めたいと思いますが、みんなの書いてくれたことをもとに、先生実際に種芋を買ってきますので、自分の考えしっかりと書いておいてね。

あったが、「(男爵)と、男爵じゃないのを合わせて植えます。で、理由は、みんなの意見をまとめてみたいな感じで、自分の食べたいものと、みんなが食べたいものを、1つに合わせた方が文句も言わないし、その方がいいと思ったから。」(C281)という発言のように、最終的な記述では多くの児童が組み合わせで植えることに賛成をしていた。

4) 考察

本実践では、授業中の節目となる場面で児童に自分の考えを記録させた。図5は、それぞれの活動を通して、どれだけの児童がどのジャガイモを植えたら良いと考えていたのかをまとめたグラフである。これと個々の児童が記述したものをもとに4つの手だてについて考察を述べる。

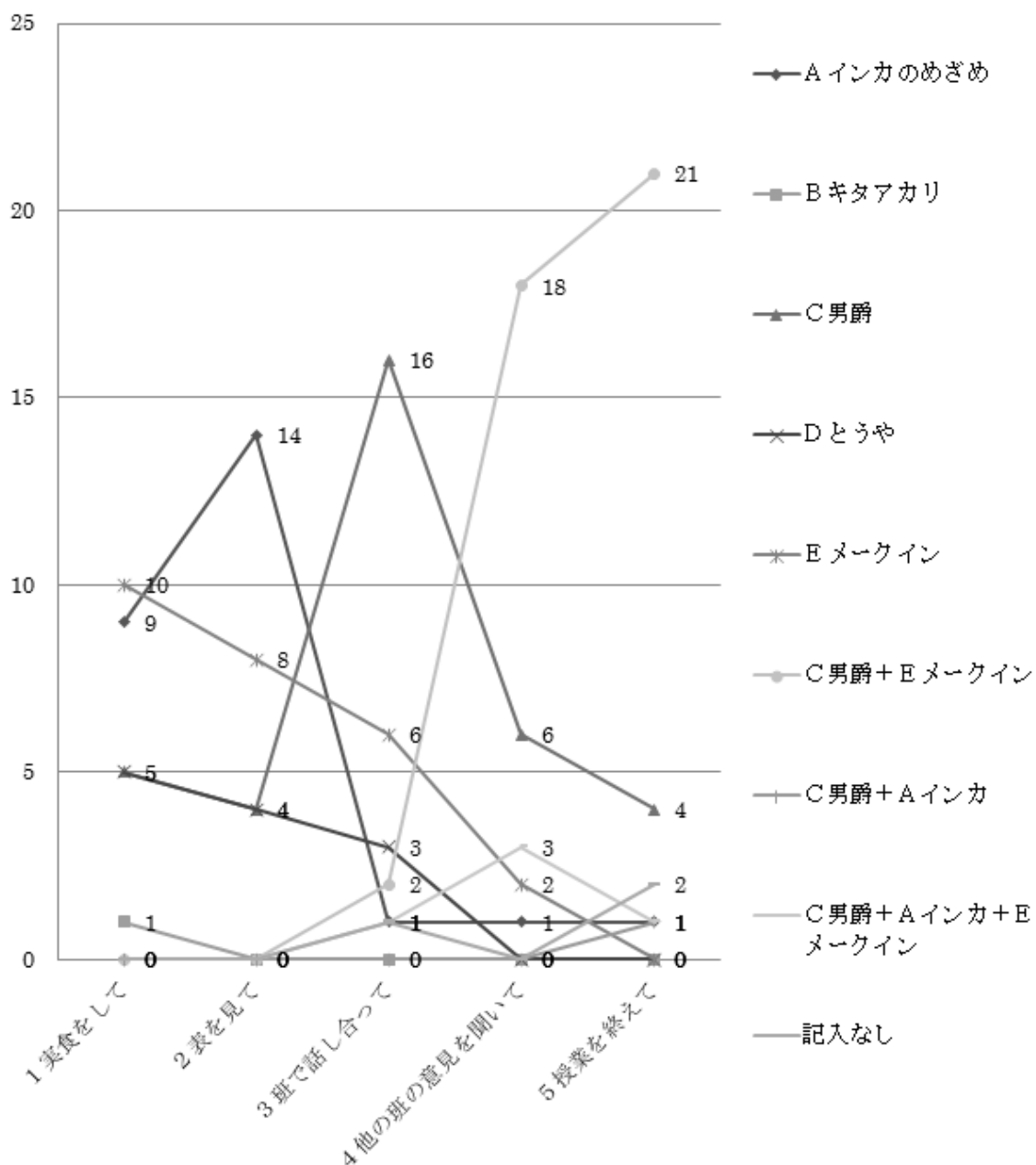


図5：それぞれの品種を選んだ人数とその推移

(1) 実食による自己限定的な意思決定から多様性の萌芽へ

実食後に多くの児童が支持している品種は、メイクイン(10人)とインカのめざめ(9人)である。しかし、二次元表にまとめてクラス全体の傾向を明らかにさせてからは、半数の児童がインカのめざめ(14人)を支持している。尚、プロトコル上は、実食後がインカのめざめ 11人、メイクイン 9人、シールを貼った二次元表を見てからはインカのめざめ 7人、メイクイン 10人であった。これは、授業中に挙手をさせたときと、記述をさせたときの状況が微妙に異なるためであると考えられる。特に二次元表で好みの傾向を示した後の議論では、インカのめざめよりもメイクインを支持する発言が続いていることから、他者の発言に影響されて、メイクイン支持派に手を挙げつつ、根拠を記述させる際には、自分の味の好みに戻って判断していると考えられる。また、記述前に品種名とそれぞれの特徴を提示していることの影響も考えられる。

この場面では、実食によって明確にした全員が自己限定的な意思決定は、他者の意思決定の集合である学級全体の好みの傾向との比較や、品種の情報、他者の意見によって、変容していく実態が明らかになった。

(2) 班での話し合いによる相互作用と説明モデルの構築

資料をもとに植えつける品種を決定していく話し合い活動において、多くの班は味の好みよりも現実に着目して話し合うようになった。特に価格という現実が意思決定の大きな根拠となる実態が明らかとなり、8つの班のうち4つが最も価格が安い男爵を選び、2つの班が次に安いメイクインを選んでいる。10kg単位で売っている4つの品種は比例関係を用いて4倍して40kg分の価格を求めると以下のようなになる。

男爵： $2180 \times 4 = 8720$ (円)

メイクイン： $2380 \times 4 = 9520$ (円)

キタアカリ： $2580 \times 4 = 10320$ (円)

とうや： $2950 \times 4 = 11800$ (円)

また、インカのめざめは1kgの値段を40倍して求めるため、 $498 \times 40 = 19920$ (円)となる。8%の消費税込みで10000円以内となるように場面設定をしているため、約9260円以内での購入となる。

つまり、1つの品種を40kg購入するとした場合、男爵以外は購入できない設定である。

男爵を選んだ4つの班(1班, 3班, 6班, 8班)はいずれも、価格が予算内であるものが男爵しかないことと、味の好みの傾向を見て、「おいしい」と判断している人が比較的多いことを根拠とし、比較的早い段階で合意形成をしている。しかし、それ以上の試行錯誤をすることはなく、それが正解であると確信している様子であった。

メイクインを選んだ2つの班(4班, 7班)は、実食の味の好みでメイクインを選んでいる児童が多く、このうち7班は40kgを買ってしまうと9520円となり、予算を超えてしまうことから、植え付け量を少なくする意思決定をしている。その結果、38kgであれば、 $2380 \times 3 + 1280 + 768 = 9188$ (円)となり、予算内で買えることを導き

重量	品種	男爵	メイクイン	キタアカリ	インカのめざめ	とうや
500g		/	/	/	399円	/
1kg		238円	268円	278円	498円	315円
3kg		/	768円	810円	/	930円
5kg		1150円	1280円	1350円	/	1480円
10kg		2180円	2380円	2580円	/	2950円

図4：児童に示した資料①

「価格一覧表」(再掲)

出している。味の好みに重みづけをして、植え付け量を妥協した合意を形成することができたといえる。

組み合わせる方法を模索した班は2つあった(2班, 5班)。その考えに至ったのは男爵しか買えないという現実を何とかしようという意思があったからである。2班は、男爵を20 kgとメイクイン20 kgを計算し、 $2180 \times 2 + 2380 \times 2 = 9120$ (円)となり、予算内に収まることを提案した。(実際に種芋を購入する際には、このアイデアを採用し、おつりでインカのめざめを購入した。)

価格の現実から男爵で合意した4つの班では、価格表から比例関係を用いて40 kg分にするという単純な計算しかなされず、話し合いの活性化も見られなかった。しかし、植え付け量を調整して何とかメイクインを植えたいと考えた2つの班や、価格という現実と、好みの個人差から組み合わせる植えたいと考えた2つの班では、活発な議論や試行錯誤が見られ、方法の合意が形成されると、全員が意欲的に計算に取り組んでいた。それらの実態から、味の好みという極めて自己限定的な意思決定に強いこだわりをもった児童や、学級集団の好みにばらつきがあることを強く意識した児童は、それらを何とかしようという意欲が高まり、妥協案や折衷案を生み出していくということが明らかになった。

それぞれの品種を選んだ人数とその推移を表したグラフ(図5)を見ると、班での話し合いを終えた時点での個人の意思決定は、男爵が16人とクラスの半数以上となり、メイクインが6人、とうやが3人、男爵とメイクインを組み合わせるという児童が2人であった。

とうやを選んだ児童は、収穫量に着目をしている。もしも7班のように植え付け量を少なくしてとうやを買おうとすると、 $2950 \times 3 + 315 = 9165$ (円)となり、31 kgは購入することができる。収穫量は10倍となるため310 kgのジャガイモがとれることになる。男爵は40 kg買えて収穫量が8倍なので320 kg、メイクインは38 kg買えて収穫量が7倍なので266 kgであるが、植え付け量と収穫量との関係について議論し、数理的に処理をしている班は見られなかった。しかし、もしも提示した価格が消費税込みであった場合、とうやは33 kgまで買えることとなり、その10倍の330 kgがとれるとすると、少ない植え付け量で男爵を上回る収穫量を得ることになる。同様に消費税込みの価格であった場合、メイクインも40 kgの購入が可能であることや、組み合わせ方の可能性も広がるため、予算の数値設定を工夫することが今後の課題であるといえる。

(3) 妥協案、折衷案を引き出し、合意形成へ

班の中での話し合いを終えた時点では、過半数を超える16人の児童が男爵を支持していたが、他の班の説明を聞いた上での意思決定では、男爵は6人に減少している。それと入れ替わるように、男爵とメイクインを組み合わせる意思決定が2人から18人と増え、男爵とメイクインにインカのめざめも組み合わせる意思決定をしている3人と合わせると、21人もの児童が組み合わせる考え方に賛同していることが分かる。これは、2班と5班の説明モデルが説得力のあるものであり、相互作用が生まれたため変容したと考えられる。さらに、授業の最後に組み合わせるアイデアに変更する判断をした児童に発言をさせ、最終的な判断を記述させると、30人中24

人が男爵とメイクインを組み合わせる判断をし、インカのめざめを含めた2人を含めると、26人が組み合わせて植えることに合意をした実態が明らかになった。

次に、児童が自分の考えを記述したカードから考察する。

A児は、終始一貫してメイクインを支持し、グループでの話し合いでは、植え付け量を調整することで予算内に収める説明モデルを構築している。他の班の考えを聞いた後には、男爵との組み合わせを記述し、自分たちの班の意見だけでなく、他の班の意見も生かすことに価値を見いだしていることがよみとれる。

B児は、実食でメイクインを選んだが、他者の意見に触れたことでインカのめざめを選んでいる。その後、価格の計算から現実的な男爵を選ぶが、他の班が組み合わせて植える方法を提案すると、それまでに選んできた3種類を組み合わせることを記述している。最終的には収穫後の現実的な要素を判断材料として男爵とメイクインという意思決定をしている。

C児は、グループの話し合いの時点で組み合わせることを考えている。この児童はもともとメイクインを植えたいという意思をもっていて、予算内に収まらないことから男爵との組み合わせを考えたことがよみとれる。同様に、D児はインカのめざめを植えたいという思いを何とかするために組み合わせるアイデアを出している。つまり、組み合わせるアイデアを引き出した要因は、実食時に生まれた、「このジャガイモを植えて食べたい」という自己限定的な意思決定にあるといえる。

他者との相互作用により、A児は自分の意思を確かなものに強化し、B児は目まぐるしく変容させていった。またC児は、比較・検討を通して、多くの級友から賛同を得たことから、組み合わせるアイデアが社会的なものであるという自信をもち、D児は、自分の意思を実現させるアイデアが、みんなの希望を満たすことにもつながっていることに気づいた。

「自分の考え」記録用紙
5年1組 11番 名前()

これからみんなで「どのジャガイモの植えたら良いか」を考えていきます。
その中で自分ごどのような考えをもったのかを記録しておきましょう。

1 ジャガイモを食べ比べて、自分はそのジャガイモを植えたら良いと考えていますか?
 インカのめざめ
 キタアカリ
 男爵
 とうや
 メイクイン

理由
おいしいし、マックのポテトのジャガイモだから。

2 みんなでシールをはった表を見て、自分はそのジャガイモを植えたら良いと考えていますか?
 インカのめざめ
 キタアカリ
 男爵
 とうや
 メイクイン

理由
インカのめざめはほどよくなりが、おもしろい
番手なんでも買われそうだから。

3 グループで話し合っていて、自分はそのジャガイモを植えたら良いと考えていますか?
 インカのめざめ
 キタアカリ
 男爵
 とうや
 メイクイン

理由
予算が5円でした。でも、10円や、5円、3円もない
少しずつ買えば90円にはならないけど
予算内におさまられる。

4 他の班の意見を聞いてみて、自分はそのジャガイモを植えたら良いと考えていますか?
 インカのめざめ
 キタアカリ
 男爵
 とうや
 メイクイン

理由
にんしゃくはおいしい、メイクインは自分たちの班で
一番良いと思っているやつだから。

5 仮案を眺めて、自分はそのジャガイモを植えたら良いと考えていますか?
 インカのめざめ
 キタアカリ
 男爵
 とうや
 メイクイン

理由
たぶん100円
メイクインは200円

図6：A児の記録用紙

「自分の考え」記録用紙
5年1組 11番 名前()

これからみんなで「どのジャガイモの植えたら良いか」を考えていきます。
その中で自分ごどのような考えをもったのかを記録しておきましょう。

1 ジャガイモを食べ比べて、自分はそのジャガイモを植えたら良いと考えていますか?
 インカのめざめ
 キタアカリ
 男爵
 とうや
 メイクイン

理由
一番美味しく感じたから。(おもしろい)
食べるともくずれなかったから。

2 みんなでシールをはった表を見て、自分はそのジャガイモを植えたら良いと考えていますか?
 インカのめざめ
 キタアカリ
 男爵
 とうや
 メイクイン

理由
自分でも美味しく感じて、クラスの人にも好きな人が
多かったから。

3 グループで話し合っていて、自分はそのジャガイモを植えたら良いと考えていますか?
 インカのめざめ
 キタアカリ
 男爵
 とうや
 メイクイン

理由
予算内におさまっているし、育てやすいかも
よいかから。

4 他の班の意見を聞いてみて、自分はそのジャガイモを植えたら良いと考えていますか?
 インカのめざめ
 キタアカリ
 男爵
 とうや
 メイクイン

理由
うつつましく組み合わせることで、予算内に
おさまる人気のものを全てを植えることか
でよかった。

5 仮案を眺めて、自分はそのジャガイモを植えたら良いと考えていますか?
 インカのめざめ
 キタアカリ
 男爵
 とうや
 メイクイン

理由
うつつと少しづつづらいうちもあろうので
あまり持たないものは選ばないようにはした。

図7：B児の記録用紙

このように、多くの児童が最終的に組み合わせて植えるという社会的な判断に合意していく過程が個の変容から実態として明らかになった。

5) 成果と課題

(1) 成果

授業の節目となる場面で記述をうながした個々の学習カードや、人数の変容を時系列ごとにまとめたグラフの分析により、個や集団の意思決定がなされていく実態が明らかになった。

自己限定的な意思決定である味の好み(相1)や、多様性の萌芽をうながす学級全体の好みの傾向(相2)が、最終的に社会的な説明モデルを構築(相3)する上で重要な役割を果たすことが分かった。また、意思を実現させる方法を考えさせる教師の発問や、互いの意見を交換する場の設定により、相互作用が活性化され、それが相3への移行に有効であるということが分かった。

(2) 課題

本実践において、話し合いの段階で相3に移行することができたと判断できる班は、何とかしてメイクインを買おうとした2つの班と、組み合わせる考え方をした2つの班である。それらの班は、話し合い活動が活性化し、比例関係を用いての試行錯誤が意欲的に行われていた。しかし、価格の計算だけで男爵を選んだ班は、そのまま他の可能性を模索しなかった。最終的には学級全体としての合意形成がなされたといえるが、話し合いの場面における学習の差が大きかったのは事実である。より多くの児童(班)が、話し合いの中で相3に移行することができるように、数値設定の工夫や話し合いを活性化させる手だてが求められる。

「自分の考え」記録用紙

5年 1組 7番 名前()

これからみんなで「どのじゃがいもの植えたら良いか」を考えていきます。
その中で自分がどのような考えをもったのかを記録しておきましょう。

- じゃがいもを食べ比べてみて、自分はどのじゃがいもを植えたら良いと考えていますか?
()インカのめざめ
()キタアカリ
()男爵
()とうや
()メイクイン
理由
男爵、おいしかった。変な味出身だから、インカが好きで、よかったと思った。
- みんなでシールをはった表を見て、自分はどのじゃがいもを植えたら良いと考えていますか?
()インカのめざめ
()キタアカリ
()男爵
()とうや
()メイクイン
理由
インカのめざめは30人中11人で一番多いけど、風邪的には、メイクインがおいしいから、あと、それそれ好みがあるから。
- グループで話し合ってみて、自分はどのじゃがいもを植えたら良いと考えていますか?
()インカのめざめ
()キタアカリ
()男爵
()とうや
()メイクイン
理由
予算内だし、いろいろな味がたべれる。
- 他の班の意見を聞いてみて、自分はどのじゃがいもを植えたら良いと考えていますか?
()インカのめざめ
()キタアカリ
()男爵
()とうや
()メイクイン
理由
予算内だし、賛成も多かった(30人中29人)だし、いろいろな味がたべれるから。
- 授業を終えて、自分はどのじゃがいもを植えたら良いと考えていますか?
()インカのめざめ
()キタアカリ
()男爵
()とうや
()メイクイン
理由
みんなが賛成してくれたから。

図8 : C児の記録用紙

「自分の考え」記録用紙

5年 1組 9番 名前(後藤 真由)

これからみんなで「どのじゃがいもの植えたら良いか」を考えていきます。
その中で自分がどのような考えをもったのかを記録しておきましょう。

- じゃがいもを食べ比べてみて、自分はどのじゃがいもを植えたら良いと考えていますか?
()インカのめざめ
()キタアカリ
()男爵
()とうや
()メイクイン
理由
ね、よりおいしい、くりみで、おいしいから。
- みんなでシールをはった表を見て、自分はどのじゃがいもを植えたら良いと考えていますか?
()インカのめざめ
()キタアカリ
()男爵
()とうや
()メイクイン
理由
一番おいしいと思ったし、表で見ても、一番票が多かったから、人気があった。
- グループで話し合ってみて、自分はどのじゃがいもを植えたら良いと考えていますか?
()インカのめざめ
()キタアカリ
()男爵
()とうや
()メイクイン
理由
組み合わせると、予算内で40kg買えるようにできるといいから。
- 他の班の意見を聞いてみて、自分はどのじゃがいもを植えたら良いと考えていますか?
()インカのめざめ
()キタアカリ
()男爵
()とうや
()メイクイン
理由
「インカのめざめ」と「メイクイン」は1kgずつは買えないけど、量は減らして、いいから男爵とインカに植えてみるから。
- 授業を終えて、自分はどのじゃがいもを植えたら良いと考えていますか?
()インカのめざめ
()キタアカリ
()男爵
()とうや
()メイクイン
理由
安心のもと、みんなの希望も両方入れられるから。

図9 : D児の記録用紙

【中学校実践事例】

浜田 兼造

中学校 2 年生でジャガイモを栽培するという技術科の授業を題材にした。生徒が栽培したジャガイモを給食の献立メニュー「じゃがバター」に使用するが、5 種類ある品種のジャガイモの中からどのジャガイモを学校の畑に植え、栽培したらよいかという課題である。技術科の先生・栄養士の先生の立場から、ジャガイモの品種を決定する基準をつくり、その基準よりジャガイモの品種を決定するための場面を設定する。基準を活用してジャガイモの品種をどのように決定するのか、選択肢を創出し、その選択肢から指標を設け他者との相互による合意形成を図る数学的活動を行った。

授業の枠組みについては、個別解決や小グループでの解決を行い、さらに学級全体で比較検討を行い、最終的に個人に戻す。解が一意でないために「正解」があるわけではない。生徒の解決過程が記述されているワークシート、生徒の発表の様子及び生徒の授業感想を基に数理的意思決定力の有用性を明らかにすることができたと考える。

1) 教材の概要

本実践は中学校におけるクロスカリキュラムを重視し、次に示す問題場면을題材として扱った。

《 問題場面 》

大宮東中は、来年創立70周年を迎えます。70周年記念行事の一環として、毎年行っている保護者を対象にした「給食試食会」を「創立70周年記念給食試食会」として、栄養士の先生が次のように行うことにしました。2年生の技術科の授業で行う「ジャガイモの栽培」で収穫したジャガイモを使用して、「じゃがバター」を給食の献立とすることにしました。

上記の問題場面からわかるように、2年技術科の授業「ジャガイモの栽培」と「給食の献立」を題材として取り上げる。実際に2年生の技術科の授業では、大宮東中にある畑でジャガイモの栽培を行っている。また、授業で収穫したジャガイモは、給食の食材として使われてもいる。技術科の授業で使用されているジャガイモは、「男爵」を使用しているが、選択肢を設けるために中学校の畑で栽培することが可能な「メークイン」「キタアカリ」「とうや」「インカのめざめ」の4つの品種を含めた5つの品種の中から選ぶことができるようにした。

本実践の特徴は、技術科の先生と栄養士の先生の2つの立場を設定したことである。栽培するジャガイモの品種を決定するに当たり、技術科の先生は「種芋の値段が安い」「栽培しやすい」「たくさん収穫できる」ことを品種を決定する基準として挙げている。栄養士の先生は「給食のメニューはじゃがバターにする」「味がよい品種にする」「カロリーのことを考えて1人分130gにする」ことを品種を選択する基準として挙げている。この2人の先生の基準をそれぞれ映像としてビデオで生徒に紹介した。

さらに、本実践ではもう1つの立場が登場する。それは、授業の第1時に蒸かした5つの品種のジャガイモを美食し、美食後生徒全員の投票により、どの品種のジャガイモがおいしいか、順位を決定した生徒の立場である。3年3組のおいしいジャガイモの順位は以下の通りであった。

1位：男爵(13票) 2位：キタアカリ(7票) 3位：とうや(6票)
 4位：インカのめざめ(4票) 5位：メイクイン(1票)

そこで、本実践は3つの混在した立場が存在する場面を設定し、生徒が議論していく中で、現実世界の問題を数学の問題に定式化する。次にそのモデルに対して数学的処理を施し、数学的結果を得る。この過程を繰り返し、複数の選択肢を創出した上で、その中から根拠を明確にしながらかの決定を行う。このプロセスには、顕在的または潜在的に生徒の様々な価値観が反映されている。また、一方向の線形的なものではなく、進んだり、戻ったりしながら進展していき、往還的なプロセスになる。また、その決定過程において、定式化、基準の設定、指標の作成が行われ、合意形成していくプロセスを学んでいくことが期待される。

<p>【男爵】</p>  <p>1 k g 497 円 栽培はしやすい 収穫量 種芋の 7 倍</p>	<p>【メイクイン】</p>  <p>1 k g 605 円 栽培はしやすい 収穫量 種芋の 8 倍</p>	<p>【キタアカリ】</p>  <p>1 k g 605 円 栽培はやや難しい 収穫量 種芋の 6 倍</p>
<p>【インカのめざめ】</p>  <p>1 k g 810 円 栽培は難しい 収穫量 種芋の 4 倍</p>	<p>【とうや】</p>  <p>1 k g 810 円 栽培はやや難しい 収穫量 種芋の 9 倍</p>	<p>図9：本実践で扱った ジャガイモの品種</p>

2) フレームワーク

	自 己 内			他者との相互作用 相 $\alpha \sim \gamma$
	相 1 自己限定的 (individual)	相 2 多様性の萌芽 (beginning of diversity)	相 3 社会的 (social)	
B1: 数学的定式化 Formulating	1人の立場から考えられる基準を設定し、その基準を基に表等の根拠をつくり、ジャガイモの品種を決定するプロセスをつくることことができる。	2人の立場から考えられる基準を設定し、その基準を基に表等の根拠をつくり、ジャガイモの品種を決定するプロセスをつくることことができる。	2人の立場から考え公平・平等になるように基準を設定し、2人が納得できるよう責任を持ってジャガイモの品種を決定するプロセスをつくることことができる。	他者がどのような基準を設定しその基準から表等の根拠をつくり、どのようにジャガイモの品種を決定するのかを理解する。
B2: 数学的表現 Representing	複数の基準を基に、ジャガイモの品種を決定するための根拠をつくりその根拠から品種を決定することことができる。	全体で挙げられた基準を基に比較検討し、品種を決定できる根拠をつくることにより、決定する過程や結果を表現することことができる。	考えることのできるすべての基準を挙げ、その中から妥当な根拠を基に基準を選択し、品種の選択についての意思決定の過程や方法、結果を表現することことができる。	他者の基準設定、表等の根拠の作成を通じて相手の意思決定の過程や方法・結果を理解する。
B3: 数学的推論・分析 Analyzing	ジャガイモの品種を選択する基準をまとめたものより他の生徒の考えを聞きながら、ジャガイモの品種を決定することことができる。	ジャガイモの品種を選択する基準をまとめたものより、指標をつくり比較・検討することによりジャガイモの品種を決定することことができる。	ジャガイモの品種を選択する基準をまとめたものより、指標をつくりジャガイモの品種を決定することことができる。さらに、特定の基準について重み付けを行うなど多面的に処理を行うことことができる。	他者のジャガイモの品種決定までの過程を理解し、その視点に沿って推論をしたり、問題の構造を分析したりする。
B4: 解釈・評価 Interpreting & Validating	ジャガイモの品種の決定を行うに当たり、個人で考える、グループでまとめる、全体の考えを聞く過程を通して、ジャガイモの品種を決定する方法や結果を解釈することことができる。	ジャガイモの品種の決定を行うに当たり個人で考える、グループでまとめる、全体の考えを聞くことで、自分の考えを解釈するとともに、他が納得できるようにすることの必要性を理解し、その解釈の妥当性を評価することことができる。	ジャガイモの品種の決定を行うに当たり個人で考える、グループでまとめる、全体の考えを聞くことで、自分の考えがどのように修正され高めることことができる。また、そのプロセスの妥当性を評価することことができる。	グループ内での話し合いや全体発表を通して、意思決定の過程や方法、結果を対比しながら、類似点や相違点を比較・検討し、評価する。
B5: 数学的 コミュニケーション Mathematical communicating	ジャガイモの品種決定という意思決定の過程や方法・結果を自分の考えを基に、言語・表現で伝え合うことことができる。	ジャガイモの品種決定という意思決定の過程や方法・結果を自分の考えを基に、グループ・全体など他の考えを取り入れ評価することにより、言語・表現で伝え合うことことができる。	ジャガイモの品種決定という意思決定の過程や方法・結果を、グループ・全体など他の考えを取り入れ、相手の理解状況に応じて評価することにより、言語・表現で伝え合うことことができる。	個人→グループ→全体の過程を通して、他者の意思決定の過程や方法、結果を理解し、自己の考えと比較・検討し、練り上げる。
C: 数学的・社会的 価値認識力 Realizing mathematical and social value	味の好みの傾向や技術科の先生または、栄養士の先生より求められている基準から、ジャガイモの品種を決定することことができる。	栄養士の先生、技術科の先生のそれぞれの2人の立場から求められる基準を基に、ジャガイモの品種を決定することことができる。	栄養士の先生、技術科の先生のそれぞれの立場から求められる多様な基準を取り入れ、妥当な評価を行うことによりジャガイモの品種を決定することことができる。	他者によるジャガイモの品種決定までの過程で数学的・社会的価値観に基づく意思決定を受け入れ、それらを比較・検討し妥当な意思決定を行う。

3) 授業の概要

(1) 授業計画 (4 時間扱い)

○授業対象…さいたま市公立中学校

3 年 3 組 (男子 17 名, 女子 16 名)

○日時…平成 27 年 2 月 2 日 (月) 第 4, 5 校時

2 月 4 日 (水) 第 3 校時

2 月 6 日 (金) 第 3 校時

(2) 具体的な手だて

本実践は、フレームワークに示したように、「B1:数学的定式化」から「B4:解釈・評価」までのプロセスを辿ることにより、相 1 または相 2 から相 3 までを一方向の線形的なものではなく進んだり、戻ったりしながら進展してく往還的な変容により集団としての合意形成を形成することをねらいとする。以下に、そのための手立てを述べる。

① 実食から得られる自己内意思決定

本実践では、5 種類の蒸かしたジャガイモの実食を行い、個人及びクラスの味の順位決定を実体験することより始まる。この実食の体験が、「B1:数学的定式化」から「B4:解釈・評価」までのプロセスの中での社会的価値観を形作る基準となる。

なお、実食では、ジャガイモの名前を隠しての実食を行うことにより、ジャガイモの品種名による先入観が入らないようにした。また、クラスでの順位決定では、投票による順位決定を行うようにして、個々の味に対する意思がきちんと表現されるようにした。

② 立場による基準の設定から生まれる多様性の萌芽

実食後、技術科の先生と栄養士の先生のジャガイモの品種選択に対する基準をビデオを通して提示する。これが集団として意思決定を行うスタートになる。ただ、本実践では、集団としての味の順位の 1 位が「男爵」であったために、2 名の先生の立場による基準以外に生徒自身の立場による基準が集団としての意思決定に大きく影響してくることになった。なぜなら、「男爵」は基準となる「おいしさ」「育てやすさ」「種芋の値段」が他の品種に比べて優れていたためである。集団での基準の設定において、どの立場による基準を選択しなければいけないのか、そのことが多様性の萌芽になる。

③ 現実と向き合うことで説明モデルをつくる必要感を高める

2 時間目の班での話し合い活動では、自己の立場だけでジャガイモの品種を決定する生徒と技術科の先生及び栄養士の先生の両者の立場からジャガイモの品種を決定する生徒が混在することになる。そこで、技術科の先生・栄養士の先生の立場での基準の設定による意思決定を行う必要感を引き出すために、3 時間目に代表生徒によるジャガイモを選択する基準とその基準を挙げた理由の発表を行った。また、2 人の先生の基準の提示ビデオについても再度視聴した。これらの活動を通して、現実と向き合う説明モデルをつくる必要感を高めた。

④ 妥協案、折衷案を引き出し、合意形成へ

本実践では、ジャガイモの品種決定について「男爵」にするという合意形成がなされることが予想されるが、重要なことはその合意形成がどのようなプロセスを経て行われたのかということである。各班が技術科の先生及び栄養士の先生の基準をどのように用いるのか、「新しいアイデアを加えた案をつくる」等の合意形成がなされて説明モデルがつけられる、その過程がこの

授業のねらいになる。そして、授業の最後に次のような生徒の考えを記述させることによりまとめとした。

「ジャガイモの品種を決定するための考えを1時間目から決めてきました。2時間目以降、個人からグループ(班)そして「全体発表」及び「発表を聞く」と、場面が変化していきました。その過程で皆さんの考えは、どのように変わっていききましたか。どのように変わっていったのか、について記述してください。」

(3) 授業の実際

【第1時】問題把握

次の問題場面を提示する。

上記の問題場面からわかるように、2年技術科の授業「ジャガイモの栽培」と「給食の献立」を題材として取り上げる。問題場面を提示した後、栄養士の先生のビデオを視聴した。(図10)

栄養士の先生の話す内容は以下の通りである。

- ・保護者の方に食べてもらうので、2年生の技術科の授業で栽培するジャガイモを使用する。
- ・給食の献立メニューは、「じゃがバター」にする。
- ・生徒、保護者の多くの人に食べてもらうので、味にこだわった給食にしたい。そのためには、味がとてもよい品種のジャガイモを栽培してほしい。
- ・1人分の「じゃがバター」のジャガイモの量は、カロリーのことを考えて、130gにする。



図10

ビデオ視聴の後、大宮東中に植えて栽培できる5つのジャガイモの品種を生徒に提示した。

A〈男爵〉 B〈メイクイン〉
C〈キタアカリ〉 D〈インカのめざめ〉 E〈とうや〉

提示後、実際にジャガイモの品種名を伏せて、5つ品種のジャガイモを試食した。

その試食の様子が図11である。

試食後、生徒全員の投票により、どの品種のジャガイモがおいしいか、順位を決定する。3年3組のおいしいジャガイモの順位は以下の通りであった。

1位：男爵(13票) 2位：キタアカリ(7票) 3位：とうや(6票)
4位：インカのめざめ(4票) 5位：メイクイン(1票)



図11

3年3組のジャガイモの品種のおいしさ順位が決定した後、生徒に5つのジャガイモの品種を紹介したプリントを配布し、それぞれの品種の特徴を紹介した。(資料1)

紹介後、ジャガイモの栽培を授業で行う技術科の先生のビデオを視聴した。(図12)

技術科の先生の話す内容は、以下の通りである。

- ・ジャガイモの種芋の値段は高いので、なるべく値段が安い



図12

品種のジャガイモを植えて栽培したい。

- ・授業で栽培を行うので、栽培しやすい品種がよい。
- ・収穫するときに、たくさん採れた方が喜びが大きいので、たくさん収穫できる品種を植えたい。

そこで授業者より次のような発問を行った。

T:5つの品種のジャガイモのうち、どの品種を植えるのか決めるためにどのようなことを考えなければなりません。その考えをワークシートに書いてください。

生徒の考えをまとめたものを、資料2に示す。資料2は、カテゴリごとにA～Hまで、それぞれ生徒が書いた考えをまとめたものである。

【第2時】集団検討・話し合い活動（グループごと）

生徒より出された11の考えを黒板に貼りだした場面が図13である。それらの考えを、栄養士の先生と技術科の先生の立場に生徒が分類しているのが図14である。生徒の考えを分類したものを表14に示す。

表 14

栄養士の先生の立場に関する考え

- ・おいしいジャガイモ
- ・栄養価の高いもの
- ・早く火が通るようにあまり大きくならないもの
- ・なるべく1つのジャガイモが130gに近いこと
- ・ジャガイモの量を130gとした時、520人分の量が採れる

技術科の先生の立場に関する考え

- ・収穫量が多いもの
- ・種芋の価格が安いもの
- ・もとの値段がなるべくやすいもの
- ・67.6kg (130g × 520人)のジャガイモを畑で収穫することが必要
- ・手に入れやすい



図 13



図 14

次に各自の考えを、栄養士の先生と技術科の先生のどちらの立場になるか分類させた。個人の考えを分類した後、4人の班をつくり、班の中での話し合い活動を通して、班としての考えをまとめるようにした。(図15)



図 15



図 16

さらに、それぞれの考えに対する詳しいデータを教室の前の封筒に入れておく。考えが決まった班より図16のように班の代表の生徒が、封筒の中のデータを取りに行くようにした。封筒に入っている考えに対するデータは、資料3に示す。

【第3時】話し合い活動（グループごと）・説明モデルの作成

2人の生徒にジャガイモの品種を決定するため、なぜその考えを挙げたのか、その考えと理由の説明を求めた。

[生徒 Z・S] (図17)

考え：ジャガイモの値段が安いこと
 理由：技術科の先生にとって安いものがうれしいから
 考え：おいしいジャガイモであること
 理由：生徒達は一番おいしいものを食べたいから
 考え：育てやすいもの，手間のかからないもの
 理由：育てやすいものだと楽に育てられるから
 考え：たくさん育つもの
 理由：できるだけ多く採れたほうが，量の心配をしなくていいから



図 17 (生徒 Z・S)

[生徒 R・M]

考え：栄養素が多く体によいジャガイモ
 理由：給食のおかずとして出すから，体のことを考えると栄養素が多いほうがよいから
 考え：調理する時にくずれにくいジャガイモ
 理由：じゃがバターを作るときくずれてしまうと食べにくくなってしまうから
 考え：1つがちょうど 130g ぐらいになるジャガイモ
 理由：量は決められているから，130g だと調理するのに楽だから
 考え：植えてから収穫するまでの期間が短いジャガイモ
 理由：長い期間が必要なジャガイモは育てるのが大変で，短い期間でよいジャガイモは 2年生でもかんたんに育てることが可能だから

これは，生徒の考えが，生徒自身の立場から栄養士の先生と技術科の先生の 2 人の立場に移行するために生徒の発表を行った。さらに，2 人の先生の立場を確認するために，栄養士の先生と技術科の先生のビデオを再度視聴した。

次の時間にどのような考えを使ってジャガイモの品種を決定したのか，その決定の仕方を 1 班～8 班がそれぞれ発表できるように準備をした。(図 18)



図 18



図 19

なお，選択した考えをどのように使って決定するのか，その決定の仕方を説明できるようにした。また発表は，実物投影機を使ってまとめた資料を投影して行うようにした。

また，新たにジャガイモの品種を決定する考えのデータが必要な班は，教室の前に封筒を用意しておき，取りに来るようにした。(図 19)

【第 4 時】説明モデルの発表

各班に発表してもらう。

(図 20・21)

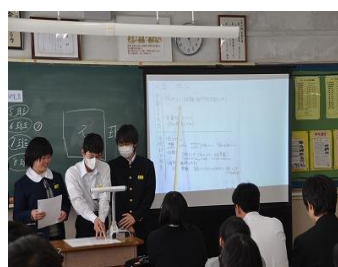


図 20



図 21

4) 考察

本実践では、技術科の授業でジャガイモを中学校の畑に植えて栽培・収穫するという問題を扱った。この問題の特徴は、判断を下す必要がある意思決定者の立場を2人用意したことである。1人は、授業としてジャガイモの栽培・収穫を行う技術科の先生である。技術科の先生のジャガイモの品種を選択する基準は、以下の通りである。

- ・ なるべく値段が安い品種のジャガイモを植えて栽培する。
- ・ 栽培しやすい品種を植える。
- ・ たくさん収穫できる品種を選ぶ。

もう1人は、収穫したジャガイモを給食の食材として提供する栄養士の先生である。栄養士の先生のジャガイモの品種を選択する基準は、以下の通りである。

- ・ 給食の献立メニューは「じゃがバター」にする。
- ・ 味がとてもよい品種のジャガイモを植えて、栽培・収穫してほしい。
- ・ 1人分の「じゃがバター」のジャガイモの量は、カロリーを考慮して130gにする。

これは、判断を下す必要がある意思決定者の状況や立場が変わることにより、合意形成の必要性が生じ、数理的な意思決定の必要性が現れることを示している。この数理的な意思決定の必要性が、問題として成立するかどうかのかぎになると考える。それらを踏まえた上で、4班と7班の2つの班に焦点を当てて、数理的な意思決定におけるプロセス能力の様相を記述する。

B1: 数学的定式化

第1時で5種類の蒸かしたジャガイモを試食し、味についてクラスの順位を決定する。その前後で、問題に登場する2人の立場より、ジャガイモの品種を選択する基準を提示する。

しかし、第1,2時の授業では、3人の立場が混在している。それは、ジャガイモを食べた生徒の立場、そして前述した技術科と栄養士の先生の立場である。生徒の立場は、主観的、直感的な意思決定であり、数理的に導かれた根拠に基づいた意思決定ではない。この3つの立場が混在した中で、各々の方針（価値観）に基づいて定式化を行いながらジャガイモの品種決定に取り組んで行くことになる。

4班は次の①～⑤の順に優先順位をつけた考え（条件）を挙げ、比較・検討を行い合意形成を図る活動を行っている。考え（条件）とその優先順位は、次の通りである。

- | |
|--------------------------------------|
| ①収穫できる量 ②栽培しやすい
③値段が安い ④おいしさ ⑤栄養価 |
|--------------------------------------|

また4班は、図22に記述しているように、収穫出来なければならない量を計算より求めている。それぞれの品種に対して、種芋1個のジャガイモから収穫出来る量を示したデータと照らし合わせることにより、「インカのめざめ」を不適切としている。

7班は次の5つの考え（条件）を挙げ、比較・検討を行い合意形成を図る活動を行っている。その考えは、次の通りである。

発表用ワークシート [4班] 氏名 () 全体 520人 × 1人あたり 130g = 必要分量 約 67.6kg 2年生が 1人づつ 植える。 $67600g \div 110 = 約 615g$ 1人が植える種芋から 615g 以上 必要がある。 種芋 1つ 約 120g $615 \div 120 = 約 5.1$ 1つあたりの種芋から 5.1倍以上 とれなければならない。 インカのめざめ → 不適切
--

図 22

- 値段が安い
- 収穫量が多いもの
- 栽培しやすい
- 栄養価が高いもの
- どれだけジャガイモを収穫できるか

・(どれだけジャガイモを収穫できるか)

	男 爵	メークイン	キタアカリ	インカのめざめ	とうや
品種ごとの 収穫量	92.4 kg	105.6 kg	79.2 kg	52.8 kg	118.8 kg

〈計算方法〉

- 男爵 ... $110 \times 7 \times 120 = 92.4 \text{ kg}$
- メークイン ... $110 \times 8 \times 120 = 105.6 \text{ kg}$
- キタアカリ ... $110 \times 6 \times 120 = 79.2 \text{ kg}$
- インカのめざめ ... $110 \times 4 \times 120 = 52.8 \text{ kg}$
- とうや ... $110 \times 9 \times 120 = 118.8 \text{ kg}$

図 23

また 7 班は、図 23 の記述にあるように〈どれだけジャガイモを収穫できるか〉のデータが必要だと考え、表にその結果を記述している。表の下には、その計算が記述されている。さらに、班の合意形成により上位 2 つの品種を候補として挙げていることが、表に示されている。

B2：数学的表現

本実践では、技術科の先生と栄養士の先生の要望が同時に満たされていることを示す説明モデルが求められる。そのため考えられるすべての基準を考慮に入れて、根拠を明確にしたり、数値化したりするなどして表現することが必要になる。

第 2 時の図 7、第 3 時の図 10 に示したように、封筒に入れて教室の前に置き選択した考え(条件)を、生徒が自由に取りに来ることができるように準備した。

4 班が選択したデータは次の 5 つである。

- 〈収穫できるジャガイモの量〉
- 〈栽培のしやすさ〉
- 〈1kg 当たりの種芋の価格〉
- 〈3 年 3 組によるジャガイモの味のよさ〉
- 〈栄養価〉

7 班が選択したデータは次の 5 つである。

- 〈1kg 当たりの種芋の価格〉
- 〈収穫できるジャガイモの量〉
- 〈栽培のしやすさ〉
- 〈栄養価〉
- 〈どれだけジャガイモを収穫できるか〉

4 班及び 7 班が選択した基準となるデータを図 24・25 に示す。なお、〈どれだけジャガイモを収穫できるか〉については、生徒が定式化してその数値を決定するため、項目のみでデータは記述されていない。

〈3 年 3 組によるジャガイモの味のよさ〉 〈1 kg 当たりの種芋(ジャガイモ)の価格〉

〈3 年 3 組によるジャガイモの味のよさ〉

	男 爵	メークイン	キタアカリ	インカのめざめ	とうや
3 組による 味のよさ	1 位	5 位	2 位	4 位	3 位

〈1 kg 当たりの種芋(ジャガイモ)の価格〉

	男 爵	メークイン	キタアカリ	インカのめざめ	とうや
価 格	497 円	605 円	605 円	810 円	810 円

〈収穫できるジャガイモの量〉

〈収穫できるジャガイモの量〉

	男 爵	メークイン	キタアカリ	インカのめざめ	とうや
収穫量	種芋の 7 倍	種芋の 8 倍	種芋の 6 倍	種芋の 4 倍	種芋の 9 倍

〈どれだけジャガイモを収穫できるか〉

〈どれだけジャガイモを収穫できるか〉

ジャガイモの品種	男 爵	メークイン	キタアカリ	インカのめざめ	とうや
品種ごとの 収穫量	kg	kg	kg	kg	kg

図 24

〈栽培のしやすさ〉

〈栽培のしやすさ〉						
	男爵	メーティン	キタアカリ	インカのめざめ	とうや	
栽培のしやすさ	栽培しやすい ・除草、水やりを定期的に行う必要がある	栽培しやすい ・除草、水やりを定期的に行う必要がある	やや難しい ・除草、水やりを定期的に行う必要がある ・害虫の駆除も必要になる	難しい ・除草、水やりを定期的に行う必要がある ・害虫の駆除も必要になる ・病気への対策も求められる	やや難しい ・除草、水やりを定期的に行う必要がある	

〈ジャガイモの栄養価〉

〈ジャガイモの栄養価〉					
ジャガイモの品種	男爵	メーティン	キタアカリ	インカのめざめ	とうや
ジャガイモの品種による栄養価	でんぷんが約14~16%程と多く、ほくほくとした食感	でんぷんが約14%程と多くなめらかな食感	ビタミンCやカロチンを豊富に含む ビタミンCの含有量は圧倒的で、とてもヘルシーなジャガイモ	ビタミンB1はご飯の約2倍、B2やB3は3倍、ビタミンCも豊富で、薬に似た食感	でんぷんが少なめで低カロリー、ビタミンCが豊富でヘルシーなジャガイモ

図 25

B3：数学的推論・分析

第3時に再度、技術科の先生と栄養士の先生のビデオを視聴した。これは、問題の構造を把握することにより、主観的、直感的な表現ではなく、数理的意思決定を行うために客観的、論理的に基準をとらえ合意形成を行う必要性が高まるようにするためである。4班と7班の数学的推論・分析の記述を以下に示す。

4班は、それぞれのジャガイモの品種を推論・分析するために、図26のように○△×を用いた表をつくることにより、構造化して表現している。

また、〈ジャガイモの栄養価〉をカロリーと栄養の2つに分けて表現していることが図25よりわかる。

	量	貯や材	値段	おいし	カロリー	栄養
男爵	△	○	○	○	×	△
メーティン	○	○	△	×	×	△
キタアカリ	△	△	△	○	○	○
インカのめざめ	×	×	×	△	△	○
とうや	○	△	×	△	○	△

図 26

7班は、ジャガイモに関するデータ資料より、「男爵」と「キタアカリ」の2つの品種を選択すべき候補に選んでいる。班の4名の生徒がすべて男爵を選んだ根拠、及びキタアカリを選んだ根拠に対するそれぞれの説明モデルを記述している。

根拠になる考え（条件）として選択した、〈1kg当たりの種芋の価格〉〈収穫できるジャガイモの量〉〈栽培のしやすさ〉〈栄養価〉〈どれだけジャガイモを収穫できるか〉以外に、クラスで試食したジャガイモの味の順位についての記述も追加されている。それらを用いて班での合意形成が行われた結果の記述が図27・28である。

私たちの班は男爵に決めました。
理由は、値段が49円と高すぎず5つの中で一番安いから。
収穫できるジャガイモの量は、種芋の7倍(92.4kg)
必要はジャガイモの量は、67.6kg以上あるので、必要は量だけ収穫できる。
男爵は、キタアカリに比べてインカのめざめとちがいで、栄養素が少ないので、ビタミンCやカロチンこそこんだての中に取れ入ること、栄養素をおおむねとることが出来る。
このことから男爵が一番良いと思えた。
また、クラスの投票も1位だったので、味は問題ない。

図 27

私たちの班は、キタアカリに決めました。
理由は、値段が650円と高すぎず5つの中で2番目に安い、
収穫できるジャガイモの量は種芋の6倍(76.2kg)
必要はジャガイモの量は、67.6kg以上あるので、必要は量だけ収穫できる。
栽培は、やや難しいですが、栽培しやすいジャガイモよりもカロチンやビタミンCを豊富にふくんでいて、栄養素が高くてヘルシーなキタアカリが一番良いと思えました。
(また、クラス中の投票でも2位だったので、味に問題ない。)

図 28

B4：解釈・評価

4班は、推論・分析で構造化した図29より、図30のようにそれぞれの考え(条件)を数値化して、解釈・評価している。

	量	育ちやす	値段	おい	カロ-	栄養
男爵	△	○	○	○	×	△
メ-アイン	○	○	△	×	×	△
キタアカリ	△	△	△	○	○	○
インカのめざめ	×	×	×	△	△	○
とうや	○	△	×	△	○	△

図 29

	○の数	△の数	×の数	得点
男爵	3	2	1	8
メ-アイン	2	2	2	6
キタアカリ	3	3	0	9
インカのめざめ	1	2	3	4
とうや	2	3	1	7

$○ = 2 \quad \triangle = 1 \quad \times = 0$

キタアカリ

図 30

7班は、栄養価を給食の他の献立で補うという新しいアイデアを加える合意形成を行っている。合意形成による解釈・評価した記述が、図31・32である。

男爵は栽培しやすいですが、栄養価は低い
 栄養価が低いのは、にんにくやアスパラが栽培が
 難しいから、その分、栄養価が高いです。
 キタアカリは栽培が難しいため、失敗
 する可能性があり、その分、栄養価が低いという
 問題があります。一方、失敗する可能性
 が低い男爵は、栄養価が低いという問題が
 ありますが、他の献立で栄養価を補うこと
 が可能と考えました。これらのことから、
 私たちの班は、男爵がよいと考えました。

図 31

男爵は栽培しやすいですが、栄養価は低い
 のに対してキタアカリは栽培が難しい
 ですが、その分、栄養価は高いです。キタ
 アカリは栽培が難しいため、栽培に失敗し
 た場合、全員分のジャガイモが採れなくな
 ってしまう可能性があり、そうするととも
 もありません。一方、失敗する可能性
 が低い男爵は、栄養価が低いという問題が
 ありますが、他の献立で栄養価を補うこと
 が可能と考えました。これらのことから、
 私たちの班は、男爵がよいと考えました。

図 32

B5: 数学的コミュニケーション

本実践における2月6日(金)第3校時でのグループによる発表が、数学的コミュニケーションに強く結びついている。それぞれのグループが、どの考え(条件)を用いてジャガイモの品種を決定したのかを客観的、論理的に説明し、他者に納得してもらえるようにしなければならない。

発表の場面では、図33にあるように、評価用紙を配布し、それぞれのグループでの発表に対して3観点で評価し、その理由についても記述するようにした。これは、他者の説明モデルを参考にすることで、自分たちのグループの説明モデルを見直すことができるようにするためである。生徒の授業感想にも、自身の説明モデルを見直す記述がなされている。

最後に、「C: 数学的-社会的価値認識力」について述べる。ここでいう数学的-社会的価値認識力とは、「数学」と「公平性や効率性などの社会における価値」との関連づけに関わる認識力を意味する。本実践では、技術科の先生及び栄養士の先生へ

評価用紙 No2 3年3組(16)番 氏名(駒谷 彩未)

各班の発表を聞いて、それぞれの班について評価してください。

(7)班	とてもよい	<u>よい</u>	もう少し
その理由	それぞれの条件において 順位づけをしていて分かりやすかった。		
(6)班	とてもよい	よい	もう少し
その理由	何キロ買えばよいか → 値段の決定の 考え方がほかの班とは違っていて面白いと思った。		
(1)班	とてもよい	<u>よい</u>	もう少し
その理由	条件に当てはまる男爵についてよく分かった。 だけどほかのじゃがいもとの比較が少ないので何故男爵が一番なのかがあしかりにくかった。		

図 33

の説明が必要になる。つまり2人が納得するために、公平性・平等性に関する価値観が顕在化すると考えられる。また、ジャガイモの品種を選択する責任性に関する価値観も顕在化されよう。これらは、「公平性・公正性・平等性」, 「責任性・自立性」(西村ら, 2013)に該当する。

授業後の生徒の感想には、次のようなものがあった。

1つ1つの条件や根拠について
考えてみると、1番はじめにはこうほに
あがらなかった結論となり、
驚きました。
1つの物事でもいろいろな方向から
見ることが大切だと分かりました。
また、話し合いをやることで、
新しい考え方やアイデアが
生まれることもありました。
他の班の発表を聞いてみると、
自分の班ではできなかった考えも
ありました。
1人1人が意見をもち、
その意見を話し合うことで、
「1番よい考えを導くことが可能になる」
と考えることができるようになりました。

図 34

最初は、男爵がいいと思っていました。
しかし、資料をもっと話合っているうちに、納有りという別の品種
がでてきました。
また、2人の先生の意見も完璧にあてはまるものがなく大変でした。
私たちの班では、栽培のしやすさを重視したので男爵になつたが、
ジャガバターだけの味、栄養価でいくと、納有りのほうが
いいと思います。
人をあてた物の味や、観視ポイント違水なので、違う結果があったのだと思います。
ここもあれが悪いところもあり、どのよりの切り口で物を見て
いくかというところが今回の授業の学びになると思います。

図 35

図 34 の生徒は、選択肢を創出することの重要性を述べている。また、他者の説明モデルを参考にしながら、自身の説明モデルを見直すことに触れている。

図 35 の生徒は、数理的意思決定にあたって、それぞれの基準に関する妥当性の検討や、それぞれの基準に基づくと、どのような結論が考えられるのかという可能性の検討を行っている。

最初は、「おいしい男爵がいい」とか思っていたけれど、グループのおんたし話し合っていてうちに、「なぜ男爵がいいの？」「キタアカリのほうがいいのかな？」などの意見が出て僕は、そんな話し合いをする時間が「なんだ」と楽しくなりました。最後の最後で、男爵がキタアカリかてい込んだ末に新しいアイデアが浮かんできました。そのアイデアは、「栄養価は他の給食のメニューで補はんるのではないかな？」という意見です。この結果、男爵にすることに決められた。この授業で僕たちは発想力や考えをまとめる力が身についたと思います。また他のグループの意見を聞くことにより、自分たちとは違う意見もあり、しげきを受けたし、僕たちの考えと比べておたりもしました。最初は、「なぜ数学の時間にジャガイモを食べるの？」と思ったりもしたけど、今はこの授業を「もっと受けたい」と思うようになりました。とても楽しかったです。

図 36

はじめは、安くておいしい男爵がいいと思いましたが、カロリーや収分量、育てやすさという条件をプラスすることで考えが変わりました。結果的に、男爵とキタアカリをまぜようように、結果的にキタアカリに私たちの班はしました。他の班の発表を聞いて男爵でもよかったなと感じました。また、どの班も男爵がキタアカリをまぜているようにしたが、私は何を重視するかによって結果が違ったのだと思います。

図 37

図 36 の生徒は、数理的意思決定にあたって、社会的価値を見直す新しいアイデアを提案することにより、基準に対する妥当性の検討を行い、新しい結論を導いている。

図 37 の生徒は、複数の選択肢を創出した上での合意形成の必要性について記述している。また、図 34 の生徒と同様に、他者の説明モデルを参考にして、自身の説明モデルの見直しについても記述している。

5) 成果と課題

(1) 成果

本実践では、ジャガイモの品種を決定するという問題を扱った。

品種を意思決定する上で、自身（生徒）、技術科の先生そして栄養士の先生などの立場で考えるかがとても重要になってくる。第 1 時で生徒が 5 つの品種のジャガイモを食べて味の順位を決定しているため、自身（生徒）の立場で意思決定を行う場面が多く見られた。また、第 1 時の試食によるジャガイモの品種の決定で、「男爵」が 1 位に選ばれたことも自身（生徒）の立場で考えるきっかけをつくったものと考えられる。

しかし、意思決定のプロセスにおいて、自身（生徒）の立場から他の 2 人の立場に移行する必要性が、なぜ客観的、論理的に基準をとらえての合意形成が必要なのかということへの理解につながったと考える。これは、本実践の枠組みとなる、「プロセス能力」及び「数学的－社会的価値認識力」に関するフレームワークにおいて、多くの生徒が 4 時間の授業で、相 1 または相 2 から相 3 へと高まったことが、グループの

ワークシート，第4時でのグループの発表の様子及び生徒の授業感想例より明らかにされたことによる。

(2) 課題

今後の課題は，授業時数の問題であろう。本実践は，「プロセス能力」及び「数学的－社会的価値認識力」の枠組みの有効性について検証することが目的であったので，4時間の授業計画を組んだ。しかし実際に授業を行う場合，内容を精選して，授業計画を組むことが必要になると考える。

引用・参考文献

- 青山和裕（2014）「数理科学的意思決定におけるプロセスの具体化とその検討－統計領域の視点から－」日本数学教育学会第2回春期研究大会論文集. pp.73-80
- 櫻井順矢（2015）「数理科学的意思決定の過程を重視した授業に関する研究－「バスケットボールの選手を選ぼう」を例にして－」
日本数学教育学会誌. 第97巻. 第5号 pp.2-10
- 清野辰彦（2014）「数理科学的意思決定におけるプロセスの具体化とその検討－数学的モデル化の視点から－」日本数学教育学会第2回春期研究大会論文集. pp.81-88
- 西村圭一（研究代表）（2013）「社会的文脈における数学的判断力の育成に関する総合的研究」.平成22-24年度科研費研究報告書
- 西村圭一（2014）「数理科学的意思決定を育む数学教育の展望」日本数学教育学会第2回春期研究大会論文集. pp.61-64
- 山口武志（2014）「数理科学的意思決定におけるプロセス能力と数学的－社会的価値認識力」日本数学教育学会第2回春期研究大会論文集. pp.65-72

[資 料 1] ジャガイモの品種紹介

「男爵」



形は球状で目のくぼみが深いのが特徴です。肉色は白っぽく粉質で、でんぷんが約14～16%程と多く、加熱するとホクホクした食感が楽しめ、これぞジャガイモと感じさせてくれる香りがあります。

「メークイン」



「メークイン」形はツルリとした長卵型で、目の数が少なく浅いことが、皮をむきやすいという長所になっています。果肉は「男爵」よりも少し黄色っぽい白で、でんぷんが約14%程と多く、肉質は「男爵」よりも粘質で舌触りが「男爵」のようなさらさらした感じではなく滑らかで、ほんのりと甘味があります。日本では特徴ある形やその名前、甘みのため人気を持続しています。

「キタアカリ」



偏球形の小粒で皮色は黄白色、目はやや浅くて赤いのが特徴です。果肉は男爵よりも黄色く、肉質は粉質で、加熱調理するとホクホクとした甘みがあります。男爵よりも甘味が強いのも特徴です。栄養的にも特色があり、ビタミンCやカロチンを豊富に含みます。この色や甘さなどからクリジャガイモなどとも呼ばれ、ビタミンCの含有率は圧倒的でとてもヘルシー、近年人気急上昇中のジャガイモです。

「インカのめざめ」



この品種は一番声を大にしてオススメしたい品種「インカのめざめ」です。アンデスの品種をもとに改良された品種で、男爵、きたあかりに比べて小ぶりののが特徴、皮は少し黄色味を帯びていますが内部はさらに黄色く、ジャガイモなの？と思うほど。茹でるとさらに黄色くなり、ねっとりほっこりした食感は、サツマイモや栗に似ています。生産量も少ないので希少価値も高いですが、一食の価値は充分ある、北海道ならではのジャガイモです。生産量は少なくジャガイモのなかでは高価です。



ジャガイモの形は、整った球形で芽が浅く調理しやすいのが特徴です。芽は浅く、肉色は淡黄で、でんぷんが少なめで低カロリー、ビタミンC豊富でヘルシーなジャガイモです。肉質はやや粘質で、舌ざわりはきわめて滑らかです。口当たりがなめらかで、煮くずれせず、ほくほくで、くせがありません。また、翌日も硬くならないので最後までおいしく食べられます。

[資料 2] 2月2日 4校時での生徒の考えをまとめた表

A	<ul style="list-style-type: none"> ・ 1個あたりの種芋の値段が安いもの ・ ジャガイモの値段が安いこと 	
B	<ul style="list-style-type: none"> ・ おいしいジャガイモ ・ 味がよいもの ・ 味にくせがない ・ 残らず完食してもらうために人気のあるもの ・ じゃがバターに合うジャガイモ ・ みんなに人気のあるもの ・ 一番みんながおいしいと思ったもの 	
C	<ul style="list-style-type: none"> ・ 育てやすい品種 ・ 手間のかからないもの ・ 育てる上でのタフさ ・ 悪条件でも育つもの ・ 育てる時期に合ったもの ・ 栽培しやすいもの ・ 特別な気象条件を必要としないもの ・ 授業で扱うので育てやすいもの ・ 害虫がつかない ・ 中学生くらいでも育てやすいもの 	
D	<ul style="list-style-type: none"> ・ 1つの芋でたくさん育つ品種 ・ たくさん育つもの ・ 多くの量を収穫できる芋であること ・ 収穫量が多いもの ・ 人数が多いので収穫量が多いやつ 	
E	<ul style="list-style-type: none"> ・ 520個以上とれるジャガイモ ・ 最低限 520個は収穫できるもの ・ $130\text{g} \times 520\text{個} = 67.6\text{kg}$ 必要になる ・ ジャガイモの量を一人 130g としたとき、520人分の量 ・ 67.2kg のジャガイモを畑で収穫することが必要 ・ 110本以上のジャガイモの苗に 67.6kg 以上実る品種であること ・ $130\text{g} \times 520 = 67.6\text{kg}$ 必要 → 畑でこれだけをまかなうことが必要 ・ 110個以上種芋が必要 ・ とれる量が多いもの (520個以上) 	
F	<ul style="list-style-type: none"> ・ できるジャガイモのサイズ ・ 食べやすい大きさ ・ 大きくなりすぎず、小さすぎないもの 	
G	<ul style="list-style-type: none"> ・ 栄養素が多く体によいもの ・ カロリーが高すぎないもの ・ カロリーが低いもの ・ 栄養価が高いもの 	
H	<ul style="list-style-type: none"> ・ 調理するときにくずれにくいもの ・ 給食でつくるときに使うので、調理しやすいもの 	

[資料 3] 封筒に入れた考え（条件）についてのデータ

〈 3年3組によるジャガイモの味のよさ 〉					
	男 爵	メイクイン	キタアカリ	インカのめざめ	とうや
3組による味のよさ	1 位	5 位	2 位	4 位	3 位

〈 1kg 当たりの種芋(ジャガイモ)の価格 〉					
	男 爵	メイクイン	キタアカリ	インカのめざめ	とうや
価 格	497 円	605 円	605 円	810 円	810 円

〈 収穫できるジャガイモの量 〉					
	男 爵	メイクイン	キタアカリ	インカのめざめ	とうや
収穫量	種芋の 7 倍	種芋の 8 倍	種芋の 6 倍	種芋の 4 倍	種芋の 9 倍

〈 ジャガイモの品種による「じゃがバター」の栄養士の先生のお勧め順位 〉					
	男 爵	メイクイン	キタアカリ	インカのめざめ	とうや
じゃがバター	4 位	4 位	2 位	1 位	2 位

〈 『給食試食会』で給食を食べる全体の人数 〉						
	1 年	2 年	3 年	先生	保護者	合計
人 数	140 人	110 人	133 人	37 人	100 人	520 人

〈 栽培のしやすさ 〉					
	男 爵	メイクイン	キタアカリ	インカのめざめ	とうや
栽培のしやすさ	栽培しやすい ・除草, 水やりを定期的に行う必要がある	栽培しやすい ・除草, 水やりを定期的に行う必要がある	やや難しい ・除草, 水やりを定期的に行う必要がある ・害虫の駆除も必要になる	難しい ・除草, 水やりを定期的に行う必要がある ・害虫の駆除も必要になる ・病気への対策も求められる	やや難しい ・除草, 水やりを定期的に行う必要がある ・害虫の駆除も必要になる

〈 ジャガイモの栄養価 〉					
	男 爵	メイクイン	キタアカリ	インカのめざめ	とうや
ジャガイモの品種による栄養価	でんぷんが約 14～16%程と多く, ほくほくとした食感	でんぷんが約 14%程と多く, なめらかな食感	ビタミンCやカロチンを豊富に含む ビタミンCの含有率は圧倒的で, とてもヘルシーなジャガイモ	ビタミンB1はご飯の約2倍, B2 や B3 は3倍, ビタミンCも豊富で栗に似た食感	でんぷんが少なめで低カロリー, ビタミンCが豊富でヘルシーなジャガイモ

〈 収穫した量で給食の分を賅うことができるか 〉					
	男 爵	メイクイン	キタアカリ	インカのめざめ	とうや
収穫した量で給食の分を賅うことができるか					

〈 どれだけジャガイモを収穫できるか 〉					
	男 爵	メイクイン	キタアカリ	インカのめざめ	とうや
品種ごとの収穫量	k g	k g	k g	k g	k g

(2) 親しみやすいキャラクターをつくろう

リーダー：小澤真尚

教材作成：山下雅代

授業者：富樫奈緒子（小学校）・新井健使（中学校）

メンバー：鈴木和幸・長崎栄三・落合菜々子

本教材「親しみやすいキャラクターをつくろう」は、児童・生徒にはどの数理科学的手法(特に統計的な手法)を用いることが解決につながるか意思決定をさせ、かつこれらの使用が効果的でもあると理解させることを目指した教材である。この教材に対して、小学校と中学校にて授業を実施した。この2つの実践事例から、成果として、児童・生徒が自分たちの意見を持った上で話し合うことよさを感じていたことが挙げられ、意思決定・合意形成を促す手立てとしても有効であることがわかった。また、アンケートを作成することとアンケートを取ることを、またそれらの計画の重要性に気付いたことが挙げられた。これらの重要性は授業者にとっても再確認できた。一方で、課題として数理科学的に考えさせるためには教師による介入が必要であること、オープンさを調整する必要があることが挙げられた。

1) 教材の概要

本教材は、親しみやすいかわいいキャラクターを制作するため、目の位置に着目し、それをどう測るかを考え、データから傾向をとらえてかわいい目の位置を決める教材である。これは、Yamashita, Nishimura & Suzuki (2014) によって提案された理論的枠組みおよび教材をもとに開発されたものである。児童・生徒にとって本教材の問題は、一見すると数理科学的に解決する問題ではないように感じるものである。しかしそのような文脈においても、児童・生徒に数理科学的手法(特に統計的な手法)を用いることが解決につながると判断させ、かつ効果的でもあると理解させることに、本教材のねらいがある。何に着目してアンケートを作成し、また、アンケートによって集められた「親しみやすさ」のデータをどのように計量化したらよいかを考えることも、ほとんどの児童・生徒にとっては初めての課題になるだろう。

開発当初は、「美しい字」という題目でみんながきれい、美しいと思う字を書いてみようという題材であった⁽¹⁾。特性要因図⁽²⁾を利用しながら、角度・字の大きさ・バランスなどに着目し、仮説を立て、検証のための実験計画を立ててデータを採り、データを分析するという授業の流れを想定していた。しかし、児童・生徒にとってより取り組みやすい教材を考えていく中で、探究対象を字ではなくキャラクターに変え、本教材が開発された。

小学校では校内で使用できる歯のキャラクターをつくる課題において、統計的な手法や「問題解決基本3フェーズ⁽³⁾」をもとに推論・分析し、根拠をもって自分の考えを説明できることを目指した。また、中学校では当該生徒たちをイメージさせる蜂のキャラクターをつくるという課題に取り組みさせた。生徒は中学校での統計分野をまだ学習していない段階でもあったため、それぞれ当該校の特色を生かした数学的モデル化に重きを置いた授業構成としている。

2) 本教材におけるフレームワーク

	定 義	自己内			他者との相互作用 フェーズ $\alpha \sim \gamma$
		フェーズ 1 自己限定的	フェーズ 2 多様性の萌芽	フェーズ 3 社会的	
B1: 数学的定式化 Formulating	現実世界の問題を「数学の問題」に翻訳する(直す)能力	指示された「目の位置」に着目し, より親しみやすいキャラクターになるような位置を決める方法を考察しようとする。	「目」, 「鼻」, 「口」など自分なりの視点を設定し, その視点から, より親しみやすいキャラクターに改善する方法を考察しようとする。	「目」, 「鼻」, 「口」以外や, それを組み合わせた新たな視点から, より親しみやすいキャラクターに改善する方法を考察しようとする。	他者がどのような視点を設定し, より親しみやすいキャラクターに改善する方法を考察したかを理解する。
B2: 数学的表現 Representing	数学的な表現方法によって, 意思決定の過程や方法, 結果を表現する能力	指示された統計的表現(ヒストグラムや代表値)を用いて, キャラクターを改善する方法や根拠を表現する。	自分で統計的表現を選択し, キャラクターを改善する方法や根拠を表現する。	選択した統計的表現を目的や場面に応じて改良しながら, キャラクターを改善する方法や根拠を表現する。	他者の統計的な表現方法を通じて, 相手のキャラクターを改善する方法や根拠を理解する。
B3: 数学的推論・分析 Analyzing	数学的手続きや考え方に基づいて, 推論をしたり, 問題の構造を分析したりする能力	指示された統計的手続きや考え方にそって, キャラクターを改善する方法を作ることができる。	統計的手続きや考え方を自己選択し, キャラクターを改善する方法を作ることができる。	統計的手続きや考え方を自分で工夫したり, 指標をつくりながら, キャラクターを改善する方法を作ることができる。	他者の統計的手続きや考え方を理解し, その視点に沿ってキャラクターを改善する方法を考える。
B4: 解釈・評価 Interpreting & Validating	もとの現実世界の問題に照らし合わせて, 意思決定の過程や方法, 結果を解釈し, それらの妥当性を評価する能力	(「問題解決基本3フェーズ」を利用し,)より親しみやすいキャラクターができていくかについて, 最初の設定画と比較する。	(「問題解決基本3フェーズ」を利用し,)最初の設定画と比較し, より親しみやすいキャラクターができていくと考える理由を明確に説明する。	(「問題解決基本3フェーズ」を利用し,)より親しみやすいキャラクターができていくかを最初の設定画と比較したり検証のための調査を行ったりして評価し, 必要があれば, より妥当性を高めるための修正を行う。	様々な改善の方法や結果と対比しながら, 類似点や相違点を比較・検討し, 評価する。
B5: 数学的コミュニケーション Mathematical communicating	意思決定の過程や方法, 結果を伝え合う能力	キャラクターを改善するまでの過程や方法, 結果を(聞き手のことを考えずに)自己限定的な言語・表現で伝え合う。	キャラクターを改善するまでの過程や方法, 結果について, 他者(一般)を意識した(聞き手のことを考えた)言語・表現で伝え合う。	キャラクターを改善するまでの過程や方法, 結果を相手(特定)の(聞き手の)理解状況に応じた言語・表現を選択し伝え合う。	他者がキャラクターを改善するまでの過程や方法, 結果を理解し, 自己のそれと比較・検討し, 練り上げる。
C: 数学的-社会的価値認識力 Realizing mathematical and social value	数学的-社会的価値観に基づいて意思決定を行う能力	自分の「親しみやすさ」に基づいて決める。	自分とは異なる観点や優先順と比較・検討した上で, 決める。	グループ内の仲間や他のグループの選択や優先順, 方法を取り入れて決める。	他者の数学的-社会的価値観に基づく意思決定を受け入れ, それらと比較・検討し, 妥当な意思決定を行う。

3) 授業の概要

(1) 小学校での実践

① 授業の計画

○日時 : 平成 27 年 2 月 17 日～2 月 26 日までの算数の時間 5 時間

○授業者 : 富樫奈緒子

○対象児童 : 都内区立小学校 第 6 学年 児童 32 名 (男子 16 名, 女子 16 名)

本学級の児童は自分なりに考えた意見を友だちに伝えたり, 相手の意見や作品にコメントをつけ合うなど互いに評価し合ったりする活動を好み, 積極的に活動する児童が多い。しかし, あくまで自身の主観的な感覚に基づく意見や感想を伝えあうにとどまり, 根拠をもって話し合ったり, 自分の仮説を証明するためにデータを集めたりする活動はあまり経験がない。本題材では, 「親しみやすい」ということについて, 統計的な手法や「問題解決基本 3 フェーズ」をもとに推論・分析することを経験させ, 根拠をもって自分の考えを説明しようとする姿勢を養いたい。

○目標

B1 : 数学的定式化と B2 : 数学的表現に重点を置く。特に次の 2 点を評価する。

- ① データを取り, 根拠を持って説明することができる。
- ② 「問題解決基本 3 フェーズ」を通して, 調査の方法を考え, 得られたデータについて推論・分析できる。

	相 1 : 自己限定的	相 2 : 多様性の萌芽	相 3 : 社会的
B1: 数学的定式化	指示された「目の位置」に着目し, より親しみやすいキャラクターになるような位置を決める方法を考察しようとする。	「目」, 「鼻」, 「口」など自分なりの視点を設定し, その視点から, より親しみやすいキャラクターに改善する方法を考察しようとする。	「目」, 「鼻」, 「口」以外や, それを組み合わせた新たな視点から, より親しみやすいキャラクターに改善する方法を考察しようとする。
B2: 数学的表現	指示された統計的表現 (ヒストグラムや代表値) を用いて, キャラクターを改善する過程や方法, 結果を表現する。	自分で統計的表現を選択し, キャラクターを改善する過程や方法, 結果を表現する。	妥当な統計的表現を工夫洗練し, キャラクターを改善する過程や方法や結果を表現する。

○指導計画

第 1 時	「親しみやすい」キャラクターの特性要因を自分なりに考え, 自分の仮説をもとにアンケートを作成する。
第 2 時	「親しみやすい目の位置」に関するアンケートを作成し, アンケートを取る。結果を集計し, それをもとに「親しみやすい」キャラクターの要因とその水準を特定する。
第 3 時	調査の方法と, 分析の結果を発表し, 評価し合う
第 4 時	
第 5 時	第 5 時までに分かったことをもとに, 再度, 自分の仮説をもとに調査方法 (アンケート) を計画し, データを採り, 仮説を確かめる。

○授業展開上の工夫

- 児童が興味・関心をもって取り組めるよう, 「よい歯バッジ」のための「親しみやすい」キャラクターをつくる, という題材を設定した。
- 児童が自分の考えについて根拠をもって説明したり, 検証のための調査をしたり

することができるよう、「問題解決基本3フェーズ」にそった授業展開とした。

- ▶ 児童は「自分の仮説を証明する」という経験が乏しい。そこで、アンケート用紙の型を用意し、児童が抵抗なくアンケートを作成し、データを集めることができるようにした。
- ▶ グループで活動することで、自分で考えた視点以外の多様な考え方や表現方法があることに気づき、選択することができるようにした。

② 授業の実際

導入

来年度からの「よい歯バッジ」のデザインを新しくすることになり、全校児童からアイデアを募集し、その中から全校投票でデザインを決めることになった。そこで、汐入東小学校のみんなの虫歯を減らすため、親しみやすいよい歯バッジのキャラクターを考えてみることにした。まずそれぞれが親しみやすいよい歯バッジキャラクターを描いた（図1）。その後、クラス全体で「親しみやすい」とはどんなことか考えてみることにした。「親しみやすさ」をより具体的にとらえ、「親しみやすさ」とは何かを共有するために原作のムーミンと日本のムーミンを比べてみる活動を取り入れ、親しみやすさの要因を共有した。その後、挙げられた要因を特性要因図（図2）にまとめ、親しみやすさの原因について、仮説を立てた。仮説を「目の位置」に置くことを共有した。

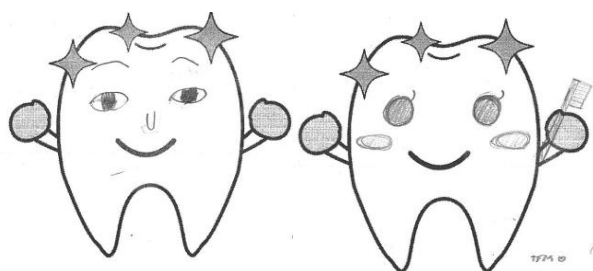


図1：親しみやすいキャラクターの例

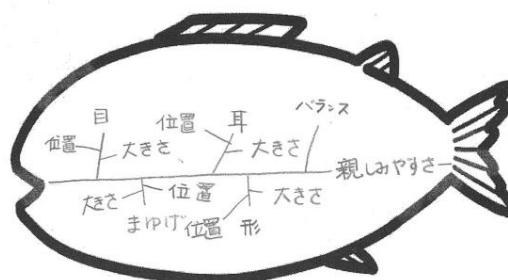


図2：特性要因図の例

グループでの話し合い



写真1：アンケート作成の様子



写真2：目の位置を測定する様子

仮説を確かめるためのアンケートをグループで作成し（写真1），アンケートを取った（図3）。その後，具体的な目の位置を決定するために，様々なグラフや表を用いて分析し，親しみやすい目の位置を決定した（写真2，図4）。

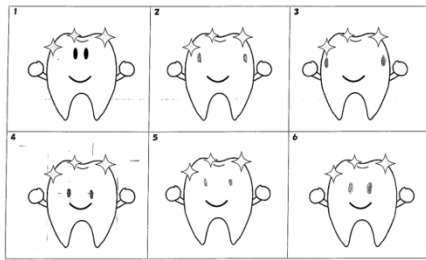


図3：作成したアンケートの例

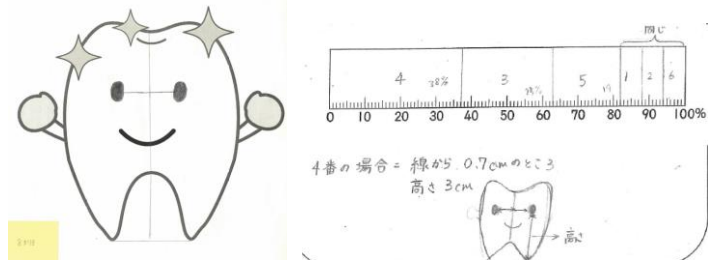


図4：分析結果と決定した目の位置の例

集団検討・相互評価



写真3：発表の様子

親しみやすいキャラクターをつくろう！

よりよい調べ方を考えよう！

班	調べ方	よさ・気がついたこと 質問など
4	目の位置だけを変える 15人にアンケート 1位と2位の割合の差を調べた？ (円グラフ) ↓ 5番が1番多い：口から上は4cm、目と目の間2cm	・数はわかりにくいので割合に変えていたこと ・もっと多くの人にアンケート
6	最初から比べる 4通りで12人にアンケート 大人に良いと思われた：足から31cm、目と目の間4cm	・比べるを促していること
2	33人にアンケートを3回 口のほしから0.5mmの高さ → 42% 1位:14人 2位:11人 → 1位と2位の数は似ているから？ 3&6はかわらない	・たくさんの人に聞いていて、確実に気づいていること
5	各項目で1位になったものを集めて書き、共通点を探した。 口の線の延長線に近いものが親しみやすい 5通り	・共通点を探しより親しみやすい図を見つけていること

班	考え方	よさ・気がついたこと 質問など
3	15人にアンケート 1位と2位の横3本でアルファベット	・大きさが変わっても位置が変わらないようにしていること
7	25人アンケート 6通り 1位は19人で56% 上から目のまでが5.5cm 横の位置は口のほしの1/4(1.1cm) 2位は4人で16% (目の上:目の下 = 5:1)	・この考えを促していること
1	12人アンケート 1位:6人 目と目の間5cm (もとは1.1cm) 口のほしから2cm (もとは0.9cm)	・もっと多くの人にアンケートをした方が実際に気づくと思う

考察

次に使ってみたい調べ方は…

- 表 ⇒ 値で表す！
- 柱状グラフ

理由は…

- 人数に差がある場合は、割合
- 基準は決める(33回の場合、共通点)
- 割合だけで、差が少なくても、そのことがよくわかるから
- いから、
- ちがいを知り、だいたい親しみやすい目の位置とケリから

・時間を場々、分担する、計画的に、5はソを表す

図5：相互評価の例

グループで考えた調査計画と分析結果を、それぞれ全体で発表し、相互評価を行った（図 5，写真 3）。アンケート作成前の計画では、8 班中 7 班が多くの人にアンケートをとり、各班の 1 位を集めて 1 位決定戦をしようとしていたが、実行段階においては、アンケート結果を集計し、円グラフまたは帯グラフにして表現するとともに、一番人気だったものの目の位置を、定規で計って cm で表現した班が多く、計画と実行が異なる班が多かった。実行段階にける特徴的な活動には下記のようなものがあった。



図 6：マトリックスを用いた目の表現

分析について

- ・ 上位 3 位のものの目の位置を測定し、平均値を出す
- ・ 各班の 1 位のものを集めて、共通点を探す

目の位置の表現について

- ・ 目の位置を平均値(cm)で表現
- ・ 一番人気のものの位置を、マトリックスを用いて表現（図 6）
- ・ 目の位置を、比を用いて表現

相互評価の場面では、それぞれの班の発表を聞き、調べ方、考え方のよさや問題点を話し合った。児童からはアンケートをとった人数が多いほど、結果が確かなものになるのでより多くの人にアンケートをとる必要があるという発言があった。また、ただ単にアンケートをとるだけでは意味がないということを実感したようだ。比を用いた班やマトリックスを用いた班などは、アンケート作成段階から集計への見通しをもち、目の位置を分類したアンケート用紙を作成していた。そのため集計結果から親しみやすい目の位置を見だしやすかった。しかし、ただ単に色々な目の位置を設定した班は集計結果からどの目の位置が親しみやすいかの傾向をつかむことは難しかった。このことからアンケート作成段階から見通しをもち、計画に基づいた調査をすることの必要を感じたようだ。また、児童からの発言では出なかったのが教員から「ちらばりを表すことで親しみやすい目の大体の位置を知ることができる。」ということを伝えた。そこで次に使ってみたい方法としてヒストグラムを挙げる児童も現れたが、実際に使ってみるのは難しいようだった。

そして最後に、使ってみたい調べ方を各々が決め、自らが立てた仮説に基づいてデータを採り、分析する活動を個人個人で行った。立てた仮説では、口の形（9 名）、口の位置（6 名）、目の大きさ（4 名）を選んだ児童が多かった。輪郭を選んだ児童も 2 名いたが、全てを自分で描く必要があったため、数理的な力以外の要素（画力・センス）が必要となり、うまく数理的な調査が行えていなかった。また、ほとんどの児童が計画段階では 1 要因（例えば、口の形）に対して仮説を立てているのに対し、調査実施段階では複数要因（例えば、口の形と口の大きさ等）を上げてしまっている児童が見受けられた（26 人中 9 人）。

授業全体を通し、問題解決の一連の流れと結果を見てみる。図 7 は、H 君の例であるが、目の位置を検証した結果、当初のものに比べて目の位置が下がっていることが

見て取れる。また、そのあと目の形について検証した結果、当初のものより万人受けしそうな、より親しみやすいキャラクターになっていることが伺える。

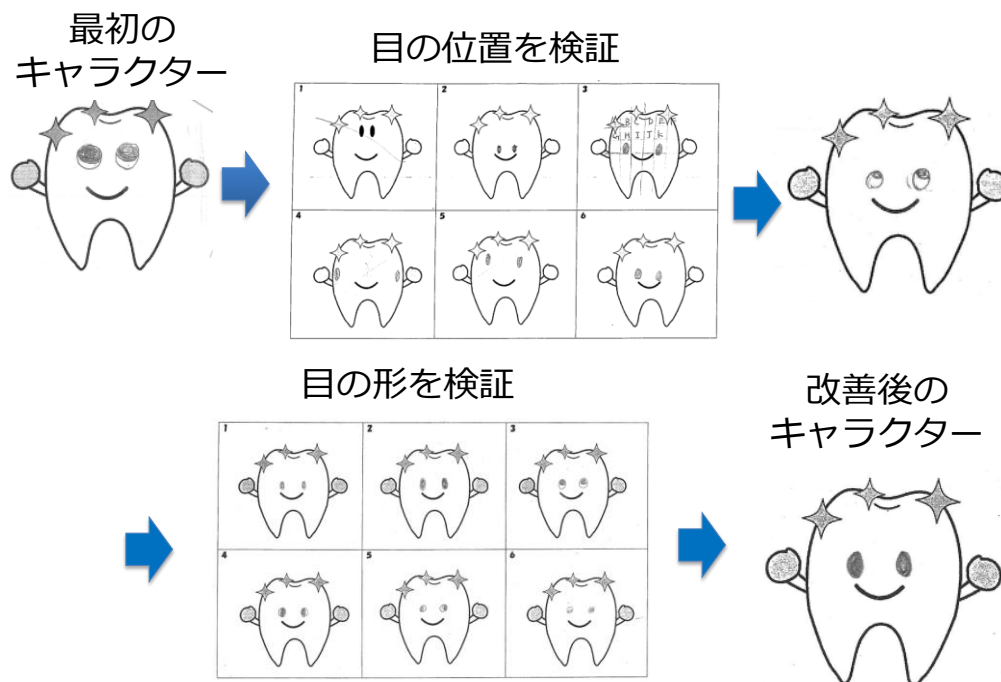


図 7：一連の問題解決の流れ（H くんの場合）

③ 授業アンケートの結果

授業終了後に授業アンケートを実施した。質問内容と「とても思う、思う」と回答した人数の割合（%）は表の通りである。なお、質問 8,9 については第 5 時終了後のみ実施した。その際、「今日」とあるが、児童に対しては今回の授業全体を指すことを説明した。

表 1：アンケートの結果のまとめ（数値は%）

設問		評価する能力	2/17	2/19	2/24	2/26
1	算数を使って問題を解こうとしました	数学的定式化 (B1)	28	83	81	86
2	自分の意見や考えをしっかり持ちました	数学的推論・分析(B3)	86	97	84	100
3	自分の意見や考えを、言葉や数、式、図、表、グラフなどに表しました	数学的表現(B2)	72	90	81	90
4	自分の意見や考えを、友だちに言いました	数学的コミュニケーション(B4)	83	87	74	83
5	友だちの意見や考えを聞いて、自分の意見や考えと比べたり変えたりしました	数学的-社会的価値認識力	68	77	87	83
6	みんなで話し合いながら考えたり決めたりしたことで、最初の問題をよりよく理解することができました	解釈・評価(B5)	93	100	90	72
7	楽しかったです	情意面 (モチベーション)	100	97	90	100
8	今日の授業のようにみんなで考えたり決めたりする授業をまた受けたいです	学習観の変容	-	-	-	100
9	今日の授業のようにみんなで考えたり決めたりする学習は、将来役に立ちます	学習観の変容	-	-	-	100

④ 実践を終えて

○成果

i) 児童の変容が見られた。

「数理科学的意味決定力に関する授業デザインのためのフレームワーク」を用いて分析を行ったところ、特に B2：数学的表現において相 1 の児童が多かったが、グループでの活動や集団検討を通して相 2，相 3 へ移行した児童が見られた。

児童の変容が見られた要因として、題材が児童にとって興味をもって取り組める内容だったということが挙げられる。本題材では多くの児童が楽しんで問題解決に取り組んでいるようすが見られた。授業アンケートでは「すっごく楽しくて、授業だということをわすれていました」、「いろいろな算数がでてきて、いつもより楽しかった」、「とても授業が楽しく進んで普通の授業よりも自分の考えをしっかりとめた」などの記述が多くみられた。また、すべての児童が「楽しかったです」の設問に対し、とても思う（69%）・思う（31%）と答えており、児童たちにとって興味深いものであったことが分かった。

授業アンケートでは「いろいろな意見を組み合わせるとよりよい意見になるんだなと思います」、「友達のいっていた色々な考えかたを使ってみたいと思った」などの記述が見られ、他社との相互作用がうまくいった児童がいたのだと考える。「皆で話し合い自分たちの答えを見つけることができた」、「自分だけの意見だけじゃなくて、みんなの意見を(親しみやすさ)考えた方がいいと思った」などの記述から、自分の意見を持った上で話し合うことの良さを子供たちは感じたことが伺える。

ii) 算数の学習内容への理解の深まりが見られた。

授業アンケートでは「最初に十分に計画して実行することが大切だと思った」という回答から、統計的な問題解決の際には、なんとなく感覚で行うのではなく、事前に計画を立てることの重要性が理解できていたことが分かった。

また、割合についてわかったと答えている児童が多くいた。本実践で割合を使う場面は、目の位置を示す場面とアンケート結果を示す場面の 2 つがある。

まず、前者の目の位置を示す場面では、イラスト全体の長さや幅に対して目の位置がどこにあるのかを比で表現できていた。これにより発表用の用紙とアンケート用紙のサイズ差にも容易に対応できており、割合をスムーズに活用できていた。また、後者のアンケート結果を割合にして示すこと自体は、問題解決とは直接の関係はなかったものの、割合を用いることで、各班のサンプル数の違いによらず、同じ土俵で評価し合うことができた。

また、サンプル数が少なかった場合、割合は大きく違うが、人数としては 1 人しか変わらないといった、割合の特性に気づくことができたことが「割合で数値が高くて実際の人数（票数）は少ないかもしれないことが分かった」や「基準をはっきりさせた方が良いということが分かりました。割合で表した方がいい時とそうじゃない時とあるんだなということが分かりました」といった記述から伺える。これと関連して、「アンケートをより多くの人にとるとより正確になるということを学びました」、「たくさんの人にアンケートを取るとより正確になるということ」といったようにサンプル数と結果の信頼性の関係にも気づくことができていた。

また、「フィッシュボーンをつかうことで考えが広まった」、「フィッシュボーンで、自分なりの意見が持てたと思います」との記述から、フィッシュボーン図（特性要因図）を使うことにより、考えがまとまり自分の意見をしっかり持てたことが分かった。

また、「算数を生活に活用するところがいつもの算数と違った」、「こんなことも算数に繋がっているということを学んだ」と記述している児童もおり、現実的な問題解決の中で算数を活用することを体験し、算数を用いるよさを感じることができたと考える。

○課題

i) 教師がどのように介入するか。

何人かの児童のワークシートの記述には柱状グラフを使った、柱状グラフを描いたとあるが、 x 軸が連続変数になっておらず、隣同士がくっついた棒グラフになってしまっており、柱状グラフについての理解が不足していることが分かった。以上のことから、当該学年の学習内容を自力での活用に至るのは難しいと言える。そのため、当該学年での学習内容を扱う場合には、教員による介入が必要になると考えられる。

また、各班のもので「親しみやすい目の位置はどこか」を考察できたものの、クラス全体としてどういうものが良いかを考察する展開が少なかった。クラス全体としての結論を出す場合は、「各班の人気のをピックアップし、その目の特徴を平均値で表す」という方法が、最も効果的な分析方法であると考えられる。そのことに気づいていた児童存在したものの、分析方法の発表後も平均値をとる方法を使いたいと考えを変えた児童が少なかったため、教師による介入が必要であったと考えられる。

教師がどのタイミングで、どのように、どの程度介入する必要があるかが課題である。

ii) オープンさをどの程度調整する必要があるか。

検証のために条件の制御が必要であるが、一部の児童においてうまく行えていなかった。そのため、1要因の検証が可能なよう条件を整えることを指導する必要があると言える。

条件をオープンにしすぎると、数理的な力以外の要素（画力・センス）が必要になるため、オープンさを調整する必要がある。児童が興味関心をもって自由に自分の考えをもつことを大切にしながらも、どの程度のオープンさに調節するかが課題である。

(2) 中学校での実践

① 授業の計画

○日時 : 平成 27 年 2 月 25 日～3 月 3 日までの数学の時間 4 時間

○授業者 : 新井健使

○対象生徒 : 国立大学附属中等教育学校 第 1 学年 生徒 28 名 (男子 12 名, 女子 16 名)

当該校は国際バカロレア機構から認定を受け、Middle Years Program (以下、MYP) を導入しており、1 年から 4 年までがそれに相当する。また、数学科のカリキュラムは、卒業までの 6 年を通して数学的リテラシーを育成することを理念とし、現実事象の問題を解決すること、すなわち数学的モデル化を通して数学的概念や方法を身に付けていくことを目指して作成されている。

本実践での対象生徒は、第 1 学年の生徒である。当該校の数学に触れ、まだ 1 年も満たないが、数学的モデル化を行う際には、現実との関わりを強く意識する生徒が多い。一方、統計の学習については、まだ十分ではない。したがって、データをどう分析するか、どのようにデータを採るかということに関しては、経験不足である。

○目標

- ・ 「目」、「鼻」、「口」など自分なりの視点を設定し、その視点から、より親しみやすいキャラクターに改善する方法を考察しようとする。(B1: 多様性の萌芽)
- ・ キャラクターを改善するまでの過程や方法、結果を相手の理解状況に応じた言語・表現を選択し伝え合う。(B5: 社会的)

	相 1 : 自己限定的	相 2 : 多様性の萌芽	相 3 : 社会的
B1: 数学的定式化	指示された「目の位置」に着目し、より親しみやすいキャラクターになるような位置を決める方法を考察しようとする。	「目」、「鼻」、「口」など自分なりの視点を設定し、その視点から、より親しみやすいキャラクターに改善する方法を考察しようとする。	「目」、「鼻」、「口」以外や、それを組み合わせた新たな視点から、より親しみやすいキャラクターに改善する方法を考察しようとする。
B5: 数学的コミュニケーション	キャラクターを改善するまでの過程や方法、結果を(聞き手のことを考えずに)自己限定的な言語・表現で伝え合う。	キャラクターを改善するまでの過程や方法、結果について、他者(一般)を意識した(聞き手のことを考えた)言語・表現で伝え合う。	キャラクターを改善するまでの過程や方法、結果を相手(特定)の(聞き手の)理解状況に応じた言語・表現を選択し伝え合う。

○指導計画

第 1 時	「目」に着目し、「目」の何が要因であるかの検討
第 2 時	「数値化」する調査の計画を立てる
第 3 時	プレゼンおよび集団の合意形成
第 4 時	洗練したアンケート調査の実施

○授業展開上の工夫

本実践で扱うキャラクターは、対象生徒が当該校 8 回生ということで、“蜂”をモチーフにした学年のオリジナルキャラクターである。ただし、自己満足で終わったり画力やセンスに任せたりしないよう、学校のウェブサイトや広報誌に載せるといった状況を与えた。それにより、自分たちだけが気に入るようなものではなく、“広く親しまれる”キャラクターに仕上げなければならないことを認識させた。

対象が中学生ということで、小学校の実践よりもややオープンエンドな探究課題を設定した。具体的には、目だけでなく、鼻や口などの顔の他のパーツも考慮できるようにした。しかし、発散してしまうことを避け、目に焦点がいくよう以下の2点の工夫を行なった。

- i) 図8のような輪郭を与え、思い思いに顔を書かせる。この際に、どのパーツからかきはじめてのかを記述させた。
- ii) 原作とアニメで明らかに目の雰囲気異なるムーミンを例に挙げたり、目に共通性が見られるサンリオのキャラクターを提示するなどし、キャラクターにとって目が特徴的であることを確認した。

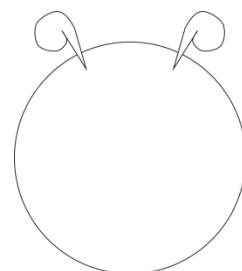


図8：顔の輪郭

本実践はグループ活動で行なった。これは、グループ内での合意形成・意思決定、および学級全体での合意形成・意思決定を意図したためである。

また、グループ活動を実施する中で、情報共有の時間を設ける。これは、ポスターセッションと「ワールドカフェ」を合わせたようなもので、グループのメンバーの1人がそのグループに残って説明を行い、他のメンバーは別のグループのところへ行きその説明を聞きに行くというスタイルである。このスタイルを、自分たちが考えたことをメタ的に認知することと、よりよくしていく改善活動の姿勢を育むことを意図して取り入れることにした。

② 授業の実際

第1時

導入

「学年のオリジナルキャラクターをつくろう」というテーマで導入し、“蜂”をモチーフにしたキャラクターをつくることを共有した。その後、ワークシートを用いて、図8に“親しみやすい”キャラクターの顔をかき活動を行なった。その際、顔のどのパーツからかきはじめてのかと、顔のどのパーツが一番“親しみやすさ”に影響を与えるのかを問うた。

そのワークシートをもとに、グループ分けを行なった。グループ分けは、「顔のどのパーツが一番“親しみやすさ”に影響を与えるのか」という問いに対する答えを観点として行なった。同様の傾向がある者同士と、全く異なる者同

表2：かきはじめてのパーツ

士を組み合わせて、様子を見ることにした。ただし、生徒の実態に応じて、議論のしやすいメンバーで構成することも心がけた。

グループ編成後、キャラクターをかき際、目のあたりからかきはじめての人が多かったことを共有した(表2)。それを受け、原作とアニメのムーミンを例に目が重要であることを確認した。また、サンリオのキャラクターも目が特徴的であることを確認した。

かきはじめてのパーツ	人数
眉毛	1
目	21
眼鏡・サングラス	2
口	2
頬	1
触角	1
計	28

グループでの話し合い①

次に、調査の計画を立てることを課題として与えた。学校のウェブサイトや広報誌に載せる状況を再確認した上で、“親しみやすさ”を与える真の要因は何であるかを考え、仮説を立て、それを検証する調査をどのように行うかを話し合わせることにした。それにあたり、グループで顔のどこに着目するのかをきちんと共有することも行わせた。

第2時

グループでの話し合い②

第2時においてもグループ内議論の時間をとったが、その後情報共有の時間を設けた（写真4）。これにより、他のグループのよいところは自分のグループの計画に取り入れたり、他のグループをみることで目的を再確認して自分のグループに戻ったりするなどの様子がうかがえた。



写真4：情報共有の様子

集団討論・共有①



写真5：発表の様子

グループで考えた調査計画を、それぞれ全体で発表した（写真5）。

図9のような、目の種類についてアンケート調査を行うという計画を立てたグループに対し、質問や意見が集中して出された。

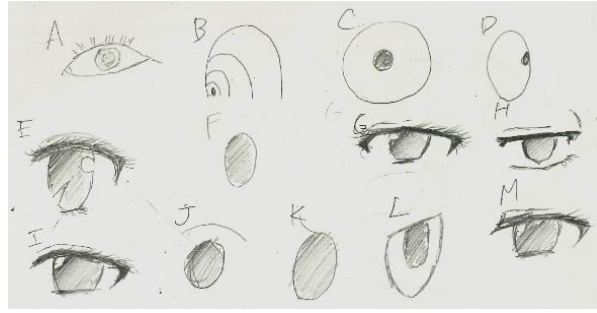


図 9：生徒のワークシート

-
- S1 「少女漫画から持ってきた」って言ってたんですけど、あれ、絶対、たぶん、人気ない。やる必要ない。
- S2 それがわからないから調査する。
- S1 いやいや、根本的に考えてみてください。キャラクターの中であんな、キラキラしたでっかい気持ち悪い…。
- S4 漫画だってキャラクターですよ。
- S1 あれは、キャラクターっちゃあキャラクターだけど、親しまれてますか？あんなキャラが。
- S5 男子から見たらそうでもない。
- S2 とりあえず選択肢を広げたい。（略） とりあえず選択肢いっぱい並べておかないと。
- S6 だったらもっと親しむやつを並べれば…。
- S7 親しみやすい目だったら分かるけど…。
- T なるほどね。今（S1が）言ってるのは、「いっぱい挙げるのはいいんだけど、明らかにこの親しみやすさにならないのがあるんじゃないの？」っていう話？
- S1 そう。
- T 「だからこういうのは聞く（調査する）必要がないんじゃないの？」っていう？
- S1 そう。
- T でもこっち（S2のグループ）は、いやいや、そうはいつでもわからないから調べようという話なんだけど。
-

この S2 のグループの主張は、どのような目が“親しみやすさ”につながるのかが分からないため、それを知る上でも様々な目を項目にする（項目を増やす）必要があるということであった。しかし、他の生徒からは、「明らかに“親しみやすさ”につながらない目は項目に入れるべきではない」、「（蜂がモチーフであるから）人間っぽい目は考えない方がよい」、「目の選択肢を増やすのはよいが、似たようなものは減らした方がよい」といった意見が出された。

その後、授業者から「今日は残り時間この班のを取り上げるけど、このアンケート調査をよりよくするにはどうしたらいい？」と発問があった。それに対しては、「ゆるキャラみたいな目を増やす」といった意見が多く出た。また、「選択肢が多いと（回答者が）答えにくい。自分たちが置きたい目の中から選んでもらうべき」といった意見も出され、これには共感する生徒も多かった。

第3時

集団討論・共有②

しかし途中で、「なぜ目の種類に着目したのか」という目的の話へと移行した。生徒から「目的がないとアンケートの意味がなくなってしまう」、「目的と方法が合っていない」といった発言も出た。

最終的には、調査には目的が必要であり、その目的を各グループで再度見直して、調査の計画をブラッシュアップするという方向でまとまった。

最後に、お互いのグループの発表内容に対して、相互評価を実施した。

③ 授業アンケートの結果

最終時に授業アンケートを実施した。質問内容と回答は以下の通りである。なお、「今日」とあるが、生徒に対しては一連の授業全体を指すことを説明した。

1. 今日の数学の授業についておたずねします。次の(1)～(9)について、あなたの考えにもっとも近いものをア～エの中から1つ選び、○で囲んでください。

(ア とても思う, イ 思う, ウ あまり思わない, エ まったく思わない)

(1) 今日の授業では、数学を使って問題を解こうとしました。

ア 3 イ 17 ウ 7 エ 1

(2) 今日の授業では、自分の意見や考えをしっかりと持ちました。

ア 13 イ 14 ウ 1 エ 0

(3) 今日の授業では、自分の意見や考えを、言葉や数、式、図、表、グラフなどに表しました。

ア 6 イ 15 ウ 7 エ 0

(4) 今日の授業では、自分の意見や考えを、友だちに言いました。

ア 12 イ 12 ウ 4 エ 0

(5) 今日の授業では、友だちの意見や考えを聞いて、自分の意見や考えと比べたり変えたりしました。

ア 10 イ 15 ウ 3 エ 0

(6) 今日の授業では、みんなで話し合いながら考えたり決めたりしたことで、最初の問題をよりよく理解することができました。

ア 10 イ 13 ウ 3 エ 1 (無回答1)

(7) 今日の授業は楽しかったです。

ア 21 イ 6 ウ 1 エ 0

(8) 今日の授業のように、みんなで考えたり決めたりする授業をまた受けてみたいです。

ア 23 イ 5 ウ 0 エ 0

(9) 今日の授業のように、みんなで考えたり決めたりする学習は、将来、役立ちます。

ア 16 イ 12 ウ 0 エ 0

2. 今日の授業をこれまで受けてきた数学の授業とくらべたとき、違うところがありましたか。□のなかの「ある」か「ない」を○で囲み、「ある」場合には、あなたが違うと思ったことを書いてください。

- 一見数学とは関係なさそうな授業だが、数学で学んだことを使う

- 面白い視点から数学につながっているところ
- みんなで1つの班についてディベートができた
- あまり数学的なことがなかった。
- いつもよりみんな意見交換に燃えていた。
- あまり今までやってきた数学に関わりはないけど、統計には関わりがありますね。
- いつもより、数学から少しはなれた所から見て、考えた所
- 数学で実験をするのは初めてでした。
- 数式などを使わなかった。
- 自分の意見が何かを決めるにあたってとても大事だった。

3. 今日の授業で、あなたはどのようなことを学びましたか。自由に書いてください。

- 自分で考えたことを効率よく調査する方法
- 何事にも数学が使えること
- 考察して、他の視点から見ると沢山のことが見つかる。そのことをつんだ上で良いものができあがる。
- かわいいキャラクターは、規そくがあるということ。
- 何かを比かくすることなど
- 数学にぜんぜん関係ないと思っていたら、こんなに関係していたことにびっくりしました。
- グラフや表のわかりやすさ
- 皆の目から客観的にみられる事によって、自分の欠陥に気付くことができました。
- みんなで話し合う楽しさやコミュニケーションの大切さ
- 他の班の意見を聞いて、そこから考えること。
- 数学ぼくなくとも、数学の一つだということ。
- 「データのとり方」について一番学びました。私たちは、アンケートをして、データをとるという計画ですが、どのようなアンケートにするのか、もっと練っていきたいです。
- そぼくなことにも関心をもてば、数学的に考えられること。
- アンケートをとる時は、データの目的を決めなくてはならないこと。
- 批判的な考えを学べた。
- 数学的に考えることが大事だと思った
- アンケートをとるにはどんなことをすれば良いのか必要なのかを学んだ
- みんなで学ぶ楽しさ！

④ 実践を終えて

○成果

意思決定あるいは合意形成を促す上で、グループ活動および情報交換は、非常に有効であると考えられる。特に情報交換は、全体での共有よりも直接的なやりとりをするため、自分たちの考えを深めることにつながりやすい授業スタイルである。実際、本実践とほぼ同じ内容で実践した別のクラスでは、情報交換の時間を設けなかったため、他者の目をあまり意識せずに探究している様子が見えなかった。その結果、“他のグループは他のグループ”といった雰囲気生まれ、学級全体で合意形成を図ることが困難な状況に陥ってしまった。直接的なやりとりをグループ間でも行うことで、互

いに刺激し合い、よりよいものを練り上げていく状況を生みやすくなると考えられる。この状況は、生徒間の相互評価でも生み出せるであろう。

本教材について、実践を通して得られた成果としてもう一つ挙げると、アンケート作成一つとっても、多様な価値観が表出し、合意形成が必要不可欠となるということである。本実践では意図していなかったものの、アンケートを作成するという課題だけであっても、十分意思決定・合意形成が必要な場面を生み出すことが可能である。これは、本教材だけでなく、他の統計教材における一つの指針にもなり得る。

その他も含め、本実践を通して挙げられた成果は、以下の通りである。

- i) 本教材は、子供たちにとって身近で興味深いものである。
- ii) 本教材は、非数学的・非統計的な文脈における問題の中で、数学を活用することを体験し学ぶことが可能な教材である。
- iii) 本教材には、「親しみやすさ」という捉えがたい目的変数に対し、妥当な説明変数を探るという構造がある。その意味で、本教材は、関数的・統計的な考え方の育成に資する教材である。
- iv) アンケートを作成する際の目的や計画の重要性に気付くことができた生徒がいた。
- v) 自分たちの意見を持った上で話し合うことのよさを多くの生徒は感じた。
- vi) 意思決定・合意形成を促す手立てとして、グループ活動および情報交換は非常に有効である。

○課題

本実践において、大きな課題として挙げられるのは、数理科学的でない文脈の問題において、教師の手立て、そしてそれを支える教材研究が必要不可欠ということである。成果で挙げたように、本教材は、非数理科学的な文脈における問題の中で数学を活用することを体験し学ぶことが可能な教材である。しかし、体験を学びにつなげるためには、数理科学的に考えざるを得ない状況を設定する必要があるということである。本教材のような「キャラクター作成」は、一般的にセンスや画力に依存する部分があり、またキャラクターの背景（プロフィールや口調など）も人気や親しみやすさに影響を及ぼすことは容易に想像できる。このような事象を数理科学的に捉えていこうとする姿勢は、意図的に育成を試みなければ育たないと言えよう。その意味で、数理科学的に考えざるを得ない状況を設定する、あるいはそう思考するよう授業を綿密にデザインする必要がある。このことは従来から数学教育において当たり前主張されているといえるが、特に数理科学的意思決定を意図した授業においても必要不可欠である。

また、発達段階を考慮したときに、中学校段階では、もっと“目”に限定しつつ、オープンな問いを設定すべきであったことが課題として挙げられる。

その他も含め、本実践を通して得られた課題は、以下の通りである。

- i) 当該学年の学習内容を自力での活用に至るのは難しいため、当該学年での学習内容を扱う場合には、授業者による介入が必要になる。
- ii) 1 要因の検証が可能なよう条件を整えることを指導する必要がある。
- iii) 条件を狭めすぎると、生徒の探究のモチベーションが維持できなくなる可能性がある。

- iv) 条件をオープンにしすぎると、数理科学的な力以外の要素（画力・センス）が必要になる。
- v) 小学校での実践も踏まえ、本教材が発達段階に応じてどのように位置づけられるかを検討する必要がある。

4) 考察

ここでは、3) で挙げられた小・中学校の授業実践の成果と課題から、本教材に対する考察を述べる。

対象が小学校6年生と中学校1年生と1学年しか差がないこともあるが、小学校、中学校ともに同じような成果を得ることができた。本題材に楽しんで取り組んでおり、グループ活動などを通して、自分たちの意見を持った上で話し合うことのよさを感じ、算数・数学的な学びを深めることができた。

一方、教師の介入、オープンさの調整という授業デザインの問題については、小学校・中学校ともに課題を感じた。

今回、小学校と中学校では同じ題材だが授業のオープンさを変えて実施した。小学校段階では、児童は「自分の仮説を証明する」という経験が乏しいと考えられるため、アンケート用紙の型を用意し、児童が抵抗なくアンケートを作成し、データを集めることができるようにした。また、児童一人ひとりに仮説を立てさせたが、それぞれが調査を行う前に、まずは全員で「親しみやすさには目の位置が関係している」という仮説のもと学級全体で「問題解決基本3フェーズ」の文脈を体験してみるという流れをとった。

中学校では小学校に比べオープン度を高めて実施した。導入の段階で意図的に“目”には着目させるものの、生徒はそれぞれの班の仮説に基づいた調査を行えるように設定した。

その結果、小学校の授業では「親しみやすい目の位置」の傾向が浮かび上がってきた。ただし、クラス全体としてどういうものが良いかを考察する展開が少なかった。これは教師が意図的に合意形成をはかる場面を設定し発問を吟味する必要があった。また、柱状グラフのかき方や最も効率的な分析の方法など算数的な学習内容については教員が介入し指導する必要があった。

中学校では、調査には目的が必要であるという段階で議論が盛り上がった。最終的に調査の目的を各グループで再度見直して、調査の計画をブラッシュアップするということで授業を終えた。このことから発達段階を考慮したときに中学校段階では、もっと“目”に限定した問いを設定すべきであった。また、条件をオープンにしすぎると、数理科学的な力以外の要素（画力・センス）が必要になり、本来の授業の趣旨と外れてしまう。しかし、条件を狭めすぎると、生徒の探究のモチベーションが維持できなくなる可能性があり、オープンさの調整については今後も検討を重ねる必要のある課題だと言える。

5) 成果と課題

成果としては次の2点が挙げられる。

1点目は小学校、中学校ともに児童生徒が実生活における現実的な問題解決の中で算数、数学を活用することを体験し学ぶことができた点である。さらにこの問題解決に取り組む中で、自分の意見を持った上で話し合うことの良さを子供たちは感じる事ができた。ま

た、本題材は子供たちにとって興味深い題材であることが分かった。だからこそ他者との相互作用がうまくいった児童がいたと言える。

2点目は、算数・数学的な理解を深めることができた。児童は割合についての理解を深め、サンプル数と結果の信頼性の関係にも気づくことができた。また、アンケートを取る際の計画の重要性など統計的な処理の仕方について活動体験から学ぶことができた。フィッシュボーン図（特性要因図）を使うことにより、考えがまとまり自分の意見をしっかり持てるなど、問題解決の方法についても学んでいた。また、位置を具体的に説明しなければならぬという場面を設定することにより、数学的定式化がスムーズに行えた。

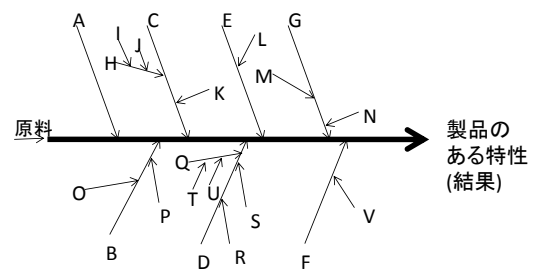
課題としては、教師の役割が挙げられる。本題材は当該学年の学習内容を自力での活用に至るのは難しいため、当該学年での学習内容を扱う場合には、教員による介入が必要になる。小学校では、分析方法の発表後も平均値をとる方法を使いたいと考えを変えた児童がいなかったため、教員によるまとめが必要だった。また、1要因の検証が可能なよう条件を整えることを指導する必要がある。条件をオープンにしすぎると、数理的な力以外の要素（画力・センス）が必要になるため、オープンさを調整する必要がある。今後、小中高および大学・社会人教育まで含めて、同教材でどのように授業・研修をデザインするかが今後の課題である。

注

(1) このグループは、「みんなが美しいと思う字を書こう」という教材の授業化を目的に集まったものの、その後、児童・生徒たちにとってより興味深いであろう教材「親しみやすいキャラクターを作ろう」の提案があったため、扱う教材を変更した。当初予定していた「みんなが美しいと思う字を書こう」は付録1にて紹介する。

(2) 特性要因図（石川馨，1989）

結果（特性）に行き着くまでの原因の候補（要因、もしくはプロセス）を網羅的に抽出することにより、総体的な因果関係の仮説を図示したもの。問題の原因を突き止めるのに効果的な方法である。その形から、海外ではFishbone Diagram、また考案された石川馨先生にちなんでIshikawa Diagramとも呼ばれることもある。



特性要因図の例

(3) 問題解決基本3フェーズ

現実場面の「問題」の解決には、算数・数学のみに留まらず、理科や美術などの他教科の学問が混ざり合う分野横断的な問題解決が必要になることが多い。この横断的な問題を解くために、学校教育に位置づけることを前提に、産業界の問題解決の方法を必要かつ最低限の要素に絞り込んだものが、次の「問題解決基本3フェーズ」である。（山下雅代・新井健使・西村圭一・鈴木和幸，2015）

フェーズ1：現象をデータに基づき正しく捉え、問題を特定する [現象把握]

フェーズ2：様々な教科の知識を用いて、事実（データ）に基づき論理的に解析し、真の原因を特定する [因果探究]

フェーズ3：真の原因への適切な対策を自らが講じ，問題を解決する [対策実行]

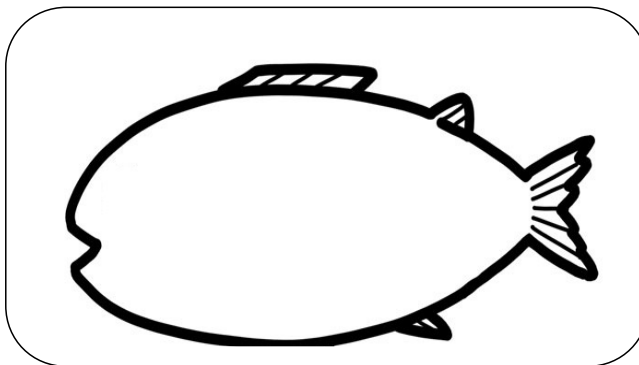
参考文献

- Yamashita, M., Nishimura, K. & Suzuki, K. (2014). Three basic phases for problem solving and case studies. *Proceedings of International conference on quality 2014 in Tokyo(ICQ'14 Tokyo)*. pp.985-996.
- 山下雅代・鈴木和幸（2014），「開発したい教材作成について」,数理的意思決定の育成に関するホリスティック・アプローチ研究」，2014年5月31日～6月1日 全体会資料.
- 石川馨（1989），『第3版 品質管理入門 B編』，日科技連.
- 山下雅代・新井健使・西村圭一・鈴木和幸(2015)，「データに基づく問題解決プロセスとその教材の開発—緑茶の官能データ分析を例に—」，『教材学研究』第26巻，pp.23-32.

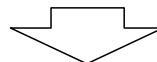
〔資料1〕 小学校での実践において使用したワークシート

月 日 No.1

年 組 ()



仮説



仮説を証明するために

() を変化させて、アンケートをとろう!

ほんものは小さいので、こまかいデザインは選ばれません。

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

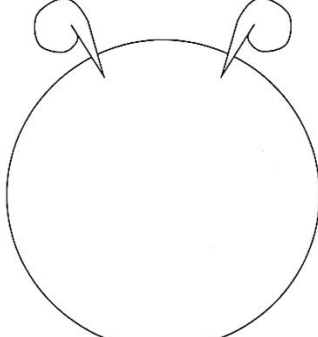
〔資料2〕中学校での実践において使用したワークシート

TGUISS 数学 1
8 回生特別 Project-1 _____ 月 _____ 日 1年 _____ 組 _____ 番 氏名 _____

IB Learner Profile Communicators / Inquirers Area of Interaction Human ingenuity

探究 8 回生オリジナルキャラクターをつくろう！ (No.1)
8 回生のオリジナルキャラクターをつくろう！学校のウェブサイトやパンフレットなどで、8 回生の活躍とともに載せることを考えて、「親しみのある」キャラクターを制作しようと思っている。どうすれば「親しみやすい」キャラクターをつくることのできるのだろうか？

Activity 1 下の輪郭をもとにして、「親しみやすい」キャラクターの顔をかいてみよう！



(1) 顔のどのパーツからかきはじめましたか？

(2) 「親しみやすい」キャラクターとなるためには、顔のどのパーツが最も影響を与えていると思いますか？

TGUISS 数学 1
8 回生特別 Project-2 _____ 月 _____ 日 1年 _____ 組 _____ 番 氏名 _____

探究 8 回生オリジナルキャラクターをつくろう！ (No.2)

Activity 2 サントリーのキャラクターや、みんなのかいた顔をもとにして、「親しみやすさ」につながる主原因（一番の原因）は何かを考えてみよう！

グループで話し合ったことはきちんと書き残しておこう！

TGUISS 数学 1
8 回生特別 Project-3 _____ 月 _____ 日 1年 _____ 組 _____ 番 氏名 _____

探究 8 回生オリジナルキャラクターをつくろう！ (No.3)

Activity 3 自分たちのグループで考えたことを検証するための調査の計画を立ててみよう！

TGUISS 数学 1
8 回生特別 Project-4 _____ 月 _____ 日 1年 _____ 組 _____ 番 氏名 _____

TGUISS 数学 1
8 回生特別 Project-5 _____ 月 _____ 日 1年 _____ 組 _____ 番 氏名 _____

探究 8 回生オリジナルキャラクターをつくろう！ (No.4) [詳細用シート]

- ✦ 発表のわかりやすさ
- ✦ データ収集の方法のおもしろさやよさ
- ✦ もっとよいデータ収集ができるようにするためのアドバイス

の3つについて、それぞれのグループにコメントを書きましよう。

TGUISS 数学 1
8 回生特別 Project-6 _____ 月 _____ 日 1年 _____ 組 _____ 番 氏名 _____

どのグループの発表が、「親しみやすさ」を伝えられているのかな？

グループ		グループ	
グループ		グループ	
グループ		グループ	

(3) リクエスト給食の献立を考えよう

リーダー：宮崎史和

授業者：鈴木侑

メンバー：久下谷明・島田 功・菅原恵美・
鈴木春香・中逸 空・本田千春

本教材「リクエスト給食の献立を考えよう」では、希望調査や提示された資料や条件を基に個人による献立、他者との相互作用の機会として、グループによる献立の立案における意思決定の様相を事例的に明らかにしようとした。リクエスト給食の献立を決める際に、何を優先したか、何から決めたかを基に方法に関する意思決定を中心的に分析した。「プロセス能力」のB4及びB5に焦点化し分析した結果、本教材においては、グループで合意形成を図る上で、①ある食品を固定化し考えていくこと、②他者の考えを基準にし、解決していくこと、③多数決の意見も認めつつ、他者の意見も聞き入れ、自分の意見を伝えることなどが効果的であることがわかった。

1) 教材の概要

問題：栄養士さんに提案するリクエスト給食の献立を考えよう

イギリスにおける Bowland Maths. の評価課題「DAY OUT-行き先を決定しよう-」を基に、題材「リクエスト給食」を作成した。詳細については、以下の通りである。

2014年12月に都内某公立小学校で実際に5・6年生全員(200名)を対象としたリクエスト給食のアンケート結果をとった。最も人気が高かったリクエスト給食の献立は、【主食：味噌ラーメン・主菜：ハンバーグ・副菜：フライドパンプキンサラダ・デザート：パイとさつまいものパイ】(全部1位→811kcal)であった。これに牛乳138kcalを加えると949kcalとなる。

しかし、栄養士さんよりNGがあった。そのNG理由には、①揚げ物と焼き物が2つある ②カロリー超過 ③和・洋・中のバランス ④材料の数 ⑤調理時間との兼ね合いなどがあった。※1食の総kcal=680~800kcalを目安に考える。

そこで、希望調査と栄養バランスを考慮に入れながら「栄養士さんに提案するリクエスト給食の献立を考えよう」という課題を設定した。提示資料は、以下の5つである。

- ① 5・6年生全員(200名)のリクエスト献立の集計結果【資料1】
- ② 6年生全員(101名)のリクエスト献立の集計結果【資料2】
- ③ クラス(5年2組32名)のリクエスト献立の集計結果【資料3】
- ④ 栄養バランス(赤・黄・緑の食品が入ったバランスのよい献立表)【資料4】
- ⑤ 食品カード(希望調査の上位であった主食、主菜、副菜、デザートの食品カード)【資料5】

2) 本教材におけるフレームワーク

	定義	自己内			他者との相互作用 相 α ~ γ
		相1 自己限定的	相2 多様性の萌芽	相3 社会的	
B1: 数学的定式化 Formulating	現実世界の問題を「数学の問題」に翻訳する(直す)能力	条件(カロリーと揚げ物・焼き物1つ)をクリアする献立を、自分の好みに基づいて決めようとする。	条件(カロリーと揚げ物・焼き物1つ)をクリアする献立を、希望調査結果(順位や人数)や栄養バランス(熱量や栄養価)などの観点を決めて決めようとする。	条件(カロリーと揚げ物・焼き物1つ)をクリアする献立を、希望調査結果(順位や人数)や栄養バランス(熱量や栄養価)や給食を食べる他学年の児童、栄養士、調理人の立場などの複数の観点を組み合わせて献立を決めようとする。	他者がどのような視点を設定し、リクエスト給食を決定したかを理解する。
B2: 数学的表現 Representing	数学的な表現方法によって、意思決定の過程や方法、結果を表現する能力	希望調査結果(順位や人数)や与えられた条件を基に、そのまま用いて献立を考えている。	与えられた資料を比較しやすい表現(例えば、表や割合など)に直したり、カロリーを求める過程を式に表したりしている。	アンケート結果を順位だけでなく人数差や比を考慮したり、栄養バランスのよさを数値化したりしている。	他者のリクエスト給食の決め方を通じて、相手の意思決定の過程や方法、結果を理解する。
B3: 数学的推論・分析 Analyzing	数学的手続きや考え方に基づいて、推論をしたり、問題の構造を分析したりする能力	与えられた条件や資料を基に、条件(カロリーと揚げ物・焼き物1つ)をクリアする献立を作ることができる。	希望調査結果(順位や人数)や資料から必要な情報を選び、それを加味しながら、条件(カロリーと揚げ物・焼き物1つ)をクリアする献立を作ることができる。	希望調査結果(順位や人数)や資料、給食を食べる他学年の児童、栄養士、調理人の立場などについて、優先順位を決めて、条件(カロリーと揚げ物・焼き物1つ)をクリアする献立を作ることができる。	他者のリクエスト給食の決定までの過程を理解し、その視点に沿って推論をしたり、問題の構造を分析したりする。
B4: 解釈・評価 Interpreting & Validating	もとの現実世界の問題に照らし合わせて、意思決定の過程や方法、結果を解釈し、それらの妥当性を評価する能力	作った献立が、条件(カロリーと揚げ物・焼き物1つ)をクリアし、自分の好みに合っているかを確かめる。	希望調査結果(順位や人数)や資料から選んだり優先したりした理由を明確に説明する。	希望調査結果(順位や人数)や資料、給食を食べる他学年の児童、栄養士、調理人の立場などから、選んだり優先したりした理由を明確に説明し、必要であれば選んだり優先したりしたことを変更する。	グループ内での話し合いや全体共有を通して、意思決定の過程や方法、結果とも対比しながら、類似点や相違点を比較・検討し、評価する。
B5: 数学的コミュニケーション Mathematical communicating	意思決定の過程や方法、結果を伝え合う能力	作った献立とその理由を、(聞き手のことを考えずに)自己限定的な言語・表現で伝え合う。	作った献立とその理由を、聞き手のことを考えて説明する。	作った献立とその理由を、聞き手の理解状況に応じた言語・表現を選択し説明する。	個人→グループ→全体→グループの過程を通して、他者の意思決定の過程や方法、結果を理解し、自己の考えと比較・検討する。
C: 数学的・社会的価値認識力 Realizing mathematical and social value	数学的・社会的価値観に基づいて意思決定を行う能力	与えられた条件(カロリーと揚げ物1つ)に基づいて献立を作る。	自分とは異なる選択や優先順を比較・検討した上で、献立を作る。	グループ内の仲間や他のグループの選択や優先順、方法を取り入れて献立を作る。	他者によるリクエスト給食の決定までの過程で、数学的・社会的価値観に基づく意思決定を受け入れ、それらを比較・検討し、妥当な意思決定を行う。

3) 授業の概要

(1) 授業計画

○日時

第1時：平成27年2月16日（月）14：35～15：20

第2時：平成27年2月19日（木）13：45～14：30

第3時：平成27年2月20日（金）14：35～15：20

○対象学年・授業者

都内公立小学校 第5学年 男子15名 女子17名 計32名 授業者：鈴木 侑

○授業デザイン【フレームワークと関連させて】

	目標	主な活動
第1時	希望調査結果(順位や人数)や与えられた資料から選んだり優先したりした理由を明確に説明する。【B4：相2】	<ul style="list-style-type: none"> 自分が希望した食品をグループメンバーに伝える。 5・6年生の希望調査結果や栄養士の話に基づき自らの献立を考える。
第2時	自分が立てたリクエスト献立とその理由を、優先したものを明確にしながらか聞き手に説明する。【B4・B5：相2】 また、聞き手の理解状況を把握しながら、グループ内・学級で合意形成を図ろうとすることができる。【B5：相3】	<ul style="list-style-type: none"> 自分が立てた献立をグループメンバーに伝え、合意形成を図る。 グループごとに献立を発表し、学級で共有し合意形成を図る。 各グループの献立案を聞き、グループで再考する。 グループでの献立の再提案を行う。
第3時	グループで栄養士さんに渡すリクエスト給食の提案書を作成することを通して、グループ内で合意形成を図る。また、優先順位を明確にし、グループとしての主張を説明することができる。【B5：相3】	<ul style="list-style-type: none"> グループで提案書の作成を行い、何を優先順位にして献立を決定したかを明確にする。 グループで決めたリクエスト給食の献立を他のグループに説明し、意見を聞く。 グループで提案書を再考する。

(2) 授業の実際

①問題把握（第1時）

事前に実施した「リクエスト給食」のアンケート（5・6年）の集計結果を提示し、人気が高かったリクエスト給食の献立を発表した。

しかし、人気がある（順位が1位）ものだけでは、様々な理由から給食の献立にすることが難しいという話が栄養士さんからあった。また、栄養士さんから献立を立てる際の注意と、今回のリクエスト給食のNG理由についての話もあった。

<人気のリクエスト給食の献立>

主食：味噌ラーメン
主菜：ハンバーグ
副菜：フライドパンブキンサラダ
デザート：パイんとさつまいものパイ

<NGの理由>

- ①揚げ物・焼き物は1つ
- ②カロリー超過
(牛乳を含め680-800kcal以内)
- ③栄養バランス(和・洋・中など)

②自力解決の様相（第1時）

人気が高かった献立であるため、どれかを変更し、栄養士さんに提案しようと伝えた。希望調査や栄養バランスなどを考慮しながら、栄養士さんに提案するリクエスト給食の献立を考えた。また、自力解決時には栄養士さんにもインタビューすることができ、希望調査にない食品を選ぶ児童も見られた。



写真1 栄養士さんへのインタビュー

〈自力解決後におけるリクエスト給食の献立〉

<p>R. S 主食：ごはん 主菜：ハンバーグ 副菜：イタリアンサラダ デザ：パイとさつまいものパイ</p> <p style="text-align: center;">7班</p>	<p>M. I 主食：ごはん 主菜：さけの南蛮焼き 副菜：ゆで野菜のあひだし デザ：パイとさつまいものパイ</p>	<p>Y. K 主食：ミルクパン 主菜：ハンバーグ 副菜：フライドパンフキン デザ：フルーツボンチ</p> <p style="text-align: center;">5班</p>	<p>S. M 主食：ハニートースト 主菜：マーボー豆腐 副菜：フライドパンフキン デザ：オレンジゼリー</p>	<p>M. S 主食：ポークカレー 主菜：ハンバーグ 副菜：フライドパンフキン デザ：いちご</p> <p style="text-align: center;">3班</p>	<p>A. K 主食：ハニートースト 主菜：さけの南蛮焼き 副菜：イタリアンサラダ デザ：パイとさつまいものパイ</p>	<p>F. M 主食：おでラーメン 主菜：× 副菜：イタリアンサラダ デザ：パイとさつまいものパイ</p> <p style="text-align: center;">1班</p>	<p>K. H 主食：ポークカレー 主菜：× 副菜：イタリアンサラダ デザ：パイとさつまいものパイ</p>
<p>U. Y 主食：ごはん 主菜：マーボー豆腐 副菜：ゆで野菜のあひだし デザ：パイとさつまいものパイ</p>	<p>A. O 主食：ハンバーグ 主菜：さけの南蛮焼き 副菜：ゆで野菜のあひだし デザ：パイとさつまいものパイ</p>	<p>M. Y 主食：おでラーメン 主菜：さけの南蛮焼き 副菜：フライドパンフキン デザ：オレンジゼリー</p>	<p>A. S 主食：ミルクパン 主菜：ハンバーグ 副菜：フライドパンフキン デザ：フルーツボンチ</p>	<p>K. S 主食：ハニートースト 主菜：マーボー豆腐 副菜：ミニトマト デザ：パイとさつまいものパイ</p>	<p>H. S 主食：ハニートースト 主菜：シューマイ 副菜：イタリアンサラダ デザ：パイとさつまいものパイ</p>	<p>R. S 主食：おでラーメン 主菜：× 副菜：ゆで野菜のあひだし デザ：パイとさつまいものパイ</p>	<p>R. A 主食：ミルクパン 主菜：ハンバーグ 副菜：フライドパンフキン デザ：オレンジゼリー</p>
<p>Y. M 主食：ハニートースト 主菜：さけの南蛮焼き 副菜：イタリアンサラダ デザ：パイとさつまいものパイ</p> <p style="text-align: center;">8班</p>	<p>R. O 主食：ごはん 主菜：マーボー豆腐 副菜：フライドパンフキン デザ：オレンジゼリー</p>	<p>T. K 主食：パイパン 主菜：ハンバーグ 副菜：フライドパンフキン デザ：フルーツボンチ</p> <p style="text-align: center;">6班</p>	<p>G. N 主食：おでラーメン 主菜：さけの南蛮焼き 副菜：ゆで野菜のあひだし デザ：フルーツボンチ</p>	<p>Y. M 主食：ココパン 主菜：ハンバーグ 副菜：フライドパンフキン デザ：フルーツボンチ</p> <p style="text-align: center;">4班</p>	<p>T. K 主食：ごはん 主菜：さけの南蛮焼き 副菜：フライドパンフキン デザ：オレンジゼリー</p>	<p>M. G 主食：ポークカレー 主菜：× 副菜：かきおサラダ デザ：フルーツボンチ</p>	<p>R. E 主食：ポークカレー 主菜：× 副菜：海苔入りサラダ デザ：パイとさつまいものパイ</p> <p style="text-align: center;">2班</p>
<p>Y. T 主食：おでラーメン 主菜：イカのフリフリ 副菜：フライドパンフキン デザ：いちご</p>	<p>R. N 主食：ハニートースト 主菜：ハンバーグ 副菜：フライドパンフキン デザ：フルーツボンチ</p>	<p>S. O 主食：ごはん 主菜：ハンバーグ 副菜：フライドパンフキン デザ：いちご</p>	<p>R. K 主食：ミルクパン 主菜：ハンバーグ 副菜：フライドパンフキン デザ：フルーツボンチ</p>	<p>Y. H 主食：ポークカレー 主菜：さけの南蛮焼き 副菜：ミニトマト デザ：オレンジゼリー</p>	<p>M. T 主食：ミルクパン 主菜：ハンバーグ 副菜：イタリアンサラダ デザ：パイとさつまいものパイ</p>	<p>M. T 主食：ミルクパン 主菜：ハンバーグ 副菜：フライドパンフキン デザ：オレンジゼリー</p>	<p>A. R 主食：ミルクパン 主菜：ハンバーグ 副菜：フライドパンフキン デザ：オレンジゼリー</p>

C1：味噌ラーメンとパイは断トツ人気なので入れた。味噌ラーメンにはある程度、肉が入っているため、主菜をなしにした。

主食：味噌ラーメン 365kcal
主菜：なし
副菜：イタリアンサラダ 50kcal
デザ：パイとさつまいものパイ 151kcal
⇒ 計704kcal (牛乳138kcal含む)

C2：6年生の希望を優先し、希望調査で大差のないものはカロリーの低いものを選んだ。主菜・副菜は断トツ1位を中心に。

主食：ハニートースト 258kcal
主菜：ハンバーグ 197kcal
副菜：フライドパンフキンサラダ 98kcal
デザ：オレンジゼリー 37kcal
⇒ 計728kcal (牛乳138kcal含む)


③ 集団検討の様相（第2時）

第1時の学習の確認後、第2時はグループで合意形成を図るために、「i) グループメンバーによる検討(合意形成)→ii) 学級全体での共有・検討→iii) グループによる再考→iv) グループ再提案→v) 個人によるふり返り」の流れで授業を行った。

i) では、まず自分が立てた献立をメンバーに伝えた。その際には、理由と自分の主張(優先したこと)を伝えるように促した。ii) では、グループ報告の視点として、何から決めたかと何を優先したかを報告した。iii) では、他のグループの意見を聞いて再度グループで変更したり、新たな主張を追加したりするようにした。iv) では、他の意見を聞いて、主張が変わったところを発表するようにした。v) では、他のグループの意見を聞いて、自分の考えが深まったり、変わったりしたことについて振り返るようにした。以下は、i) グループメンバーによる検討(合意形成)の場面である。(全8班のプロトコルの一部抜粋である)

【1班】 a—F.M b—K.H c—R.S d—R.A

<自力解決時のリクエスト献立>

a→F.M 主食：みそラーメン 主菜：× 副菜：イタリアンサラダ デザ：パインとさつまいものパイ	b→K.H 主食：ポークカレー 主菜：× 副菜：イタリアンサラダ デザ：パインとさつまいものパイ
	
c→R.S 主食：みそラーメン 主菜：× 副菜：ゆで野菜のおひたし デザ：パインとさつまいものパイ	d→R.A 主食：ミルクパン 主菜：ハンバーグ 副菜：フライドパンプキン デザ：オレンジゼリー

<集団検討後のリクエスト献立>

主食：マーボーどん 主菜：× 副菜：イタリアンサラダ デザート：パインとさつまいものパイ ⇒ 7 7 3 kcal

自力解決時では、主食は味噌ラーメン 2 人，ポークカレー 1 人，ミルクパン 1 人と希望調査で上位に占めるものであった。主菜は，カロリーとお皿の関係を考慮に入れ，主菜を選ばないことにした児童が 3 人いた。副菜は，イタリアンサラダ 2 人，フライドパンプキンサラダ 1 人，ゆで野菜のおひたし 1 人であった。デザートは，希望調査 1 位であるパインとさつまいものパイ 3 人とオレンジゼリー 1 人であった。

<グループメンバーによる検討> (一部抜粋)

-
- c：まず主食から決めよう。
 - b：みそラーメンかミルクパンかカレー
 - c：主食がカレーライスかみそラーメンだったら，副菜はイタリアンサラダかゆで野菜のおひたしかフライドパンプキンパイ
(中略)
 - c：まず，デザート！
 - b：オレンジゼリー
(中略)
 - b：カロリーのことも考えないといけないよ
 - c：みそラーメンの方がいいけど，カロリーが…ミルクパンかみそラーメンにするなら
 - b：ミルクパンなら赤に偏るよ
(中略)
 - c：カロリー考えてみそラーメンにしよう。主食はみそラーメンね。主菜を入れるか入れないかね
 - b：主菜は入れないよ
 - c：みそラーメンを選ぶなら，これ(野菜)がなくなる。フライドパンプキン入れるなら，緑が多くなる
 - b：どっちも緑が多い
 - c：こっちとこっちに絞られるね 赤，黄色を増やして…
 - b：赤のことを考えて，ゆで野菜でしょ。黄色がないとだめだね。
-

グループメンバーによる検討では，主食から決めるような発言が見られた。話し合いの前半部分では，主食がなかなか決まらず，デザートを先に決めていこうという流れになった。主食を決定するにあたり，カロリーや栄養バランスを考慮に入れ，議論の様子が見られた。後半部分では，カロリーのことを最優先し，味噌ラーメンに決定した。その後は，主菜を入れるか入れないかの議論が見られた。味噌ラーメンには多くの野菜が入っていることや他の食品と兼ね合いなども考慮しながら話し合いを進めていた。ここでは，栄養バランス(赤・緑・黄の食品数)に着目して，献立を決める様子が見られた。

<児童のワークシートより>

「最初の自分のリクエストは自分の好きな食べ物ばかり入れて栄養がかたよってしまいました。でもみんなの意見を聞いて赤・黄・緑の栄養バランスもしっかりととれました。」(児童 K.H)

「さいしょは、わたしはあまり赤・黄・緑のバランスを考えていなかったけど、グループで考えて、栄養バランスをまえより考えるようになった。カロリーも気をつけるようにした。」(児童 F.M)

【2班】 1-R.E 2-A.R 3-M.G 4-M.T

<自力解決時のリクエスト献立>

3→M.G 主食：ポークカレー 主菜：× 副菜：かみかみサラダ デザ：フルーツポンチ	1→R.E 主食：ポークカレー 主菜：× 副菜：海藻入りサラダ デザ：パイんといものパイ
2班	
4→M.T 主食：ミルクパン 主菜：ハンバーグ 副菜：フライドパンプキン デザ：オレンジゼリー	2→A.R 主食：ミルクパン 主菜：ハンバーグ 副菜：フライドパンプキン デザ：オレンジゼリー

<集団検討後のリクエスト献立>

主食：ポークカレーライス 主菜：× 副菜：フライドパンプキンサラダ デザート：オレンジゼリー ⇒ 731 kcal

自力解決時では、主食はポークカレー2人、ミルクパン2人であった。主菜は、カロリーとお皿の関係を考慮に入れ、主菜を選ばないことにする児童が2人とそうでない児童が2人いた。副菜は、フライドパンプキンサラダ2人、希望調査にかみかみサラダ1人、海藻入りサラダ1人であった。デザートは、オレンジゼリー2人、パイんとさつまいものパイ1人、フルーツポンチ1人であった。

<グループメンバーによる検討> (一部抜粋)

-
- 1：まず、主菜を入れるかどうか。俺は入れない派
 - 4：入れるでしょ？
 - 3&2：イカチリはない。
 - 2：カレーライス3位に入ってるよ
(中略)
 - 2：ハニートースト入れたい
 - 4：ハニートーストとハンバーグじゃ多いかな
 - 1：ハニートーストだけでもカロリー高いよね
 - 1：副菜じゃない。主菜入れる？
まず、主菜・主食から決めた方がいいでしょ
 - 2：主菜は？イカチリやだ。ハニートースト難しいよね。主菜なくてもいいかな。
 - 3：食べる量にも差があるよね
 - 2：私、デザートから決めたい。牛乳は絶対ね
 - 3：ごはんはやだ。リクエスト給食だし
 - 3：あえてのご飯だと、1年生が嫌がりそう
 - 1：主菜で、ハンバーグとイカチリとマーボーはないでしょ
 - 3：栄養バランスがやばいかな。固定を1つ決めよう。
パイんとさつまいもは黄色を補える
 - 1：マーボー丼は？
 - 4：私、マーボー丼の豆腐だめだから
-

- 3 : ミートソースってないかな
 1 : たしかに
 3 : 2月の献立表ない？
 1 : あるよ. ハニートーストとハンバーグ入ってる
 3 : 他の月のはないかな
 1 : 1月はない. 先生, 1月の献立ありますか？
T : 欲しいのですか？ないかもしれません.
 2 : 緑って絶対どの食材にも入ってるよね. 赤は？
 3 : マーボー豆腐は？あ, 4が嫌なんだ. でも, そういうのなしにしようよ.
 1 : 5・6年のリクエストだから, 1年のことは考えなくてもいいよね.

グループメンバーによる検討では, 主菜を入れるかどうかについての議論がなされた. しかし, 主食との兼ね合いがあるため, 主菜をなしにするかどうかはすぐに決定することは難しい様子であった. 主菜か主食のどちらかから決定しようと話し合いが進んだが, 他の児童からデザートを先に決めようという発言が見られた. その後, 固定を1つ決めようという発言が見られたが, 議論の中心になることもなかった. 希望調査にはないマーボー丼はどうか, ミートソースはどうかなど提案がなされていた. 献立表から類似の献立を見つけようという流れになったが, 最後まで献立を決定することができなかった. 全体共有後, 再考する段階において献立が決定した.

<児童のワークシートより>


「はじめは自分の好みなど主観的なことも考えてしまったが, 話し合っているうちに, 栄養やカロリー, みんなの希望を考えられるようになった.」(児童 M.G)

「わたしは, カロリーを気にしました. 合計 722 カロリーで栄養のバランスも赤・黄・緑が入っていました. 人気投票の中の物も入っていたので, よかったです.」(児童 A.R)

【3班】 A-M.S B-A.K C-K.S D-H.S

<自力解決時のリクエスト献立>

<集団検討後のリクエスト献立>

A→M.S 主食：ボークカレー 主菜：ハンバーグ 副菜：フライドパンフキン デザ：いちご	B→A.K 主食：ハニートースト 主菜：さけの南部焼き 副菜：イタリアンサラダ デザ：バインといものパイ
	
C→K.S 主食：ハニートースト 主菜：マーボー豆腐 副菜：ミニトマト デザ：バインといものパイ	D→H.S 主食：ハニートースト 主菜：シュウマイ 副菜：イタリアンサラダ デザ：バインといものパイ

主食：ハニートースト 主菜：ハンバーグ+ミニトマト 副菜：イタリアンサラダ デザート：フルーツポンチ ⇒ 748 kcal

自力解決時では, 主食はハニートースト 3人, ボークカレー1人と希望調査で上位に占めるものであった. 主菜は, ハンバーグ 1人, さけの南部焼き 1人, マーボー豆腐 1人, シュウマイ 1人であった. シュウマイを選んだ児童は, 自分の好みであるからという理由であった. 副菜は, イタリアンサラダ 2人, フライドパンフキン

ンサラダ1人，ミニトマト1人であった．デザートは，人気の高いパイとさつまいものパイ3人，いちご1人であった．

<グループメンバーによる検討> (一部抜粋)

-
- B : カロリー低めだけど，ハニートースト，さけの南部焼き，イタリアンサラダ，パイとサツマイモのパイにしたよ
A : ポークカレー，ハンバーグ，フライドパンプキンサラダ，いちごにして，カロリーは680～800だよ．だいたい順位に入っているものにしたよ
D : 679カロリーで，シューマイ入れたよ
B : シューマイはカードにないよ
D : 主菜は，先生に聞いたもん
C : ハニートースト，マーボー，ミニトマト，パイとさつまいもで714カロリーだったよ．順位も関係させつつ，自分が好きなものも入れた
A : 679カロリーは少ないよ
C : Bさんのがいいな，好きなもの入ってるし．
B : カロリーや揚げ物は他の物で補う
A : ハニートーストとパイは甘いもの同士だから甘いやつは一緒じゃなくていい
C : ハニートーストは入れたい
B : イカチリとイタリアンサラダで700カロリーはおさえられるでしょ
C : マーボーの方がいいよ
B : お皿の問題でイカチリとイタリアンサラダがいいけど，赤は少ないよ
主食と副菜をどうするかだね
C : 栄養少ないよ
D : 赤3，黄11，緑5だったよ
A : 栄養バランスが，，，
C : イカチリじゃなくて，さけの南部やきにすればいい．だし，イカチリ嫌い
B : イカチリとさけの南部焼きは栄養素が同じじゃん．
-

グループメンバーによる検討では，カロリーと希望調査の順位を考慮に入れながら話し合いが進んだ．発言の中には，希望調査で上位にあり，かつ自分の好みを選んだというものもあった．また，ハニートーストは希望調査で上位であることとグループメンバーの3人が選んでいることからハニートーストを主食として決定していく流れが見られた．その他にもお皿や栄養バランスの問題も考慮しながら議論がなされた．

<児童のワークシートより>


「主食とデザートは最初にランキング上位で他のものはいろいろ変えてやりました．」(児童 A.K)

「私は，やっぱりハニートーストとパイとさつまいものパイが給食に入っているとうれしいなと思います．そして，自分たちで給食のメニューを考えるのはむずかしかったから，栄養士さんたちはすごいなあと思いました．」(児童 H.S)

【4班】あ→Y.M い→T.K う→Y.H え→M.T

<自力解決時のリクエスト献立>

<集団検討後のリクエスト献立>

あ→Y.M 主食：ココアパン 主菜：ハンバーグ 副菜：フライドパンプキン デザ：フルーツポンチ	い→T.K 主食：ごはん 主菜：さけの南部焼き 副菜：フライドパンプキン デザ：オレンジゼリー
	
う→Y.H 主食：ポークカレー 主菜：さけの南部焼き 副菜：ミニトマト デザ：オレンジゼリー	え→M.T 主食：ミルクパン 主菜：ハンバーグ 副菜：イタリアンサラダ デザ：パインとさつまいものパイ

主食：ハニートースト 主菜：ハンバーグ 副菜：フライドパンプキンサラダ デザート：オレンジゼリー ⇒ 728 kcal

自力解決時では、主食はココアパン1人、ミルクパン1人、ごはん1人、ポークカレー1人であった。希望調査にあるものを選んだ児童は1人であった。主菜は、ハンバーグ2人、さけの南部焼き2人であった。ハンバーグを選んでいる児童は、主食にパンを選んでいて、副菜は、フライドパンプキンサラダ2人、イタリアンサラダ1人、ミニトマト1人であった。デザートは、オレンジゼリー2人、フルーツポンチ1人、パインとさつまいものパイ1人であった。

<グループメンバーによる検討> (一部抜粋)

-
- う： 鮭の南部焼きがかぶった。
 - う： カロリー何だった？カロリーって680～800だけ？
 - い： 680～800。カロリー732みたいです。
 - う： 俺，772。
 - い： 688。
 - え： 736。
 - (中略)
 - あ： 732
 - う： あと，ココアパンがわかんないのか。
 - (中略)
 - う： 範囲以内ではある。お皿はさあ，お皿は，お皿はかぶってない？数？
 - い： うん，かぶってない。
 - う： 鮭，フライドパンプキン・・・
 - (中略) [どのお皿にするのかについての議論が続いた]
 - う： イタリアンサラダってカロリー低い？
 - え： 高い。50。
 - (中略)
 - え： 鮭は？
 - う： ランキングに鮭入ってないじゃん。5，6年には入ってない。5の2には入ってる。5，6年には入ってない。でも6年には入ってるか。
 - う： やっぱさあ，ダントツにさあ，ハンバーグは5，6年全体で1位だからさあ。
 - あ： ハンバーグは入れたい。
 - い： ハンバーグは入れよう。
 - う： ハンバーグは確定。そうするとカレーがなくなる。
 - う： まだ，俺カレー好きだな。
 - え： ミルクパンかココアどっちにする？
 - い： ハンバーグにパンは。
 - う： っていうかいつもの組み合わせになっちゃうじゃん。ミルクパン，ハンバーグにミニトマト，デザート。ココアパン，ハンバーグ，・・・
-

(中略)

う：ハニートーストでもいいと思うし。この2つどっちか決まればパパッと決まる。カロリーだね。カレー458で、ハニートースト258なんだけど。そしたら、ハニートースト、カレーライスどっちかにしよう。

う：カロリー大丈夫？

(中略)：[カロリーを計算]

う：カレーにするなら、鮭復活だよ。ハンバーグにすると大皿かぶりするじゃん。

グループメンバーによる検討では、児童「う」を中心に話し合いが進められたが、全体をまとめる場面もあれば、そうではなく自分の好みを押し通す場面も見られた。児童「う」は、ポークカレーが好みであり、それを最後まで押し通そうとした。その中で、お皿の関係に一番着目し、議論がなされた。その後、5・6年の希望調査では、ハンバーグが1位であるため、ハンバーグは入れようという流れになった。話し合いの後半部分では、児童「う」から、ポークカレーではなく、ハニートーストでもいいという発言が見られた。グループでは、希望調査と他の食品との兼ね合いについて考え始め、ハニートーストかポークカレーライスのどちらにするかが決まれば、献立は決定するという流れになった。全体共有後のグループ再検討では、他のグループからハニートーストとハンバーグは焼き物2つでNGあるという指摘を受け、最終的には児童「う」を中心に調理人さんに頑張ってもらおうということで、結論が出された。

<児童のワークシートより>

「最初はカレーが良かったけれど、ランキングを見るとカレーは3位だったので、2位のハニートーストにしました。みそラーメンにしなかった理由は、お皿がかぶるからということでした。やっぱり、リクエスト献立なので、みんなの希望を入れていこうと思いました。グループでの話し合いでは、カロリー内か栄養は足りているかなどのことを話し合いました。みんなで話し合った献立が実際に給食になるといいと思います。」(児童 Y.H)


「最初は、リクエストについて考えていなかったけれど、再提案では5・6年生アンケート2位以内にできたのでよかったと思った。」(児童 Y.S)

「はじめは、ハニートーストにするか、カレーライスにするかでまよったんですけど、カレーライスはカロリーが多いのでハニートーストになり、デザートもオレンジゼリーかパイんとさつまいものパイでまよったけど、やはりパイの方がカロリーが高いので、オレンジゼリーになったりといろいろ考えて献立を作ったので採用してもらえるとありがたいと思います。」(児童 M.T)

【5班】 i—Y.K ii—M.S iii—M.Y iv—A.S

<自力解決時のリクエスト献立>

<集団検討後のリクエスト献立>

i → Y.K 主食：ミルクパン 主菜：ハンバーグ 副菜：フライドパンフキン デザ：フルーツポンチ	ii → S.M 主食：ハニートースト 主菜：マーボー豆腐 副菜：フライドパンフキン デザ：オレンジゼリー
	
iii → M.Y 主食：みそラーメン 主菜：さけの南蛮焼き 副菜：フライドパンフキン デザ：オレンジゼリー	iv → A.S 主食：ミルクパン 主菜：ハンバーグ 副菜：フライドパンフキン デザ：フルーツポンチ



主食：ミルクパン 主菜：ハンバーグ 副菜：フライドパンフキンサラダ デザート：フルーツポンチ ⇒ 729 kcal

自力解決時では、主食はミルクパン 2 人、ハニートースト 1 人、味噌ラーメン 1 人であった。希望調査にはないミルクパンを選んだ児童がいた。主菜は、ハンバーグ 2 人、さけの南部焼き 1 人、マーボー豆腐 1 人であった。副菜は、全員一致でフライドパンプキンサラダであった。デザートは、フルーツポンチ 2 人、オレンジゼリー 2 人であった。

<グループメンバーによる検討> (一部抜粋)

-
- ii : フライドパンプキンは絶対いれてるよね。4人同じじゃない？じゃあ固定だ。まさきのところを基準にする？あとは主食だ。主食をどうするか。希望は？ラーメンがいいんでしょ？
- iii : ラーメン
- i : オレンジゼリーとフルーツポンチでしょ？ほんとだ。オレンジゼリーとフルーツポンチを決めようよ。
- ii : 2つ置いといて、こっち(主食?)を決めてそれに合わせたカロリーでやればいい。主食どっちにする。みそラーメンか、ミルクパンか。
- iv : みそラーメンにさけの南部焼って食べきれない？
(中略)
- i : じゃあ固定する。(ハニートースト)
(中略) [主菜をどうするかを検討]
- iv : これ(フライドパンプキンサラダ)固定したら、これ(イカチリ)無理だよ。こっちだけど、揚げ物二つになっちゃうもん。なんかバランスおかしいね。あとここ決めれば終わるのに。
(中略)
- i : (悩んだ末に)ねえランキング見てみる。
- iii : フルーツきまりでしょ。
- ii : 確かに、ランキングで決めよう。もう、こっから先。じゃあ、1位だったらハニー。
- iv : でもハンバーグもじゃない。ハニーと。ごはんかハンバーグにする？
- i : はい、ランキング。5年2組にしようよ。
- iv : ハニーだ。ハンバーグも1位。ハニーはもうここがいい。これで。この班の希望通り。
- iii : ハニーを捨てるか、ハンバーグを捨てるか。(焼き物2つになるため)
- ii : ハニーの方がいいんじゃないの？
- i : 22人と24人だよ。(5年2組のランキングを見て)
- iv : だったらハンバーグの方が良いと思う。
(中略)
- i : 他のは1位にして、ここは2位ね。
- ii : だけど、フライドパンプキンとパイとさつまいものパイはどっちにしる入れられないから。パイとさつまいものパイは諦めよう。
- ii : ここハニーにしよ。
(中略)
- i : 待って、ハニートーストとハンバーグで出てるよ。(2月の献立表を取り出して)2月6日出てるよ。ハニートーストとハンバーグ。
- iv : じゃあさ、このまま同じにして大丈夫じゃない？
(中略)
- ii : ハニートーストもう固定ね、とりあえず。ハニー完全固定。じゃあ、もうハンバーグ使う。
- ii : あとデザート、デザートを決めよう。
(中略) [カロリーを計算]
- iii : 5年2組で・・・6人で。全体(5・6年のアンケート結果)はオレンジゼリーの方が上だから。
- ii : これ6年じゃん。5年のほうがいいじゃん。
- i : 同点なんだから、5年6年全体なんだから・・・オレンジゼリーが一番上だから。
-

じゃあもうオレンジ使おうよ。カロリー低いし。

普通にだって、全体で普通にさ、こっちの方が上なんだから。(アンケート結果より)

グループメンバーによる検討では、グループメンバー全員で議論がなされていた。副菜のフライドパンプキンサラダが全員一致であったため、それを固定して話し合いが進んだ。何かを固定して、次を考えようとする意識がメンバー全員から見られた。また、希望調査(ランキング)への意識が高い児童がおり、話し合いがスムーズであった。主食を決めるのには苦勞していた。その理由としては、ハンバーグとハニートーストでは焼き物2つでNGであったからである。最後は、献立表を取り出し、献立で出たことがあることを根拠にハニートーストとハンバーグを入れた献立にした。

<児童のワークシートより>

「最初は、自分の好きなものばかりを入れていたけれど、順位やカロリーなどを含めて、デザート・主食を変えて考えました。グループで話し合う時は意見がちがったけど、相手の意見を聞いて自分の意見を変えました。本当に好きなものを入れられてよかったです。」(児童 A.S)

「最初は、カロリーと自分の好きな物だけを重視して考えていましたが、グループで話し合うときには、栄養バランスや人気の高さも重視して考えられました。また、デザート以外は最初の自分の考えと同じでしたが、しっかりと考えることができたので良かったです。」(児童 Y.K)

【6班】 ①-T.K ②-G.N ③-S.O ④-R.K

<自力解決時のリクエスト献立>

①→T. K 主食：パイパン 主菜：ハンバーグ 副菜：フライドパンプキン デザ：フルーツポンチ	②→G. N 主食：みぞラーメン 主菜：さけの南部焼き 副菜：ゆで野菜のおひたし デザ：フルーツポンチ
6班	
③→S. O 主食：ごはん 主菜：ハンバーグ 副菜：フライドパンプキン デザ：いちご	④→R. K 主食：ミルクパン 主菜：ハンバーグ 副菜：フライドパンプキン デザ：フルーツゼリー

<集団検討後のリクエスト献立>

主食：ミルクパン
主菜：ハンバーグ
副菜：フライドパンプキンサラダ+ミニトマト
デザート：フルーツポンチ

自力解決時では、主食はパイパン1人、味噌ラーメン1人、ごはん1人、ミルクパン1人であった。主菜は、ハンバーグ3人、さけの南部焼き1人であった。副菜は、フライドパンプキンサラダ3人、ゆで野菜のおひたし1人であった。デザートは、フルーツポンチ2人、いちご1人、フルーツゼリー1人であった。

<グループメンバーによる検討> (一部抜粋)

-
- ①：私は、パインパン、ハンバーグ、フライドパンプキンサラダ、フルーツポンチ。
カロリーOK。アンケートも上位があるから。
- ④：副菜だけど、1位のフライドパンプキンサラダを選んだ。フライドパンプキン入れよう。だんかつ1位だから。
- ①：カロリー考えよう
- ③：オレンジゼリーにしておく？
- 全員：さっぱりでいいね
- ④：オレンジゼリーでいいの？
- 全員：とりあえず、一応。
- ④：ハンバーグにしよう。これに、マーボーは合わない
- ①：カロリーはよさそう
- ④：栄養のバランスを考えよう。栄養バランス（赤・緑・黄を数える）
- ③：一回ここでカロリー計算してみよう
- ②：そしたら、多数決で決める？
- ④：理由で決めよう。1回多数決でそのあと、理由で
- ④：フルーツポンチ0票 オレンジゼリー4票
- ②：ミルクパンとパインパンなら？
- (中略)
- ④：もし、カロリーが必要なら、フルーツポンチにする？
- ②：パインでカロリーを増やす
- ④：パインパンってかいておこう
-

グループメンバーによる検討では、主菜1位のハンバーグと副菜1位のフライドパンプキンサラダは決定とし、主食とデザートに対する議論がなされた。まず、デザートを決める際には、多数決という方法で全員一致のオレンジゼリーにした。ただ、児童④の発言「理由で決めよう。1回多数決でそのあと、理由で」と多数決だけでは決定しかねる様子も見られた。また、栄養バランスやカロリーのことも考慮しながら献立を決めていた。主食は、焼き物2つになってしまうため、ハニートーストを選ぶことができず、代わりに他のパンとしてパインパンを選んだ。

<児童のワークシートより>

「はじめは、ランキング内のものだけを組み合わせで考えていたけれど、カロリーやみんなの意見で、ランキング外のミルクパンやパインパンを入れて、バランスのいいこんだてを考えられたので、よかったです。」(児童 T.K)

「デザートのオレンジゼリーがフルーツポンチに変わってカロリーが750に近くなった。そして、大きいお皿でハンバーグとミニトマトという組み合わせも考えられたのでよいと思います。」(児童 R.K)

【7班】 A-U.Y B-M.I C-A.O D-R.S

<自力解決時のリクエスト献立>

<p>D→R.S 主食：ごはん 主菜：ハンバーグ 副菜：イタリアンサラダ デザ：パインとイモのパイ</p>	<p>B→M.I 主食：ごはん 主菜：さけの南部焼き 副菜：ゆで野菜のおひたし デザ：パインとイモのパイ</p>
<p>7班</p>	
<p>A→U.Y 主食：ごはん 主菜：マーボー豆腐 副菜：ゆで野菜のおひたし デザ：パインとイモのパイ</p>	<p>C→A.O 主食：ごはん 主菜：ハンバーグ 副菜：ゆで野菜のおひたし デザ：パインとイモのパイ</p>

<集団検討後のリクエスト献立>

<p>主食：ハニートースト 主菜：ハンバーグ 副菜：ゆで野菜のおひたし デザート：オレンジゼリー ⇒ 669 kcal</p>



自力解決時では、主食はごはん4人であった。全員が希望調査にはないごはんを選んでいった。主菜は、ハンバーグ2人、さけの南部焼き1人、マーボー豆腐1人であった。副菜は、ゆで野菜のおひたし3人、イタリアンサラダ1人であった。デザートは、全員一致でパインとさつまいものパイであった。

<グループメンバーによる検討> (一部抜粋)

-
- C：ご飯とサツマイモのパイは決定でいいんじゃない。みんな一緒だから。
 C：ご飯とサツマイモのパイは決定。
 T：じゃあそれらは決まったんだね。あとは他何考えようか。
 B：主菜と副菜。
 T：いいね。それでは考えてみて。
 (中略) [カロリーを計算]
 A：それだったらカロリー考えようよ。
 B：足りてはいるから。
 C：だって700はいくんだから。
 100引いても600は行くんだから。
 オレンジゼリーがいい？フルーツポンチがいい？
 B：いいよ、オレンジゼリーで。ごちゃまぜより一つの方がおいしいでしょ。
 (中略) [Bの個人的な意見に振り回される]
 A：610くらい。
 T：みんなこれで納得かな？
 C：この3つは納得したから、だけど・・・Bがパインとサツマイモのパイはもう飽きたって。
 T：でも、Bの個人的な意見だよな。じゃあどうやって決める？
 B：俺、これがいいんだけど。
 T：みんな、どう？
 B：だってさ、ご飯が278だよ？74か。
 これ258だよ。こっちの方が断然とおいしいでしょ。
 C：だから今カロリーを高くしないといけないんだよ。
 (中略)
 B：俺は何があろうとハニートーストを推薦する。
-

グループメンバーによる検討では、自力解決時に主食のご飯とデザートのパインとさつまいものパイが全員一致であった。そのため、主菜と副菜から決めていこうという流れで話し合いが進んだ。話し合いの中では、カロリー不足がわかり、デザートや主食の変更までするという流れになった。それ以降、児童Bの個人的な意見に振り回されながら、最後は主食をハニートーストにするという決断に押された。

<児童のワークシートより>

「投票数が多いものだけでもリクエスト献立を考えれば大丈夫な献立を立てられるとわかった。献立を立てるのは栄養士さんの大変で、大切な仕事だと実感した。」

(児童 A.O)

「はじめは、カロリーや作る時間、オープンなどのことを考えて投票数のことは少ししか考えていなかったけどグループで考えるときは、投票数を重くしてやりました。」 (児童 R.S)

【8班】 A→Y.M B→Y.T C→R.N D→R.O

<自力解決時のリクエスト献立>

<p>A→Y.M 主食：ハニートースト 主菜：さけの南部焼き 副菜：イタリアンサラダ デザ：パイんといものパイ</p>	<p>D→R.O 主食：ごはん 主菜：マーボー豆腐 副菜：フライドパンフキン デザ：オレンジゼリー</p>
<p>8班</p>	
<p>B→Y.T 主食：みぞラーメン 主菜：イカのチリソース 副菜：フライドパンフキン デザ：いちご</p>	<p>C→R.N 主食：ハニートースト 主菜：マーボー豆腐 副菜：フライドパンフキン デザ：フルーツポンチ</p>

<集団検討後のリクエスト献立>

<p>主食：味噌ラーメン 主菜：さけの南部焼き 副菜：フライドパンフキンサラダ デザート：フルーツポンチ ⇒ 779 kcal</p>



自力解決時では、主食はハニートースト 2人、ごはん 1人、味噌ラーメン 1人であった。主菜は、マーボー豆腐 2人、さけの南部焼き 1人、イカのチリソース 1人であった。副菜は、人気の高いフライドパンフキンサラダ 3人、イタリアンサラダ 1人であった。デザートは、パイんといものパイ 1人、オレンジゼリー 1人、いちご 1人、フルーツポンチ 1人であった。

<グループメンバーによる検討> (一部抜粋)

-
- D: フライドパンフキンは決まり。
 もしかして、デザート分かれてる？カロリー一番低いやつにしよう。
 いちごとオレンジゼリー？オレンジとフルーツポンチ？
 - D: ハニーにマーボーはおかしい (Cのリクエスト献立を見て)
 ハニートーストが出て大丈夫なやつは？ (Aがカード見せる)
 だから、マーボーとカレーはだめ。(ハニーと合わないの) カロリーは？
 - A: 主食はどーする？
 - D: ハニーでよくね？
 - B: いや、みそらーめん。
 - D: もう、518カロリーだぞ (味噌ラーメン、牛乳、いちごで)
 - D: フライドパンフキンサラダは 98カロリーだから OK (Dがカロリー計算をして)
 - D: 616カロリー、いけるな
 - A: さけの南部焼き、ハンバーグは？
 - D: いかのチリソースのとき 775カロリー、197カロリーだと 800カロリーいくよ。さけの南部焼きいかのチリソースどっち？さけ・・・油がやばい カロリーは低い
 いか・・・揚げ物なので NG ⇒よってさけの南部焼きで
 - D: (計算) 698カロリー。きまり。
-

グループメンバーによる検討では、副菜のフライドパンプキンサラダは決定し、次にデザートを決めていくという流れになった。デザートを決める際には、カロリーの低いものにしようという意見も出た。主食と主菜を決める際には、カロリー計算を基に味噌ラーメンは厳しいという発言も出ているが、再度カロリーを計算して大丈夫であるということから味噌ラーメンは決定した。主菜は、さけの南部焼きとイカのチリソースで悩んでいたが、グループで良い点と悪い点が出され、さけの南部焼きに決定する様子が見られた。食品同士の相性にも気を配り、議論がなされた。

<児童のワークシートより>

「私は、お皿が足りなくて反対したけど、みんなが責めてくるので結局お皿を気にせずやりました。授業は楽しくできなかったけど、考えることはできました。私たちの班はお皿がたりないので、認めてくれないと思います。」（児童 Y.M）

「みんなで考えたこんだてはお皿の大きさが同じようなのがあって、自分の考えのほうがいいなと思ったけれど、5・6年のアンケートで1位に近いものばかりだったので、自分の考えより、グループで考えたもののほうがいいなと思いました。」（児童 R.N）

「主菜をなくしたり、主食と主菜をいっしょにしたりするグループがありましたが、ぼくたちのグループは全部の種類メニューを揃えました。お皿の種類でもめたけど、最終的にまとまりました。」（児童 R.O）

「ぼくは、みそラーメンとフライドパンプキンサラダははずしたくないからそのまま、最初はさけの南部焼きはどんなのかわからなかったけど、どんなのか思いだしたので、納得できました。フルーツポンチもフルーツがたくさん入っていてさっぱりしていて、おいしいのでそれも納得できました。」（児童 Y.T）

④栄養士さんへの提案書づくり（第3時）

集団検討、自己のふり返しを行った後（第2時）に、グループごとによるリクエスト献立の提案書づくりを行った。その際には、優先順位やグループの主張が栄養士さんに伝わるようにした。

【1班】優先順位がなかなか決まらなかったグループ

主張（グループで作成した提案書より）

まず、パイとさつまいものパイにしました。理由はリクエストで1位だったからです。次にマーボーどんにしました。その理由はカロリーがちょうどよかったからです。最後に、イタリアンサラダにしました。理由は3つの食べ物の相性がよかったからです。

【2班】基準が決まらずに話し合いが進んでいたグループ

2019/02/20

リクエスト献立の提案書

〇栄養士さんが決めてくれるリクエスト献立の提案書を作ろう。

(2) 班

主食 ポークカレーライス	主菜 /
副菜 フライドパンプキンサラダ	デザート オレンジゼリー

【優先順位】

①栄養 バランス
②順位 希望
③カロリー
④お皿

〈わたしたちの班の主張はココ！〉

まず、ポークカレーライスにした理由は、200人中35人も選んでいて低学年にも人気で具も野菜も一緒に食べられて、栄養もいいから。フライドパンプキンサラダにした理由は、圧倒的に多いし、約50%で102人も選んでいたのでもフライドパンプキンサラダにしました。オレンジゼリーにした理由は皿も小さいし栄養も十分とれるので選びました。

主張（グループで作成した提案書より）

まず、ポークカレーライスにした理由は、200人中35人も選んでいて低学年にも人気で具も野菜も一緒に食べられて、栄養もいいから。フライドパンプキンサラダにした理由は、圧倒的に多いし、約50%で102人も選んでいたのでもフライドパンプキンサラダにしました。オレンジゼリーにした理由は皿も小さいし栄養も十分とれるので選びました。

【3班】視点が栄養バランスに定まったグループ

2019/02/20

リクエスト献立の提案書

〇栄養士さんが決めてくれるリクエスト献立の提案書を作ろう。

(3) 班

主食 ハニートースト	主菜 ハンバーグ+ミニトマト
副菜 イタリアンサラダ	デザート フルーツポンチ

【優先順位】

①順位
②栄養 バランス
③カロリー
④皿

〈わたしたちの班の主張はココ！〉

栄養バランスを考えた。
カロリーのことも考えた。
お皿のことも考えた。
順位も考えた。
牛乳は748kcal

主張（グループで作成した提案書より）

栄養バランスを考えた。
カロリーのことも考えた。
お皿のことも考えた。
順位も考えた。
牛乳ふくむ748kcal.

【4班】条件以外（お皿）のことにも着目していたグループ

2019/02/20

リクエスト献立の提案書

〇栄養士さんが決めてくれるリクエスト献立の提案書を作ろう。

(4) 班

主食 ハニートースト	主菜 ハンバーグ
副菜 フライドパンプキンサラダ	デザート オレンジゼリー

【優先順位】

①皿
②順位 希望 (5,6年生)
③カロリー
④栄養 バランス

総カロリー 728kcal

〈わたしたちの班の主張はココ！〉

お皿をかぶらないように、できるだけ順位の高いものにした。
特にフライドパンプキンサラダは、5・6年生の約2分の1の人数が投票しているので入れた。
栄養バランスを考えたみんなの大好きな給食！

主張（グループで作成した提案書より）

お皿をかぶらないように、できるだけ順位の高いものにした。
特にフライドパンプキンサラダは、5・6年生の約2分の1の人数が投票しているので入れた。
栄養バランスを考えたみんなの大好きな給食！

【5班】希望調査に着目し、合意形成がなされたグループ

リクエスト献立の提案書

〇卒業生さんが決めてくれるリクエスト献立の提案書を書こう。

(5) 班

主食 ミルクパン	主菜 ハンバーグ
副菜 フライドパン パンアキンスラダ	デザート フルーツポンチ

【優先順位】
① 順位・希望 (5・6年生)
② kcal(カロリー)
③ 相性
④ 栄養バランス

わだしたちの班の主張はココ！

まずは、順位で、フライドパンアキンスラダ(102/200人)とハンバーグ(93/200人)を決めました。次に、ハンバーグと相性の良いミルクパンにしました。カロリーを考へて、フルーツポンチにしました。総カロリーは729kcalです。

総カロリー
(中札を写す)
729kcal

主張 (グループで作成した提案書より)

まずは順位でフライドパンアキンスラダ (102/200人) とハンバーグ(93/200人)を決めました。次に、ハンバーグと相性の良いミルクパンにしました。カロリーを考へて、フルーツポンチにしました。総カロリーは729kcalです。

【6班】希望調査に着目し、順位に重み付けをしていたグループ (リクエスト選出)

リクエスト献立の提案書

〇卒業生さんが決めてくれるリクエスト献立の提案書を書こう。

(6) 班

主食 ミルクパン	主菜 ハンバーグ
副菜 ミニトマト フライドパンアキンスラダ	デザート フルーツポンチ

【優先順位】
① 順位・希望
② 栄養バランス
③ カロリー
④ 皿

わだしたちの班の主張はココ！

4位でダントツ1位のフライドパンアキンスラダ(200人中102人)とハンバーグ(200人中93人)を入れました。栄養では、野菜が少し多めだけれど、黄色の食材と赤の食材もちょうどよいくらいに入っています。カロリーは、なるべく750カロリーに近くなるようにしました。牛乳をふくめて743カロリーで750カロリーに近くなりました。お皿はかぶらないようにして、大皿にハンバーグ1つはさびしいので、ミニトマトも入れました。旬のくだものを入れたフルーツポンチにしてください！

旬のくだものを入れたフルーツポンチにしてください！

主張 (グループで作成した提案書より)

順位でダントツ1位のフライドパンアキンスラダ (200人中102人) とハンバーグ (200人中93人) を入れました。栄養では、野菜が少し多めだけれど、黄色の食材と赤の食材もちょうどよいくらいに入っています。カロリーは、なるべく750カロリーに近くなるようにしました。牛乳をふくめて743カロリーで750カロリーに近くなりました。お皿はかぶらないようにして、大皿にハンバーグ1つはさびしいので、ミニトマトも入れました。旬のくだものを入れたフルーツポンチにしてください！

【7班】自己限定的な話をする児童が見られたグループ

リクエスト献立の提案書

〇卒業生さんが決めてくれるリクエスト献立の提案書を書こう。

(7) 班

主食 パン・トースト	主菜 ハンバーグ
副菜 野菜・お肉	デザート プリンゼリー

【優先順位】
① 順位・希望 (5・6年生)
② カロリー
③ 栄養バランス
④ 皿

わだしたちの班の主張はココ！

主菜はハンバーグ。順位が200人中93人だから。
カロリーが低いけど栄養バランスが良いから。
皿の大きさがかぶらないから。

主張 (グループで作成した提案書より)

主菜のハンバーグの順位が200人中93人だから。
カロリーが低いけど栄養バランスが良いから。
皿の大きさがかぶらないから。

【8班】食品の相性及びカロリーに着目しながら話し合いがなされたグループ

リクエスト献立の提案書

〇希望した人が選んでくれるリクエスト献立の提案書を作成しよう。

(8) 班

主食 みそラーメン	主菜 さけの南部焼き
副菜 フライドパンプキンサラダ	デザート フルーツポンチ

【優先順位】

- ① 希望・順位
- ② 皿
- ③ カロリー
- ④ 栄養

こだわった班の主張はココ！

フライドパンプキンサラダが10人でフルーツポンチが48人で主張は順位です。もう2つは皿です。アルミホイル、皿などに注目しました。3つ目はカロリーです。みそラーメンとパンプキンサラダはカロリーが高いので、さけの南部焼きと、フルーツポンチのカロリーが低い食べ物を選びました。さけの南部焼きはアルミホイルにしました。

主張（グループで作成した提案書より）

フライドパンプキンサラダが10人でフルーツポンチが48人で主張は順位です。2つ目は、皿です。アルミホイル、皿などに注目しました。3つ目は、カロリーです。みそラーメンとフライドパンプキンサラダはカロリーが高いので、さけの南部焼きと、フルーツポンチのカロリーが低い食べ物を選びました。さけの南部焼きはアルミホイルにしました。



写真2 第3時の板書の一部及び使用したワークシート（6班・7班）

4) 考察

2)「授業デザインのフレームワークについて」の「表1 数理科学的意思決定力に関する授業デザインのためのフレームワーク」にあるB4 解釈・評価及びB5 数学的コミュニケーションに焦点化し、集団検討場面の「i グループメンバーによる検討（合意形成）→ ii 学級全体での共有・検討→ iii グループによる再考→ iv グループ再提案」の分析を行う。ここでは、グループ内で合意形成が図ることができたであろう【5班】と【6班】及びグループ内で合意形成を図ることができなかった【7班】のリクエスト献立の決め方を基に、方法に関する意思決定のプロセスを分析し、考察する。

表2 プロセス能力「B4：解釈・評価」及び「B5：数学的コミュニケーション」のフレームワーク

	定義	自己内			他者との相互作用 相 $\alpha \sim \gamma$
		相1 自己限定的 (individual)	相2 多様性の萌芽 (beginning of diversity)	相3 社会的 (social)	
B4： 解釈・評価 Interpreting & Validating	もとの現実世界の問題に照らし合わせて、意思決定の過程や方法、結果を解釈し、それらの妥当性を評価する能力	作った献立が、条件（カロリーと揚げ物・焼き物1つ）をクリアし、自分の好みに合っているかを確かめる。	希望調査結果（順位や人数）や資料から選んだり優先したりした理由を明確に説明する。	希望調査結果（順位や人数）や資料、給食を食べる他学年の児童、栄養士、調理人の立場などから、選んだり優先したりした理由を明確に説明し、必要であれば選んだり優先したりしたことを変更する。	グループ内での話し合いや全体共有を通して、意思決定の過程や方法、結果とも対比しながら、類似点や相違点を比較・検討し、評価する。
B5： 数学的コミュニケーション Mathematical communicating	意思決定の過程や方法、結果を伝え合う能力	作った献立とその理由を、（聞き手のことを考えずに）自己限定的な言語・表現で伝え合う。	作った献立とその理由を、聞き手のことを考えて説明する。	作った献立とその理由を、聞き手の理解状況に応じた言語・表現を選択し説明する。	個人→グループ→全体→グループの過程を通して、他者の意思決定の過程や方法、結果を理解し、自己の考えと比較・検討する。

(1) 固定化し、基準を設けて合意形成を図っていこうとするグループ【5班】

グループメンバーによる検討の場面では、まず自分が立てた献立を発表し、その後グループにおけるリクエスト献立を決定する。以下は、自分の献立を発表する場面である。

児童 S.M：主食：ハニートースト，主菜：マーボー豆腐，副菜：フライドパンプキンサラダ，デザート：オレンジゼリー．フライドパンプキンサラダは好きなので、外せない。お皿の関係上、みそラーメンを入れることができなかつたからです。全体の人気が高いものを優先して入れました。

児童 A.S：主食：ミルクパン，主菜：ハンバーグ，副菜：フライドパンプキンサラダ，デザート：フルーツポンチ。カロリーが、800以内で、しかもアンケートは主菜と副菜とデザートがすべて1位なのでこれにしました。

児童 Y.K：自分が好きなものを3つ揃えたのと、主菜が1位で副菜も1位でデザートが3位でした。あとカロリーにも気をつけました。

児童 M.Y：主食：みそラーメン，主菜：さけの南部焼，副菜：フライドパンプキンサラダ，デザート：オレンジゼリー。バランスの良い食事を取れるようにしようと思いました。副菜にフライドパンプキンサラダを入れたのは、最近なかなか出ないので、やっぱり好きな方を入れたいからです。

ここでは、グループメンバーに希望調査結果を基にした自分の献立を伝えるとともに、理由も明らかにしている。児童 S.M は、自分の好みも伝えてはいるが、希望調査において人気の高いものを優先していることがわかる。児童 A.S は、希望調査（アンケート）の主菜と副菜とデザートは1位であるからという根拠を基に選んでいる。また、カロリーも条件以内であることを主張している。児童 Y.K は、自分の好みと希望

調査の上位を選び、カロリーも考慮していることを伝えている。一方、児童 M.Y はバランスの良い食事を一番に考えてはいるが、自分の好きな味噌ラーメンやフライドパンプキンサラダは入りたいと自分の意見を伝えている。【B 4 及び B 5 : 相 3】

児童 S.M : フライドパンプキンは絶対いれてるよね。4人同じじゃない？じゃあ固定だ。
児童 M.Y のところを基準にする？あとは主食だ。主食をどうするか。希望は？
ラーメンがいいんでしょ？

児童 M.Y : ラーメン

児童 Y.K : オレンジゼリーとフルーツポンチでしょ？ほんとだ。オレンジゼリーとフルーツポンチを決めようよ。

児童 S.M : 2つ置いといて、こっち(主食?)を決めてそれに合わせたカロリーでやれば
いい。 主食どっちにする。みそラーメンか、ミルクパンか。

リクエスト献立を決める際に、全員一致であるフライドパンプキンサラダを固定することにし、基準を設けようとしている。これは、副菜の1位を優先的に決めるということであり、希望調査に重きを置いていることがわかる。さらに、児童 S.M は、基準というものを設けることを提案するとともに児童 M.Y に希望を聞いていることがわかる。メンバーの意見も大事にする姿勢がうかがえる。【B 5 : 相 3】

児童 Y.K が、デザートについての発言をしたことに対し、児童 S.M は主食を優先し、デザートのオレンジゼリーとフルーツポンチは後で考えるよう促している。このことから何かを優先して決めようとする意識が高いことがわかる。

児童 A.S : これ(フライドパンプキンサラダ)固定してたら、これ(イカチリ)無理だよ。
こっちだけど、揚げ物二つになっちゃうもん。なんかバランスおかしいね。あ
とここ決めれば終わるのに。(中略)・・・悩んだ末に

児童 Y.K : ねえランキング見てみる。

児童 M.Y : フルーツきまりでしょ。

児童 S.M : 確かに、ランキングで決めよう。もう、こっから先。
じゃあ、1位だったらハニー。

児童 A.S : でもハンバーグもじゃない。ハニーと。ごはんかハンバーグにする？

児童 Y.K : はい、ランキング。5年2組にしようよ。

児童 A.S : ハニーだ。ハンバーグも1位。ハニーはもうここがいい。
これで。この班の希望通り。

児童 M.Y : ハニーを捨てるか、ハンバーグを捨てるか。(焼き物2つになるため)

児童 S.M : ハニーの方がいいんじゃないの？

児童 Y.K : 22人と24人だよ。(5年2組のランキングを見て)

児童 A.S : だったらハンバーグの方が良いと思う。


(中略)

児童 Y.K : 他のは1位にして、ここは2位ね。

児童 S.M : だけど、フライドパンプキンとパイとさつまいものパイはどっちにしる入れ
られないから。パイとさつまいものパイは諦めよう。ここハニーにしよ。

最初に決めた副菜のフライドパンプキンサラダの固定によって、主食が決まらないという様子が見られた。しかし、児童 Y.K「ねえランキング見てみる」の発言により、グループメンバーの意識が希望調査の方へ改めて向くようになった。条件である希望調査への方向付けとなる発言が、グループによる合意形成を促進する結果となったと言える。合意形成を図る上で、他者との相互作用が効果的であることがわかる。また、希望調査に着目し、5年2組に重きを置きつつも5・6年全体の順位も高いことを考慮に入れながら、議論がなされていた。【B4：相3】

<自力解決時のリクエスト献立>

i → Y. K 主食：ミルクパン 主菜：ハンバーグ 副菜：フライドパンプキン デザ：フルーツポンチ	ii → S. M 主食：ハニートースト 主菜：マーボー豆腐 副菜：フライドパンプキン デザ：オレンジゼリー
	
iii → M. Y 主食：みぞラーメン 主菜：さけの南部やき 副菜：フライドパンプキン デザ：オレンジゼリー	iv → A. S 主食：ミルクパン 主菜：ハンバーグ 副菜：フライドパンプキン デザ：フルーツポンチ

<集団検討後のリクエスト献立>

主食：ミルクパン 主菜：ハンバーグ 副菜：フライドパンプキンサラダ デザート：フルーツポンチ ⇒ 729 kcal

(2) 多数決という意見を認めつつも合意形成を図ろうとしているグループ【6班】

5班のグループメンバーによる検討の場面では、全員がまず自分が立てた献立を発表していた。しかし、6班の検討では、前半部分で主食と副菜は希望調査の結果を受け、議論はなかったが1位のものを選択することで合意していた。

児童 T.K：私は、パインパン、ハンバーグ、フライドパンプキンサラダ、フルーツポンチ。

カロリーOK。アンケートも上位があるから。

児童 R.K：副菜だけど、1位のフライドパンプキンサラダを選んだ。フライドパンプキン入れよう。だんとう1位だから。

児童 T.K：カロリー考えよう

児童 S.O：オレンジゼリーにしておく？

全員：さっぱりでいいね

児童 R.K：オレンジゼリーでいいの？

全員：とりあえず、一応。

児童 R.K：ハンバーグにしよう。これに、マーボーは合わない

児童 T.K：カロリーはよさそう

児童 R.K：栄養のバランスを考えよう。栄養バランス（赤・緑・黄を数える）

児童 S.O：一回ここでカロリー計算してみよう

児童 G.N：そしたら、多数決で決める？

児童 R.K：理由で決めよう。1回多数決でそのあと、理由で

児童 R.K：フルーツポンチ0票 オレンジゼリー4票

希望調査で上位のものを優先的に決定していく意識が高いグループである。児童の発言の中には順位が1位だからという根拠があることで、他の児童も納得している様子である。さらに、児童 R.K の発言の中に「だんかつ1位だから。」とあるように、副菜のフライドパンプキンサラダの1位は、選んでいる人が多いことから他の主食・主菜・デザートとの1位とは少し異なるという意味で、重み付けをしていることがわかる。また、主食とデザートの決め方についての議論の中で、児童 G.M から「そして、多数決で決める？」という発言が見られた。児童 R.K は「理由で決めよう」と多数決を否定したような発言にも見られたが、相手の意見を汲み取ったように「理由で決めよう。1回多数決でそのあと、理由で」と発言していた。この発言はグループで合意形成を図る上では、とても価値のあるものだと考える。相手の意見を認めつつ、自分の意見を伝えるという意味でB4の社会的であるといえよう。合意形成を図る上で多数決の否定はしないが、児童 R.K のような発言があったことが今後の話し合いで生かされる。【B4及びB5：相3】



写真3 グループ検討の様子

【他のグループとの共有後】

児童 S.O : カロリー どうする？

(中略)

児童 T.K : ミルクパンにする？

児童 R.K : するー

児童 R.K : じゃあ、フルーツポンチにする？ カロリーが余るし。

全員 : うん！

児童 G.N : ミルクパンって何キロカロリー

児童 T.K : 200

児童 S.O : 743カロリー！いいかんじ

全員 : いいかんじ！

他のグループの話聞き、カロリーに着目し再検討した。パンをミルクパンに変更した。そのため、目安となるカロリーに近づけるためにデザートの変更が行われた。先述したとおり、デザートはオレンジゼリーに多数決で決まっていた。しかし、ここでは、カロリーに重きを置いて検討することが行われているため、フルーツポンチを選んだ。グループメンバーは何に重きを置くかを状況によって、変更していることがわかる。また、6班のグループメンバー全員で発言する場面も多く見られていた。【B4：相3】

<自力解決時のリクエスト献立>

①→T. K 主食：パイパン 主菜：ハンバーグ 副菜：フライドパンフキン デザ：フルーツポンチ	②→G. N 主食：みぞラーメン 主菜：さけの南部焼き 副菜：ゆで野菜のおひたし デザ：フルーツポンチ
6班	
③→S. O 主食：ごはん 主菜：ハンバーグ 副菜：フライドパンフキン デザ：いちご	④→R. K 主食：ミルクパン 主菜：ハンバーグ 副菜：フライドパンフキン デザ：フルーツゼリー

<集団検討後のリクエスト献立>

主食：ミルクパン 主菜：ハンバーグ 副菜：フライドパンフキンサラダ +ミニトマト デザート：フルーツポンチ ⇒ 743 kcal

(3) 聞き手を意識することなく自己限定的な話し合いがなされたグループ【7班】

7班のグループメンバーによる検討の場面では、全員がまず自分が立てた献立を発表していた。主食のごはんとデザートのパイんとさつまいものパイは4人が同じであり、残りの主菜と副菜を決めるだけであった。

児童 A.0：ご飯とサツマイモのパイは決定でいいんじゃない。みんな一緒だから。

児童 A.0：ご飯とサツマイモのパイは決定。

T：じゃあそれらは決まったんだね。あとは他何考えようか。

児童 M.I：主菜と副菜。

T：いいね。それでは考えてみて。

(中略) [カロリーを計算した]

児童 A.O と児童 M.I を中心に話し合いがなされていた。両者とも主菜と副菜を決めるだけであると考え、カロリー計算を始めた。

児童 U.Y：それだったらカロリー考えようよ。

児童 M.I：足りてはいるから。

児童 A.0：だって700はいくんだから。

100引いても600は行くんだから。

オレンジゼリーがいい？フルーツポンチがいい？

児童 M.I：いいよ、オレンジゼリーで。ごちゃまぜより一つの方がおいしいでしょ。

(中略) [Bの個人的な意見に振り回される]

カロリー計算を始めてからすぐ、児童 U.Y よりカロリーをメインに考えていこうという発言が見られた。そのことからこのグループは、カロリーを中心に話し合いがなされていったことがわかる。そして、カロリーが足りていることわかり、デザート選びに焦点化された。ここではカロリーの問題は解消され、話し合いがスムーズに行われているのがわかる。ただし、児童 M.I 「いいよ、オレンジゼリーで。」という発言から少しずつこのグループの主導権を握って話し合いが進められた。

児童 R.S：610くらい。

T：みんなこれで納得かな？

児童 A.0：この3つは納得したから、だけど・・・児童 M.I がパイとサツマイモのパイはもう飽きたって。

T：でも、これは児童 M.I の個人的な意見だよ。じゃあどうやって決める？

児童 M.I：俺、これがいいんだけど。

T：みんな、どう？

児童 M.I：だってさ、ご飯が278だよ？274か。これ258（ハニートースト）だよ。こっちの方が断然とおいしいでしょ。

児童 A.0：だから今カロリーを高くしないといけないんだよ。

（中略）

児童 M.I：俺は何があろうとハニートーストを推薦する。

デザートがオレンジゼリーに決まってから、児童 M.I 中心に話し合いが進められた。そして、児童 A.0 の発言にもあるように児童 M.I の好みに翻弄されてしまう場面が見られた。このグループに関しては、教師の介入が必要であることがわかる。それは、児童 M.I が自分の好みを重視してしまうことにより、合意形成を図ることが難しい状態になっていたからである。グループメンバーも困り始めていたため、「みんなこれで納得かな？」「でも、これは児童 MI の個人的な意見だよ。どうやって決める？」「みんな、どう？」というように教師の介入を随所で行った。また、児童 A.0「だから今カロリーを高くしないといけないんだよ。」とあるように、カロリーを基準に考えていこうと促す発言が見られた。

しかし、児童 M.I「俺は何があろうとハニートーストを推薦する」とあるように、この発言がこのグループの主食の決め手になったことがわかる。グループによる合意形成は図れなかった。【B5：相1】

<自力解決時のリクエスト献立>

D→R.S 主食：ごはん 主菜：ハンバーグ 副菜：イタリアンサラダ デザ：パイといものパイ	B→M.I 主食：ごはん 主菜：さけの南部やき 副菜：ゆで野菜のおひたし デザ：パイといものパイ
7班	
A→U.Y 主食：ごはん 主菜：マーボー豆腐 副菜：ゆで野菜のおひたし デザ：パイといものパイ	C→A.0 主食：ごはん 主菜：ハンバーグ 副菜：ゆで野菜のおひたし デザ：パイといものパイ

<集団検討後のリクエスト献立>

主食：ハニートースト
主菜：ハンバーグ
副菜：ゆで野菜のおひたし
デザート：オレンジゼリー
⇒669 kcal

5) 成果と課題

(1) 成果

① 方法に関する意思決定のプロセスについて

他者との相互作用として、自力解決後にグループによる検討の時間を設けることで、自分の考えを他者に伝えるとともに他者から新たな視点を得ることができていた。そのことから、児童がリクエスト献立を決定する上で、何に重きを置いて意思決定したらよいかを気づかせるのに効果的であった。また、「ある食品を固定化して考えること」、「誰かの考えを基準にし、解決していくこと」、「多数決の意見も認めつつ、他者の意見も聞き入れ、自分の意見を伝えること」など、方法に関する意思決定のプロセスがグループ内で合意形成を図る上でも効果的であることがわかった。また、表1. 数理科学的意思決定力に関する授業デザインのフレームワーク【B4 解釈・評価：相3】にある選んだ理由や優先した理由を明確に説明することに関しては、多くの児童ができるようになったといえる。

② フレームワークを用いた授業デザインについて

本教材「リクエスト給食」では、児童にとって日常的な問題を前提とし作成したことから、児童は意欲的に問題解決を行うことができた。また、児童の中には条件以外の視点（お皿の関係）にも気づき、それを基に意思決定していくことなどが見られた。第2時においては「何に重きを置いたのか」「何を優先したのか」を明確にして相手に伝えるようにと促した発問が、児童にとっては「順位を優先して決めました」「人気の高いフライドパンプキンサラダを最初に決めました」と混乱を招く結果になった。このことから第3時では、栄養士さんの提案書づくりを行う時間を設け、優先順位を書かせる項目を意図的に作成し、食品名ではなく、順位・カロリーなどの中で何を優先して再度考えさせることで、優先した項目を児童が明確に示すことができた。

また、「表1. 数理科学的意思決定力に関する授業デザインのためのフレームワーク」を基に、授業デザインを行うことで、授業の目標を焦点化することができた。さらに、合意形成を図る上で他者との相互作用の機会を、授業内のどの場面で設定するのが効果的であるかを考える契機となった。一方、本実践では、フレームワークの「B1：数学的定式化」及び「B2：数学的表現」は授業デザインにあまり意味をなさなかったことがわかった。

(2) 課題

- ・リクエスト献立を決める際に、合意形成を図ることができたグループをモデル化し、方法に関する意思決定のプロセスを共有していく必要がある。
- ・合意形成を図ることができたグループはあったが、学級全体で合意形成を図ることはできなかった。本教材のように日常的な題材を用いることで、提示した資料以外にも児童自身の価値観などを優先し、意思決定する児童が多く見られたことから小学校段階における合意形成が可能であるのかどうかを探ることも課題である。一方、条件制御を行うことで合意形成を図ることが可能であるかも探っていきたい。

【資料1】5・6年生全員（200名）のリクエスト献立の集計結果

○主食（パン・めん・ごはんなど） 上位3つ

第1位	味噌ラーメン（56人）	365kcal
第2位	ハニートースト（52人）	258kcal
第3位	ポークカレーライス（35人）	458kcal
※	ごはん	274kcal

○主菜（肉・魚・卵・豆などで作ったメインのおかず） 上位3つ

第1位	ハンバーグ（93人）	197kcal
第2位	マーボー豆腐（33人）	160kcal
第3位	イカのチリソース（27人）	159kcal

○副菜（野菜・海藻などで作ったおかず）・汁物 上位3つ

第1位	フライドパンフキンサラダ（102人）	98kcal
第2位	ゆで野菜のおひたし（27人）	17kcal
第3位	ミニトマト（16人）	7kcal

○デザート（くだもの・ゼリー・大学いもなど） 上位3つ

第1位	パイんとさつまいものパイ（52人）	151kcal
第2位	オレンジゼリー（48人）	37kcal
第3位	フルーツポンチ（38人）	96kcal
※	いちご（旬の食材）	15kcal

【資料2】6年生全員（101名）のリクエスト献立の集計結果

○主食（パン・めん・ごはんなど） 上位3つ

第1位	味噌ラーメン（29人）	
第2位	ハニートースト（27人）	
第3位	ポークカレーライス（16人）	

○主菜（肉・魚・卵・豆などで作ったメインのおかず） 上位3つ

第1位	ハンバーグ（48人）	
第2位	マーボー豆腐（20人）	
第3位	さけの南部焼き（14人）	82kcal

○副菜（野菜・海藻などで作ったおかず）・汁物 上位3つ

第1位	フライドパンフキンサラダ（48人）	
第2位	ゆで野菜のおひたし（16人）	
第3位	イタリアンサラダ（12人）	50kcal

○デザート（くだもの・ゼリー・大学いもなど） 上位3つ

第1位	パイんとさつまいものパイ（24人）	
第2位	フルーツポンチ（23人）	
第3位	オレンジゼリー（21人）	

【資料3】クラス（5年2組32名）のリクエスト献立の集計結果

○主食（パン・めん・ごはんなど） 上位3つ

第1位 ハニートースト（22人）

第2位 味噌ラーメン（7人）

第3位 ジャージャーめん（2人）

○主菜（肉・魚・卵・豆などで作ったメインのおかず） 上位3つ

第1位 ハンバーグ（24人）

**第2位 さけの南部やき（3人）
イカのチリソース**

第3位 マーボー豆腐（2人）

○副菜（野菜・海藻などで作ったおかず）・汁物 上位3つ

第1位 フライドパンプキンサラダ（28人）

第2位 イタリアンサラダ（3人）

第3位 ゆで野菜のおひたし（1人）

○デザート 上位3つ

第1位 パインとさつまいものパイ（16人）

**第2位 オレンジゼリー（6人）
フルーツポンチ**

第3位 みかん（4人）

※希望調査については、全て2014年12月実施。

【資料4】栄養バランス（赤・黄・緑の食品が入ったバランスのよい献立表）

赤の栄養・・・血や肉・骨など、体を作る 【たんぱく質・無機質】

「おもに体をつくるもとになる食品」

肉類，魚介類，卵類，豆類，貝類

黄の栄養・・・熱や力になる 【脂質・炭水化物】

「おもにエネルギーのもとになる食品」

ごはん，いも類，油脂類（バターなど），パン，砂糖類，めん類，菓子類，牛乳

緑の栄養・・・からだの調子を整える 【ビタミン】








「おもに体の調子を整えるもとになる食品」

野菜類，きのこ，果物類，



【資料5】食品カード一覧 計17種類 ※リクエスト給食人気第1位に網掛け

メニュー	赤	黄	緑
主食			
ハニートースト 258kcal		食パン, はちみつ 砂糖 バター	
味噌ラーメン 365kcal	豚肉 みそ	中華麺	とうもろこし ねぎ 白菜 もやし 人参
ポークカレーライス 458kcal	豚肉	じゃがいも 油 バター	にんじん たまねぎ
ごはん 274kcal	精白米		
主菜			
ハンバーグ 197kcal	豚挽肉 たまご	パン粉 油	たまねぎ にんじん, セロリ
麻婆豆腐 160kcal	豆腐 豚ひき肉 みそ		ニラ タケノコ
イカのチリソース 159kcal	イカ	油	
さけの南部焼き 82kcal	さけ	いりごま	
副菜			
フライドパンフキンサラダ 98kcal		油	かぼちゃ, きゅうり, にんじん, きゃべつ, とうもろこし
ゆで野菜のおひたし 17kcal	かつお節		こまつな りょくとうもやし し にんじん
ミニトマト 7kcal			トマト
イタリアンサラダ 50kcal		オリーブオイル	さやいんげん トマト, キャベツ きゅうり
デザート			
パイんとさつまいものパイ 151kcal	牛乳	ぎょうざのかわ 油 グラニュー糖, さつまいも	パイ
オレンジゼリー 37kcal	寒天		ミカン(果肉) ミカンジュース
フルーツポンチ 96kcal	ヨーグルト		パイ みかん いちご りんご
いちご 15kcal			いちご
牛乳 138kcal	牛乳		

<p style="text-align: center;">みそラーメン</p> 	<p style="text-align: center;">みそラーメン 365kcal</p> 								
<p style="text-align: center;">ハンバーグ</p> 	<p style="text-align: center;">フライドパンプキンサラダ</p> 								
<p style="text-align: center;">パインとさつまいものパイ</p> 	<p style="text-align: center;">牛乳</p> 								
<p style="text-align: center;">リクエスト献立を考えるとき</p> <ol style="list-style-type: none"> ① エネルギー680~800kcal ② 揚げ物2つは× 必ず ③ 栄養バランス (赤・・緑) ④ 旬の食材 ⑤ 地産地消 (ちさくちしょう) ⑥ 価格 	<p>※児童は本人が決められるリクエスト献立を推薦しよう。</p> <p>2月17日(月)/2月19日(水) 年 名 ()</p> <p>①自分のリクエスト献立</p> <table border="1" style="width: 100%;"> <tr> <td>主食</td> <td>主菜</td> </tr> <tr> <td>副菜</td> <td>デザート</td> </tr> </table> <p>②グループのリクエスト献立</p> <table border="1" style="width: 100%;"> <tr> <td>主食</td> <td>主菜</td> </tr> <tr> <td>副菜</td> <td>デザート</td> </tr> </table> <p><理由></p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="border: 1px solid orange; width: 150px; height: 40px;"></div> <div style="border: 1px solid orange; width: 150px; height: 40px;"></div> </div>	主食	主菜	副菜	デザート	主食	主菜	副菜	デザート
主食	主菜								
副菜	デザート								
主食	主菜								
副菜	デザート								

(4) 魅力的なアイスクリーム

リーダー：田中紀子

授業者：松島充（小学校）・成田慎之介（高等学校）

メンバー：青山和裕・清水宏幸・大島知幸

本教材「魅力的なアイスクリーム」は、数理科学的意思決定力の育成を目指し、特に「数学的推論・分析」に焦点を当てて作成した教材である。この教材に対して、小学校と高等学校にて授業を実施した。小学校における実施は、ジグソー学習法を用いて、抽出児童を中心とした発話記録と筆記物の収集を行い、数学的推論・分析の質の移行過程を考察したものである。抽出児の思考の質の多様な変容から、数学的推論・分析の力を育成する教材として妥当であると解釈される。高等学校における実施は、アンケート調査をもとに「新しいアイスを提案する」というものである。アンケートの作成、分析を通して、グループで一つのアイスを提案するために合意形成を図る。ポスター形式の第1次提案、第2次提案を行うことで「他者との相互作用」を促す教材としても特長がある。

1) はじめに

本教材は、“アイスクリーム”という素材自体の持つ、子どもたちに対する“魅力”を生かした教材になっている。小学校と高等学校における教材のねらいや授業の文脈、課題設定、また授業構造などは異なっており、それぞれに特色をもった教材であり、実施後に見えてきた成果と課題も異なっている。ここでは概略のみ述べる。

もともと『アイス班』としてまとめた私たちには「アイスクリーム」を素材として扱うことと、授業内容として統計的手法を扱うことが共通の視点としてあった。アイスクリームという素材には、男女の性差や年齢（学年）、居住地、その他の要因に寄らない価値（魅力）を持つという特長がある。子どもたちに身近で必要感があり、現実の問題として設定することができる素材である。また、統計的手法も、小中高に寄らずその学習段階にあった扱いができ、日常から数学の言語（文脈）に起こすのに適しているという、数学的内容としての特長があると考えている。

小学校では、アイスクリームの販売計画を立てるという問題場面を設定した。広島市内にある小学校における実践で、子どもたちのほとんどが広島東洋カープファンであり、「必勝！カープ応援アイスクリームをつくろう」という設定である。高等学校では、サーティーワンアイスクリームが2013年に実施した「31 ニューフレーバーコンテスト」にちなみ、クラスでグループごとに新しいアイスを提案して校内コンテストを実施しようという問題設定をした。

1) アイスクリーム屋さんを開店しよう—ジグソー学習法を用いて— (小学校)

松島 充

本稿では、数学的推論・分析の力に焦点を当て、ジグソー学習法を用いて抽出児童を中心とした発話記録と筆記物の収集を行い、数学的推論・分析の質の移行過程を考察した。その結果、抽出児の思考の質は多様に変容しており、本教材は、数学的推論・分析の力を育成する経験を多様に積むための教材として妥当であると解釈された。授業デザインに関する知見として第一に、自分の考えの説明、グループでの1つの考えを目指した対話、矛盾の解決を目指した対話の実現、第二にジグソー問題でのメタ的な対話の視点の設定、第三にジグソー学習法のサイクルに矛盾が生じる設定を盛り込み、問題点を明確化させること、が挙げられた。

① 教材の概要

本稿では次の2点を目的とした。第一に、数理科学的意思決定力の育成を目指した教材を開発し、実践授業を行い、数理科学的意思決定の様相を明確化することである。第二に数理科学的意思決定を可能にする授業デザインを抽出することである。研究方法論は事例研究法である。データ収集は、学級全体と指導者中心の2種類の録面を行い、すべての小グループ、学級全体の発話を録音し、発話記録を作成した。このデータから抽出児童を設定し、その思考を質的に考察した。また、数理科学的意思決定の様相が明確に見られる小グループの対話も考察対象とし、数理科学的意思決定を行うことを可能にしている要因を質的に考察した。

(1) 教材「アイスクリーム屋さんを開店しよう」の開発

アイスクリームチームでは、アイスクリームの販売計画を立てるという問題場面对して、小・中・高それぞれの学校段階や子どもの実態に応じて、学習する子どもたちに身近で必要感があり、できる限り現実の問題として設定することに留意し問題を開発した。具体的には、広島市内にある国立大学法人の附属小学校の第4学年を対象とした。広島市内にある小学校のため、野球好きな子どもが多く、そのほとんどが広島東洋カープファンであり、2013年、2014年と2年連続でクライマックスシリーズに出場しながらもリーグ優勝を逃し、大変悔しがっている実態がある。そこで「必勝！カープ応援アイスクリームをつくろう」とし、「カープを優勝させるために、必勝アイスクリームをつくってできるだけたくさん販売しみんなで力強い応援をしよう」という場面を設定した。

(2) 授業デザイン

すべての子どもに数理科学的意思決定を可能にするには、すべての子どもの対話による思考の質を高める機会の保障が重要な視点であろう。本稿では、数理科学的意思決定を可能にするための授業デザインとして、ジグソー学習法を用いる。それは、ジグソー学習法がすべての子どもに対話の機会を保障する学習方法論（松島，2014）だからである。全6種のジグソー学習法の構造（松島，2014）のうち、本稿では最もよく用いられる「I-1 概念同一，分割・統合型」を用いることにする。

第1時は、学級全体でアイスの味を決め、第2時までには、子どもたちの自宅近隣の商店で材料費がいくらかかるかを調べてくることを家庭学習での課題とする。そして、第2時以降でジグソー学習法を2回行う。本実践での原問題は「できるだけたくさんアイス売るにはどうしたらよいか。」である。このジグソー問題をA：定価，B 広

告，C：出店期間，の3種類のエキスパートグループに分割した。各ジグソーグループでは，出店計画書をまとめさせ，メタ的に考えさせるためのジグソー問題「たくさん売っても赤字にならないようにするにはどうすればよいか」を設定する。しかし一度のエキスパート活動とジグソー活動では，店の経営を黒字にする計画書を立てることは難しい。そこで2回目のジグソー学習法を行い，第4時にエキスパートグループへ出店計画書を持ち帰り，もう一度自分の担当分野について練り直す。その結果を第5時の2回目のジグソーグループに持ち寄り，最終的な出店計画書を再度構成し，学級全体で各出店計画書の長所と短所について対話する単元構成とした。単元計画を表1に示す。なお，授業で実際に用いたワークシートは，本章末にまとめて示す。

表1 授業実践単元の単元計画

時間	主な学習内容
第1時（45分）	学級全体でのアイスの味の決定
第2時（45分）	ジグソー学習法Ⅰ（エキスパート活動①） エキスパート問題の説明書作り
第3時（50分）	ジグソー学習法Ⅰ（ジグソー活動①） 出店計画書づくり①
第4時（20分）	ジグソー学習法Ⅱ（エキスパート活動②） エキスパート問題の説明書の見直し
第5時（37分）	ジグソー学習法Ⅱ（ジグソー活動②） 出店計画書づくり②

3種のエキスパート問題は，できる限り現実の問題とするために次の2点に留意した。第一に，定価の設定方法，広告印刷業者への委託代金，アイス販売に適した気温，の3種の情報を，ほぼ現実の数値や情報を使用したことである。第二に，広告を見た人の何人に1人が購買行動を起こすのかという仮定，アイス販売に適した気温のときに何人に1人がアイスを買うのかという仮定について，現実設定されている仮定や，商店を取材した情報を提供したことである。また，これらの3種の問題以外に，2014年のマツダスタジアムでのカープの全試合の開始時刻，試合結果，入場者数一覧表，2015年のマツダスタジアムでのカープの試合時刻一覧表を学級全員に配布した。

なおエキスパート問題A：定価の問題には，乗数が小数となる計算が含まれている。またエキスパート問題C：出店期間の問題には，平均の概念が含まれている。これらの内容は上学年での学習内容となる。しかし実施時期が3月という学年末であること，学級の実態として学級内の8割の子どもが家庭学習等で両者の概念を学習済みであること，そして電卓を用いて計算の労力を軽減させることを考慮すると子どもたちにとっては無理なく思考できる内容であると考えられる。エキスパート問題Cを担当した子どもには，2014年4月から10月までの広島市の最高気温，平均気温，最低気温を示す月別グラフも7種類添付した。

② フレームワーク

子どもたちの「B3 数学的推論・分析」の力が育成されたかどうかを考察するためには，考察枠組みが必要となる。本稿では「数理科学的意思決定に関する授業デザインのためのフレームワーク」（山口・西村，2015）を基に，子どもの発話記録から子どもの様相を質的に考察する枠組みとして表2を作成した。

表 2 本授業におけるフレームワーク

	定 義	自己内			他者との相互作用 相 $\alpha \sim \gamma$
		相 1 自己限定的	相 2 多様性の萌芽	相 3 社会的	
B1: 数学的定式化 Formulating	現実世界の問題を「数学の問題」に翻訳する(直す)能力	エキスパート問題で設定された仮定にそって現実世界の問題を「数学の問題」に翻訳する。	自分なりの仮定を設定しその仮定から、現実世界の問題を「数学の問題」に翻訳する。	複数の仮定を設定し直しながら、それぞれの仮定から、現実世界の問題を「数学の問題」に翻訳する。	他者がどのような仮定を設定し、現実世界の問題を「数学の問題」に翻訳したかを理解する。
B2: 数学的表現 Representing	数学的な表現方法によって、意思決定の過程や方法、結果を表現する能力	ワークシートの指示に従って説明書や出店計画書の過程や方法、結果を表現する。	データを基にした自分なりの考えを、説明書や出店計画書の過程や方法、結果として表現する。	現実的な状況やデータを基に、説明書や出店計画書の過程や方法、結果を修正、洗練して表現する。	他者の現実的な状況やデータを基にした説明書や出店計画書を通して、その過程や方法、結果を理解する。
B3: 数学的推論・分析 Analyzing	数学的手続きや考え方に基づいて、推論をしたり、問題の構造を分析したりする能力	ワークシートや出店計画書にそって、販売の個数や収支状況を推論し、説明書や出店計画書を完成させる。	複数のデータを基に、現実や目的にそった数学的手続きや考え方の推論をし、より目的に沿った説明書や出店計画書について推論する。	複数のデータを基に、現実や目的に沿った数学的手続きや考え方の推論をし、より目的にそった説明書や出店計画書を新たにつくる。	他者の説明書や出店計画書の数学的手続きや考え方を理解し、その視点に沿って推論する。
B4: 解釈・評価 Interpreting & Validating	もとの現実世界の問題に照らし合わせて、意思決定の過程や方法、結果を解釈し、それらの妥当性を評価する能力	たくさん売る、赤字にしない、という2つの目的に照らし合わせて自分の説明書や出店計画書の過程や方法、結果を解釈する。	たくさん売る、赤字にしない、という2つの目的に照らし合わせて、自分自身の意思決定の過程や方法、結果を解釈し、それらの妥当性を評価する。	たくさん売る、赤字にしない、という2つの目的に照らし合わせて、自分自身の意思決定の過程や方法、結果を解釈し、必要があれば、より妥当性を高めるための考えの修正・洗練を行う。	別のアプローチによる説明書や出店計画書の過程や方法、結果とも対比しながら、類似点や相違点を比較・検討し、評価する。
B5: 数学的コミュニケーション Mathematical communicating	意思決定の過程や方法、結果を伝え合う能力	説明書や出店計画書の過程や方法、結果を自己限定的な言語・表現で伝え合う。	説明書や出店計画書の過程や方法、結果について、他者(一般)を意識した言語・表現で伝え合う。	説明書や出店計画書の過程や方法、結果を相手(特定)の理解状況に応じた言語・表現を選択し伝え合う。	他者の説明書や出店計画書の過程や方法、結果を理解し、自己の考えと比較・検討し、練り上げる。
C: 数学的-社会的価値認識力 Realizing mathematical and social value	数学的-社会的価値観に基づいて意思決定を行う能力	自分なりの数学的-社会的価値観に沿って、説明書や出店計画書をつくる。	自分とは異なる数学的-社会的価値観をふまえて、説明書や出店計画書をつくる。	複数の数学的-社会的価値観を取り入れて、説明書や出店計画書をつくる。	他者による新規の数学的-社会的価値観に基づく説明書や出店計画書を受け入れ、比較・検討し、妥当な意思決定を行う。

④ 授業の概要

本授業実践は、平成 27 年 3 月上旬に広島市内の国立大学法人附属小学校 4 年生 1 学級（男子 19 名，女子 20 名）を対象に行われた。授業者は教職経験 18 年目の筆者である。本節では，子どもの数学的推論・分析の様相を明らかにするために，ジグソー学習法実施時の子どもの学習の様相について考察する。考察は，抽出児を中心とした事例研究で行う。抽出児は Y 男とした。その理由は，Y 男は自分の思いをよく話す性格であること，そして野球好きであることから選定した。

(1) Y 男のエキスパート活動①での様子

Y 男のエキスパート活動①は，Y 男，O 子，K 男の 3 人で構成され，問題 C の出店期間を担当した。エキスパート活動①は単元第 2 時に行われ，約 45 分間行われた。

出店日を決めるための複数の基準がグループ内に提案され，議論が複雑に進行していった。議論開始から約 14 分後に，表 3 のような出店日決定の基準に関する対話が発生した。なお数字は個人の発言の通し番号である。

表 3 出店日を決める基準を定める際の対話

発言者	発言内容
O 子 80	だから，22 度から 23 度のときに，全部ここに線引いたらいいじゃん。
Y 男 79	23 度超えると売れるようになる。じゃけん，23 度以上 30 度以下。
O 子 81	OK. それを探して線を引いて，その試合でデーゲームであったらヒット。
Y 男 80	OK. それから参加人数も決めるよ。それから去年と。

複数のデータの中から，出店日を決める基準が，気温が 23 度以上 30 度以下，デーゲーム，去年の観客数が多い，という 3 点に集約され，昨年 4 月から 10 月の気温のグラフに線を引いて整理し，対戦相手別の年間平均入場者数を電卓で計算した。

ここでの Y 男 79，Y 男 80 では，ともに O 子の主張を基に自分の考えを推論している。したがって数学的推論・分析は，多様性の萌芽の様相であると考えられる。Y 男らがエキスパート活動①で作成した出店期間の説明書を図 1 に示す。

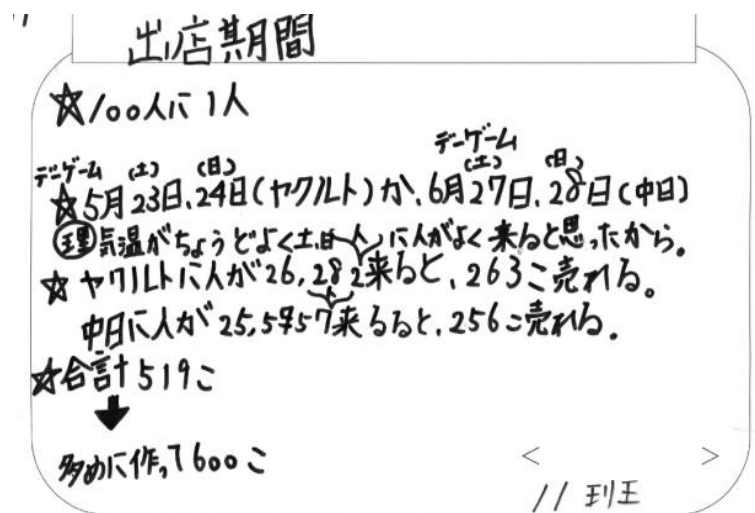


図 1 Y 男らのエキスパート活動①の説明書①

(2) Y男のジグソー活動①での様子

Y男のジグソー活動①は、S男（担当問題A）、H子（担当問題B）、Y男の3人で構成され、単元第3時に約50分間行われた。それぞれのエキスパート問題を説明した後は、次の10項目からなる出店計画書①を配布し、その完成を目指した。これは小学校4年生の子どもの実態を考慮し、3種のエキスパート活動からスムーズにアイスクリーム店の営業利益を算出しながらも、数学化の過程にも着目できるようにデザインしたものである。

- ・項目1 アイスクリーム1個当たりの材料費
- ・項目2 定価
- ・項目3 広告とアイス購入の関連の仮定
- ・項目4 広告種類、枚数、印刷代金
- ・項目5 広告によって売れるアイスの個数
- ・項目6 気温とアイス購入の関連の仮定
- ・項目7 出店期間、出店代金
- ・項目8 出店期間の入場者数
- ・項目9 気温によって売れるアイスの個数
- ・項目10 営業利益 { (定価) - (材料費) × (売れる個数) - (払う代金) }

S男、H子の説明の後、Y男が表4のようにエキスパート活動①での説明書を基に出店期間の基準について説明した。

①	アイス1個当たりの材料費		
②	定価		
③	広告を見た()人に()人がアイスクリームを買うと…		
④	広告種類・枚数・印刷代金	種類	枚数 代金
⑤	広告によって売れるアイスクリームの個数		
⑥	よい気温のときに()人に()人がアイスクリームを買うと…		
⑦	出店期間・出店の代金	期間	代金
⑧	出店期間の入場者数		
⑨	気温によって売れるアイスクリームの個数		
⑩	$\{ (定価) - (材料費) \} \times (売れる個数) - (払う代金)$		

図2 出店計画書の形式

表4 Y男の出店期間の基準に関する説明

発言者	発言内容
Y男 191	出店期間で、夜の試合のほうが多いんだけど、夜に、寒いというか分からないんだけど、みんなが集まれるか分からんし、だから、デーゲームの平日だと、学校があるから来る人のこのデータ使って、平均を出して…。
S男 18	分かるけえ。
Y男 192	平均を割り出して、どこが一番来るかを決めて、ここの気温で20度から25度ぐらいの日を選んで、そうすると、5月23日の土曜日のデーゲームのヤクルト戦か、5月24日の日曜日のヤクルト戦か、6月27日の土曜日と、6月28日の日曜日の中日戦がいいことが分かりました。で、気温は、丁度よく？気温？
H子 23	土日に来る人が入るよ…。
Y男 193	ヤクルトが、26.2… あ。2万6千282人来るよ。263個売れる。中日に人が2万これ平均じゃけね。2万5千557人来ると256個売れる。519個で合計…。
S男 19	うん。
Y男 194	519個多めに作って、600個。
H子 24	多めに作って。多め…。売れんかったらどうするん？食べる？
Y男 195	食べる。
S男 20	完全に赤字じゃん。それ。

この後、3人で協力して出店計画書の形式にあてはまるように考えを進め出店計画書を作成した。その結果、営業利益は73144円の赤字となった。

ここでのY男191からY男195までの数学的推論・分析の様相は、エキスパートグループの説明書をもとに推論し説明しているの、自己限定的様相であると解釈できる。

赤字の金額が分かった後のY男らの2回目の意思決定の対話を表5に示す。その後Y男らは、広告費の軽減に視点を向け、2枚目の出店計画書を作成した。その2枚の出店計画書を図3に示す。

表5 2回目の意思決定のY男らの対話

発言者	発言内容
H子133	なーんなん。これマイナス。マイナス。うふふふ。7万円も損する。
Y男314	600円から何円？600円から・・・
S男106	一，十，百，千，万，十万，百万，千万・・・
H子134	アイス，1個あたりの材料費，何円？
Y男315	ええと・・・207。
H子135	本当？ちゃんと最初からやろう。
Y男316	207円。
H子136	7万円も損する。ねえどうする？
Y男317	で，定価311円，変わらんけど，広告を減らしたい。まず。
H子137	じゃあさ。カラーじゃなくて，白黒。
Y男318	白黒だったら，どうなるん？白黒だったら，何円なるん？
S男107	青赤にすればいい。緑のインクなし。

出店計画書 < 9 はん >		出店計画書 2枚目 < 9 はん >	
① アイス1個あたりの材料費	207円	① アイス1個あたりの材料費	207円
② 定価	311円	② 定価	311円
③ 広告を見た(100)人に(1)人がアイスクリームを買うと...		③ 広告を見た(100)人に(1)人がアイスクリームを買うと...	
④ 広告種類・枚数・印刷代金	カラー 15000枚 27120円	④ 広告種類・枚数・印刷代金	白黒 10000枚 13920円
⑤ 広告によって売れるアイスクリームの個数	約150個	⑤ 広告によって売れるアイスクリームの個数	約150個
⑥ よい気温のときに(100)人に(1)人がアイスクリームを買うと...		⑥ よい気温のときに(90)人に(1)人がアイスクリームを買うと...	
⑦ 出店期間・出店の代金	5月23日~24日・6月27日~28日 20万円	⑦ 出店期間・出店の代金	5月23日~24日・6月27日~28日 10万円
⑧ 出店期間の入場者数	5万24564・51114	⑧ 出店期間の入場者数	52564人・51114人
⑨ 気温によって売れるアイスクリームの個数	20℃以上・30℃以下→519個	⑨ 気温によって売れるアイスクリームの個数	20℃以上・30℃以下→519個
⑩ [(定価)-(材料費)]×(売れる個数)-(払う代金)	{311-207}×150-27120=-73144	⑩ [(定価)-(材料費)]×(売れる個数)-(払う代金)	{311-207}×150-13920=-57

図3 ジグソー活動①で作成したY男らの2枚の出店計画書①（左側が1枚目）

図3の2枚の出店計画書の比較から、印刷の種類変更と枚数抑制で出費を抑えようという意図が見られる。しかし、広告枚数によって売れるアイスクリームの個数にも変動がみられるが、それに関する対話を発話記録に見出すことはできなかった。なお、項目10の計算は2枚とも計算の表記が間違っている。

ここでのY男314からY男316の数学的推論・分析の様相は、出店計画書の修正を目指して複数のデータについて見直しを行い始めている状況である。そのため、多様性の萌芽の様相であると言える。また、Y男317とY男318では、複数のデータか

ら広告費の削減に焦点を絞り、友達との対話を通して推論し始めた様子が分かる。そのため、社会的な様相であると言える。

(3) Y男のエキスパート活動②での様子

Y男のエキスパート活動②は、単元第4時に前回と同様にK男とO子の3人で約20分間行われた。意思決定のための対話の焦点は、出店期間、よい気温のときに何人に1人がアイスを買うのかに関する仮定、出店期間の入場者数、売れるアイスの個数、の4点である。

Y男のエキスパートグループでは、出店期間の再設定に意思決定の主な焦点が当てられた。その対話の実際を表6に、それを基にY男らが作成した説明書②を図4に示す。仮定に関しては、よい気温のときに100人に1人が購入するとした仮定を直観的に採用した。また出店期間の入場者数は、対戦相手の球団別の1試合の年間入場者数を算出し、今年度も同様の入場者数を見込んだ。この仮定と入場者数を基に売れるアイスの個数を算出した。これら3点については異論なくスムーズに対話が進んだ。説明書①との違いは対ヤクルト戦の7月4日5日が追加されていることのみである。

Y男386からY男396までの数学的推論・分析の様相は、複数の情報や友達との対話を通して、新たなお店の出店期間を探究している様子が分かる。そのため、社会的な様相であると言える。

学級全体での全13班の出店計画書の共有では、各班が想定したアイスの売れる個数と、項目10の値を発表した。ここではすべての班が黒字になったこと、定価を高く設定すればたくさん儲かるがあまり売れなくなること、よい気温のときに60人に1人がアイスを買うとする仮定は現実的でないこと、の3点が確認された。そして、すべての班の最終的な出店計画書を明日まで掲示し、自分ならばどの計画書にしたがってお店を出したいかを投票することを伝えて授業を終えた。

表6 新たな出店期間の意思決定に関する対話

発言者	発言内容
O子178	待って。6月、変えようやあ。雨多い。
Y男386	雨多い？なら、6月27、28の中日は？
O子179	7、7。
Y男387	6。何日？
O子180	7月…。
Y男388	7月の？
O子181	7月…。うーん。3。
Y男389	3？
O子182	うん。
Y男390	3はだめ。ヤクルトで、18時。
K男130	4、5ならヤクルト。
O子183	6、7。6、7。は？
Y男391	6はないけど、7は18時。
K男131	遅いねえ。
O子184	4、5は？
Y男392	4、5ヤクルト。14時、13時30分。
O子185	いいねえ。

K男132	そりゃ、いいねえ。
Y男393	ほら。見て見て。え、待って待って。
K男133	同じじゃねえ？
Y男394	いや。違う。ヤクルト7月。ないもん。変えよう。7月の3日と4日。あっ。ちょうど、夏休みぐらいなんじゃあ。7月の4日と5日。土曜日。対戦相手。ヤクルトじゃあ。
K男134	ヤクルトは、まあまあだ。
Y男395	ヤクルト、けっこう、多いんじゃないん？ちょっと、見よう。ねえS男くん平均係よろしく。あ。ヤクルトの平均、書いてあるんじゃ。どっかに。俺のに書いてある。もう一回、平均出して。俺が言うけん。
O子186	もういいよ。平均書いてあるのに。
Y男396	どこ？平均。ああ。ヤクルトに人が、2万6千282人。2万6千282人。

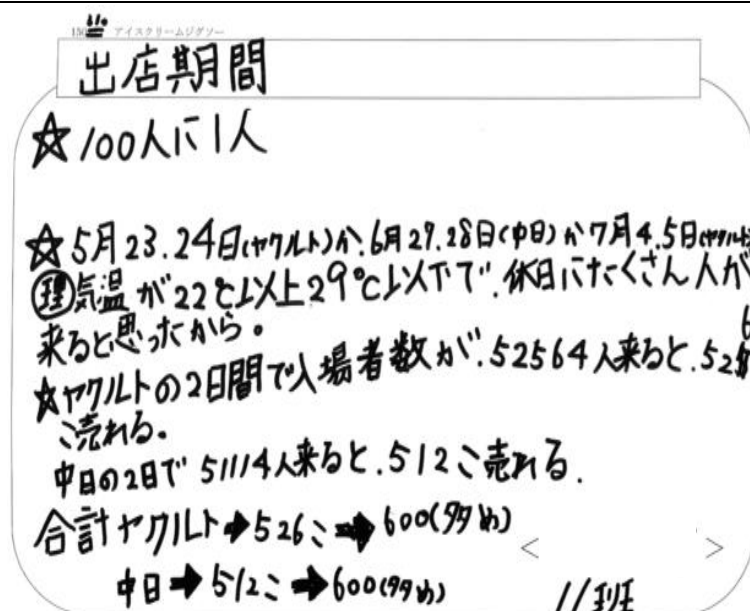


図4 Y男らのエキスパート活動②の説明書②

(4) Y男のジグソー活動②での様子

Y男のジグソー活動②は、単元第5時に前回と同様、S男とH子の3人で行われ、説明書②の説明に約15分間、出店計画書②の作成に約15分間、全13班の考えの共有に約22分間かかった。

ジグソー活動②では、Y男が聞いた他の2グループの説明には、ジグソー活動①と変わった点が2点ある。第一に、定価設定の意思決定に関する再定式化である。S男のグループでは「1日間お店を出すとすると、最低×2.1をしないと赤字になってしまうからです」と記述し、それを根拠に「定価＝原価×2.1」という新たな定価設定の式を導入していた。エキスパート問題に提示された定価設定の式は、原価の1.5倍であったので、この新たな式は、原価と定価の関係式の再定式化であると言える。しかし、S男の説明書②ではなぜ2.1倍に変更されたのか、その妥当性に関する記述も説明もなかったため、原価と定価の意思決定の再定式化に関する対話はなされなかった。

第二に、広告印刷の変更点である。広告印刷を白黒印刷からカラーに、1万枚印刷を5千枚に変更した。この変更の理由をH子は「カラーの方が伝わりやすい。もらってくれない人がいたら、余った分だけ無駄になるから5千枚」と述べた。

Y男の説明では、エキスパート活動②で追加した7月4日5日の対ヤクルト戦の説明でアイスの売れる個数に関する対話が表7のように行われた。

表7 アイスクリーム販売数に関する対話

発言者	発言内容
Y男 479	もっかい、言うんか…。 どういう問題か？分かったけん。 うしろのほうだよね。 あった。 3つ目もあるんよ。 アイスクリームが食べたくなる気温のときに、何人に一人がアイスクリームを買うとしますか、で。 駅前のアイスクリーム屋さんは、25度の気温のときに、お店を通る、だいたい100人に一人がアイスクリームを買ったそうだから、100人に一人で…。 2個目の星で、アイスクリーム屋さんは、いつからいつまで出店するとよいでしょうか。 ただし、カープロードにお店を出すには、1日5万を払う必要があるんで、なるべく少なくして、5月23のヤクルト戦か、6月27、28の中日の気温で、22度から29度以下で、休み？
S男 151	休日。
Y男 480	ああ。 休日にたくさん人が来ると思ったから、どっちとも昼の土、日で、ヤクルトの2日間で入場者数が52564人来ると、526個売れて、中日の2日で…。
S男 152	中日の試合が2日ってこと？
Y男 481	51114人来ると、512個だいたい売れます。 ということで、どっちも多めに作って、600個…。 ヤクルト戦だったら、526個で、中日戦だったら、512個売れます。
H子 197	え？じゃあさあ。 600個でしょ。 で。 私たちが、200…。 じゃけえ300。
Y男 482	違う。 600。 512。 あ。 526個。
H子 198	じゃけん、500個ぐらいでしょ？
Y男 483	切り上げて。
S男 153	切り上げて言っただろう。
H子 199	うん。 じゃけん、600個でしょ。
Y男 484	切り上げ多いなあ…。
S男 154	500+300で800個売れるってこと？
H子 200	これとこれ、合わせて？
Y男 485	260個。 80, 700…。 786個。 最高で。

H子197の気温によって売れるアイスの個数と広告によって売れるアイスの個数を関連させて考えることへの気づきが基になり、Y男485の販売予測を最大に予測する発言へと結びついている。

Y男479からY男484までの数学的推論・分析の様相は、エキスパート活動②の説明書の説明に終始している。そのため、自己限定的な様相であると言える。しかしY男485では、S男154とH子200との対話から、広告によって売れる個数とよい気温のときに売れる個数を加える最大個数の考えへと変容していることが分かる。したがって社会的な様相であると言える。

出店計画書②の作成はスムーズに進行した。Y男らの出店計画書②を図5に示す。

出店計画書 < 9 はん >

①	アイス1個あたりの材料費	207円		
②	定価	435円		
③	広告を見た(100)人に(/)人がアイスクリームを買うとすると...			
④	広告種類・枚数・印刷代金	カラー	5000枚	11500円
⑤	広告によって売れるアイスクリームの個数	260個		
⑥	よい気温のときに(100)人に(/)人がアイスクリームを買うとすると...			
⑦	出店期間・出店の代金	5月23・24日(土・日)	10万円	
⑧	出店期間の入場者数	52564人		
⑨	気温によって売れるアイスクリームの個数	526個		
⑩	$\frac{[(定価)-(材料費)] \times (売れる個数) - (払う代金)}$	$(435-207) \times 786 - 10万 = 79208$		

(売) 786個

図5 Y男らの出店計画書②

④ 考察

数理科学的な意思決定力のような能力は、表1の社会的様相に到達した姿が見られれば能力が育成されたと解釈するよりも、自己限定的、多様性の萌芽、社会的という様相が何度も連続的、循環的に表れることを通して、徐々に経験的に高まっていくと考えられる。本節では、Y男の発話記録の内容が、表1のどの様相に対応するかを解釈することで、Y男の数学的推論・分析の質を評価すること、また数学的推論・分析の質を高める授業デザインを抽出することについて考察する。

(1) 数学的推論・分析の質の評価

全発話記録では、Y男の発話は500回以上記録されているが、本稿の発話記録に記載されたもののみをエビデンスとし、Y男の数学的推論・分析の経験を積んでいく様相を考察する。そのため部分的な発話記録からの考察であっても、Y男の数学的推論・分析の質の高まりの考察に値すると考えられる。Y男の発話は表3、表4、表5、表6、表7の中に全30発話ある。各表のY男の発話を3種の様相の定義から解釈すると表8となる。

表8 Y男の発話と数学的推論・分析の様相

様相	Y男の発話番号
自己限定的	191~195, 479~484
多様性の萌芽	79, 80, 314~316
社会的	317, 318, 386~396, 485

ここでの自己限定的な様相とは、対話の際に新たな思考や情報を組み込まず、ワークシートにそった説明や、他者の意見を単に聞き入れたのみの発言を自己限定的な様相とした。多様性の萌芽の様相は、意思決定の際に新たな思考や情報を組み込もうとしたり、新たな意思決定をしようとしていたりしている姿としてとらえた。そして、自分やグループの考えを対話を通して修正・発展させていこうとする姿を社会的な様相としてとらえた。

これらのY男の発話と数学的推論・分析との関係を不連続ではあるが時間的経過にしたがって発話を横軸にとり、様相の変容を縦軸に取り可視化したのが図6である。

なお3本の縦線は2度のエキスパート活動（Ex①，Ex②）とジグソー活動を（Ji①，Ji②）を時間的に区切るための線である。この図6から、Y男は本単元を通して、3種の様相を連続的・循環的に移行しながら思考している姿が分かる。このことは換言すれば、Y男の自己限定的に考える活動、新たな情報・思考を求める活動、対話を通して自己の考えを修正していこうとする活動、をそれぞれ複数回経験しながら、グループの最終的な出店計画書をまとめる意思決定ができたということができる。このことから、意思決定を複数回行うことを通して、Y男の数学的推論・分析の質が高まっていると解釈できる。

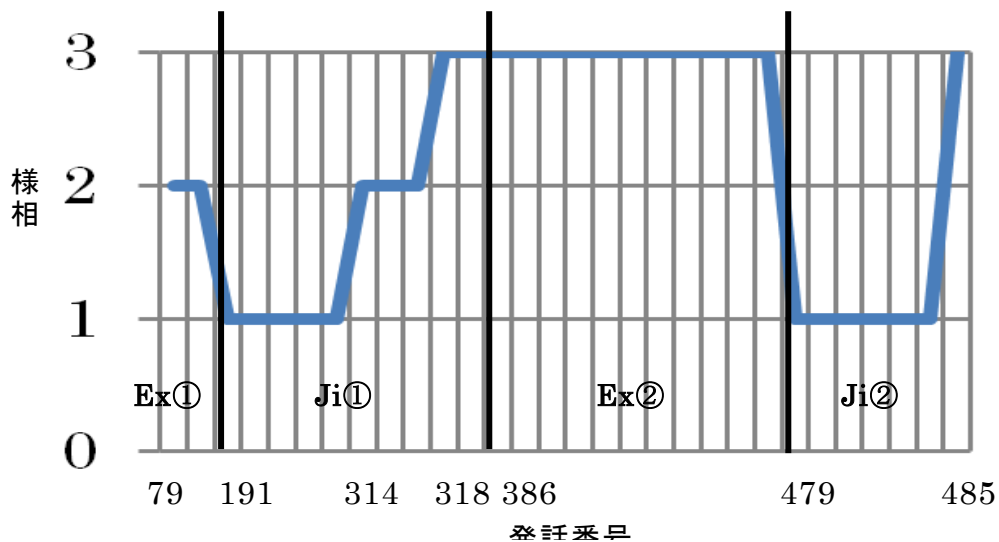


図6 Y男の数学的推論・分析の様相の変容

(2) 数学的推論・分析の質を高める授業デザイン

a. 自分の考えの説明，グループでの1つの考えを目指した対話，矛盾の解決を目指した対話

図6のようなY男の数学的推論・分析の様相の連続的・循環的移行は何に起因して生じたのであろうか。それは、本単元の授業デザインに1つの大きな要因があると考えられる。エキスパート活動①は友達と考えを合わせながら1つの説明書をつくる活動であり、ジグソー活動①は、すべての子どもが自分の考えを説明しながら出店計画書をつくる活動であるとともに、その結果が赤字となり出店計画書が本来の目的に沿わない矛盾した計画書であることに気づかされる活動でもある。エキスパート活動②とジグソー活動②では、その矛盾を解決するために対話を深める活動である。このような自分の考えをすべての子どもが説明すること、他者の考えを取り込みながらグループで1つの考えを目指した対話、矛盾の解決を目指した対話、という3種の状況が、図9のグラフのようなY男の連続的・循環的な様相の移行を実現したと考えられる。

b. メタ的な対話の視点の設定

ジグソー活動①では自己限定的な様相から多様性の萌芽の様相、社会的な様相へ、ジグソー活動②では自己限定的な様相から社会的な様相へと思考の質が変容している。1単位時間の中で数学的推論・分析の質を移行させる経験をするには、数学的推論・分析の質を高めるために重要なことである。本授業実践では、なぜこの質の移行が実現できていたのであろうか。それは、ジグソー学習法の構造に起因していると考えられる。ジグソー活動では、直前のエキスパート活動で考察してきた結果をジグソーグループのメンバーにすべての子どもが説明する必要がある。そのため、必ず自己限

定的な様相が発生することになる。ジグソー活動が単なるエキスパート活動の報告会となると、自己限定的な様相から他の様相へと移行することはない。多様性の萌芽の様相、社会的な様相へと移行させるためには、エキスパート活動での思考をメタ的に思考させるためのジグソー問題という対話の視点が必要である。本授業実践では、「たくさん売っても赤字にならないようにするにはどうすればよいか」をジグソー問題として設定したため、エキスパート活動の学習内容を対象としたメタ的な学習が生起していたと考えられる。つまり、Y男のジグソー活動①・②における数学的推論・分析の様相の移行は、ジグソー問題というメタ的な対話の視点の設定に起因していると考えられる。

c. 矛盾が生じる設定による問題点の明確化

Y男の数学的推論・分析の様相は、エキスパート活動①では多様性の萌芽に終始していたが、エキスパート活動②では社会性を実現している。この様相の違いなぜ生じたのであろうか。これは問題解決のためにジグソー学習法を二度行うという本授業実践のデザインに起因すると考えられる。本来ジグソー学習法は、エキスパート活動を基に、ジグソー活動において段階抽象的、統合的に思考し、問題解決を図っていく基本構造をもっている。しかし、本授業実践では、一回目のジグソー学習法では矛盾が生じ、うまく問題を解決できないため、二回目のジグソー学習法のサイクルを行った。この学習構造は、子どもの思考にとって、単にジグソー学習法が二回行われたことを意味していない。それは、一回目のジグソー学習法のサイクルによって他者の考えを自分の内に取り込んだ上で、一回目のジグソー学習法で明らかとなった矛盾を解決することを目指した対話を二回目のジグソー学習法のサイクルで行うことを意味しているからである。つまり同じ問題解決を目指しているが、一回目のジグソー学習法のサイクルで矛盾が生じたことにより、問題点がより具体的になり、その解決を目指してさらに他者の考えを意識した対話の実現できたと解釈できよう。そのため、社会性の様相の思考が実現できたと考えられる。

⑤成果と課題

本稿の目的は、数理科学的意思決定力のうち、数学的推論・分析の質を高めることを目指した教材開発とその様相を明確化、そしてその授業デザインを抽出することが目的であった。図6のグラフより、Y男の数学的推論・分析の様相は連続的・循環的に変容していることがわかる。そのため、本授業実践は、数学的推論・分析の質を高めるための経験を多様に積むための教材として妥当である、つまり、数学的推論・分析の質を高めることができたと考えられる。また、数学的推論・分析の質を高めるための授業デザインとして3点を得た。第一に、自分の考えの説明、グループでの1つの考えを目指した対話、矛盾の解決を目指した対話の実現である。第二に、ジグソー問題でのメタ的な対話の視点の設定である。第三に、ジグソー学習法のサイクルに、矛盾が生じる設定を盛り込み、問題点を明確化させることである。

今後の課題は、さらなる教材開発と図6のグラフのような子どもの学びの姿を可視化するためのさらなる枠組みの開発、授業デザインの抽出・改訂の継続が挙げられる。

註

1) ジグソー学習法の学習過程については、松島(2014)を参照。

付記

本授業実践の教材化にあたっては広島市内の洋菓子店「パティスリー菓凩」に大変ご協力いただいた。ここに記して感謝の意を表す。

<資料>

1

ていか 定価

(1) 定価の決め方

定価とは、お店で商品を売るときの値段です。定価は、商品を作るのにかかった代金に、利益を加えて決まります。利益とはお店のもうけのことです。

ケーキ屋さんのような、食べ物売っているお店は、だいたい次のような式で定価を決めていると言われています。(H19 経済産業省の資料より)

$$\text{定価} = \text{材料費} \times 1.5$$

例えば、材料費が 200 円のアイスクリームの定価は、
 $200 \times 1.5 = 300$
となり、定価は 300 円とすることが多いようです。

(2) 材料費はいくらだろうか

みんなで調べた材料のねだんは別の表の通りでした。
アイスクリーム 1 個にほしい材料の量は、次の通りです。

牛乳	50mL
卵	1 個
グラニュー糖	20g
イチゴ	1 個
オレオ	1 まい
生クリーム	100mL
パナラエッセンス	少々

☆それぞれの材料は、どのお店で買いますか。そして、アイスクリーム

1 個あたりにほしい材料費はいくらでしょうか。
電卓を使って求めましょう。

表2 1 個あたりの材料費

材料 (量)	買うお店	ねだん (量)	1 個あたりの量	1 個あたりのねだん
牛乳				
卵				
グラニュー糖				
イチゴ				
オレオ				
生クリーム				
合計				

(3) 定価はいくらだろうか

☆カープ必勝アイスクリームの定価はいくらにしますか。
電卓を使って、考えましょう。

こうこく 広告

2

カーブ必勝アイスクリームをたくさん売るためには、このアイスクリームを多くの人に知ってもらう必要があります。そこで、広告をつくって配ることにしました。

広告は自分たちでつくります。しかし、印刷は印刷屋さんにしたのみです。また、配る場所は、マツダスタジアムでの試合のときに多くの人が通る、広島駅からマツダスタジアムまでの間（カーブロード）にします。



図1 広島駅からマツダスタジアムまでのカーブロード

※カーブの球団職員の方のお話によると、カーブの試合で10000人のお客さんが来ると、およそ6000人以上の人がカーブロードを通過してマツダスタジアムに入場するそうです。

(2)印刷枚数と印刷代金

印刷屋さんにたのんだときの枚数と印刷代金は、表1のようになります。

表1 印刷枚数と代金

枚数	片面白黒	片面カラー
500	¥2,480	¥2,490
1,000	¥3,660	¥4,430
2,000	¥5,030	¥5,930
3,000	¥6,430	¥7,460
4,000	¥7,420	¥9,480
5,000	¥8,420	¥11,500
6,000	¥9,720	¥13,260
7,000	¥11,020	¥15,030
8,000	¥12,320	¥16,790
9,000	¥13,620	¥18,550
10,000	¥13,920	¥18,960
15,000	¥19,760	¥27,120
20,000	¥25,620	¥35,280
25,000	¥31,460	¥43,440
30,000	¥37,320	¥51,600
35,000	¥44,040	¥59,460
40,000	¥50,760	¥67,320
45,000	¥57,480	¥75,180
50,000	¥64,200	¥83,040

☆広告を、白黒にしますか、それとも、カラーにしますか。
また、2014年の観客数を参考にすると、何枚印刷する必要がありますか。

☆広告を見た何人に1人がアイスクリームを買おうとしますか。
そうすると、1日にアイスクリームは何個売れると予想できますか。

※新聞の折り込みチラシを見た人の100人に3人くらいが、お店に行ったり、お店に電話をしたりする

と言われています。

※菓源では、毎日お客さんが100人来るとすると、チラシを配るとお客さんが110人くらいに増えるそうです。

3

出店期間

カープ必勝アイスクリームをたくさん売るためには、お客さんがアイスクリームを食べたくなくなるように日に売ることが大切です。

日本アイスクリーム協会は、次のように話しています。

「初夏の行楽シーズンには、お天気の良い野外でアイスクリームを楽しむたいもの。一般に、アイスクリームは、気温が 22～23℃をこえるとよく売れるようになり、30℃をこえるとかき氷が売れるようになる、と言われており、気温とたいへん関係があります。徐々に気温が上がるゴールデンウィークの時期は、アイスクリームを食べるのにびったりの時期。」

(日本アイスクリーム協会 「アイス Biz 実態調査 2012」より)

2014 年にカープの試合があった 4 月から 10 月までの広島市の気温の変化と観客数、2015 年のカープのマツダスタジアムでの試合の予定表から考えましょう。

☆アイスクリームが食べなくなる気温のときに、何人に 1 人がアイスクリームを買おうとしますか。

※菓業のソフトクリームは、2014 年 6 月には約 120 個、2015 年 1 月には約 60 個売れたそうです。

※ある駅前のアイスクリーム屋さんでは、25℃の気温のときに、お店の前を通るだいたい 100 人に 1 人が

アイスクリームを買っていったそうです。

☆アイスクリーム屋さんは、いつからいつまで出店するとよいでしょうか。

ただし、カープロードにお店を出すには、広島市に 1 日 5 万円を支払う

必要があるとします。

☆出店日すべてで、合計何個アイスクリームが売れると予想できますか。

3) 新しいアイスを提案しよう (高等学校)

成田慎之介

本実践では、アンケート調査を基に「新しいアイスを提案する」というものである。アンケートの作成、分析を通して、グループで一つのアイスを提案するために合意形成を図る。提案はポスター形式とした。「他者との相互作用」を促すために、第一次提案を作成させ、そのポスターを全体で共有し、他のグループでの分析方法を参照することによって、新たな分析の視点や価値観を導入することを意図した。その結果、第二次提案では、どのグループも少なからず分析の方法が豊かになり、「他者との相互作用」が有効に働き、本稿で対象としたグループでは相1「自己限定的」から相3「社会的」に移行したと考えられる。また、総合的な学習の時間と融合させ、長期的に扱っていく単元として再構成することが課題として挙げられた。

① 教材の概要

サーティーワンアイスクリームは2013年に日本上陸40周年を迎え、そのキャンペーンの一つとして「31ニューフレーバーコンテスト」を行った。サーティーワンアイスクリームのフレーバーを一般公募し、最優秀フレーバーは商品化され、全国の店舗で販売された。しかし、残念ながら、このコンテストは2013年に一度開催されただけで、今後再度行われる予定はないそうである。

面白そうなので、このクラスでグループに分かれ、新しいアイスを提案して、校内コンテストを実施してみよう。ただし、全校生徒にアンケートをとり、それを分析することによって新しいアイスを提案してみよう！

本教材では、アンケート作成から集計、それに基づいた提案までの一連のプロセスを遂行する。アンケートを活用した意思決定は、マーケティングや品質管理、研究、教育といったあらゆる場面で活用されている現状がある。しかし、学校教育において、とりわけ高等学校において、アンケートを活用して意思決定を行うという実践報告は、ほとんど目にしたことがない。そこで、本題材では、生徒にとって身近なアイスに関してアンケートをとり、その結果を分析することによって、新しいアイスを提案するという授業を行うことにした。

アンケートをとる目的は、「新しいアイスを提案する」ということである。新しいアイスとはいえ、どんなに斬新なアイスであろうと、売れなければ意味がない。アンケート調査に基づいて、新奇性と人の好みとのバランスをいかに取るかが問題となる。

ベースとなるアイスの味や組合せ、トッピングなどは自由に行えることにする。質問紙を作成する際、これらに関する項目をいかに作成し、回答方法をどのように設定するかが、新しいアイスを提案する際の根拠となるデータや最終的な提案の説得力に大きく影響することになる。また、分析の方法も、単に質問項目ごとにデータを処理

するだけでなく、分析の視点を定めたり、複数の質問項目を関連づけて分析することができるようになって欲しい。そこで、グループに分かれ、アンケートの分析に基づいた提案を2回行うことにする。第一次提案では、アンケート分析に基づいて各グループが思い思いに提案し、発表を行う。そして、各グループの分析や提案の優れている点や課題等について議論することによって、自分たちのグループの分析や提案を見直し、修正を行うという過程を踏むことにする。他者の様々な提案を知り、比較・検討をすることによって、自己の分析を振り返る機会をつくる。また、グループで提案させることによって、小集団での合意形成を図る。

そして、最終的には提案するアイスのポスターを作成し、それを校内に掲示して、「おいしさ」「分析の切り口」「分析の方法」「説得力」の4つの観点から評価し、投票してもらう形式をとる。この4つの観点は、授業の最初に生徒に提示する。

②フレームワーク

	定義	自己内			他者との相互作用 相 α ~ γ
		相1 自己限定的	相2 多様性の萌芽	相3 社会的	
B1: 数学的定式化 Formulating	現実世界の問題を「数学の問題」に翻訳する(直す)能力	指示された視点にそって、アンケート票を作成する。	自分なりの視点を設定し、その視点から、アンケート票を作成する。	多様な視点を設定し、それぞれの視点から、アンケート票を作成する。	他者がどのような視点を設定し、アンケート票を作成したかを理解する。
B2: 数学的表現 Representing	数学的な表現方法によって、意思決定の過程や方法、結果を表現する能力	指示された数学的表現方法によって、提案するアイスを決める過程や方法、根拠を表現する。	自分なりの数学的表現方法を選択し、提案するアイスを決める過程や方法、根拠を表現する。	提案するアイスの根拠として説得力を持つように、場面や目的に応じて、数学的表現方法を工夫・洗練し、提案の過程や方法、結果を表現する。	他者の提案の数学的表現を通じて、相手の提案の過程や方法、結果を理解する。
B3: 数学的推論・分析 Analyzing	数学的手続きや考え方に基づいて、推論をしたり、問題の構造を分析したりする能力	指示された方法で、アンケート結果のデータを処理、分析する。	アンケート結果のデータを質問項目ごとに処理、分析し、新しいアイスを提案する。分析の視点を決め、それに沿って分析する。	アンケート結果のデータを、質問項目以外の視点から様々な切り口や方法によって処理、分析する。	他者が行っているアンケート結果の処理や分析を理解し、その視点に沿ってデータを処理、分析する。
B4: 解釈・評価 Interpreting & Validating	もとの現実世界の問題に照らし合わせて、意思決定の過程や方法、結果を解釈し、それらの妥当性を評価する能力	提案するアイスに対して、自分自身の考えと比較する。	提案するアイスに対して、「おいしさ」「分析の切り口」「分析の方法」「説得力」の4つの観点から評価する。	提案するアイスに対して、「おいしさ」「分析の切り口」「分析の方法」「説得力」の4つの観点から評価し、必要があれば修正を行う。	他者が行っている提案に対して、「おいしさ」「分析の切り口」「分析の方法」「説得力」の4つの観点から評価し、自己のものとも対比しながら、類似点や相違点を比較・検討し、明確化する。
B5: 数学的コミュニケーション Mathematical communicating	意思決定の過程や方法、結果を伝え合う能力	見る人のことを考えず、自己限定的な言語・表現で、ポスターを作成する。	見る人のことを考えて、他者(一般)を意識した言語・表現でポスターを作成する。	見る人のことを考えて、全校生徒の理解状況に応じた言語・表現を選択し、ポスターを作成する。	他者の提案の過程や方法、結果を理解し、自己のそれと比較・検討し、練り上げる。
C: 数学的・社会的価値認識力 Realizing mathematical and social value	数学的・社会的価値観に基づいて意思決定を行う能力	自分の好みのアイスを提案する。	自分とは異なる視点、方法、優先順位をふまえて、アイスを提案する。	グループ内のメンバーの視点、方法、優先順位を取り入れて、アイスを提案する。	他者による新規の数学的・社会的価値観に基づく提案を受け入れ、それらを比較・検討し、妥当な提案を行う。

③ 授業の概要

(1) 計画

対象生徒：後期課程 4 年(高 1) 2 クラス(各 32 名)

期間：2015 年 1 月 26 日～2 月 16 日

時数	活動内容	留意事項, 備考
第 1 時 ～ 第 3 時	◆ 質問項目の決定 ・ベース, トッピングの選択肢 ・その他の質問項目(要因背景など)	・ベース, トッピングの選択肢は, 特に根拠を問わず, 時間を区切って決めることにする ・その他の質問項目を決める際, 分析方法をある程度見通す必要があることを促す
SHR 放課後	◆ アンケートの実施 ◆ 分析, 第 1 次提案(グループごと)	・全校生徒約 600 名に実施. ・提案は, A3 用紙に書く. 第 1 次なので, デザイン性は重視しない.
第 4 時(本時)	◆ 発表, 検討, 修正	
放課後	◆ 第 2 次提案(グループごと), 掲示 ◆ 投票	・ポスター形式で提示

以下, 授業を行った 2 クラスをそれぞれ A クラス, B クラスとする.

(2) 実際

第 1～3 時ではまず, ベースとトッピングの選択肢を決め, その後, アンケートの質問項目について議論した. グループ毎に質問項目を複数考え, その中からいくつか絞っていった. 同時に, 回答の仕方についても議論を行った. その結果, できた質問項目が以下の通りである.

1	あなたの性別を選び, ○をつけてください. 男 女										
2	以下に記すアイスクリームのベースとトッピングの味について, 次の質問にこたえてください. 【ベース】 ① バニラ ② チョコ ③ 塩 ④ コーヒー ⑤ 抹茶 ⑥ マンゴー ⑦ わさび 【トッピング】 A 練乳 B パチパチキャンディー C 塩キャラメル D 八つ橋の皮 E シナモン F チョコチップ G しょうゆ (1) 【ベース】の中から, アイスクリームのベースとして好きな味の一つを選んでください. <input type="text"/>										
	(2) 【ベース】の中から, アイスクリームのベースとして (1) で選んだもの以外に好きな味の一つを選んでください. ただし, 特にない場合は, 「⑧」とこたえてください. <input type="text"/>										
	(3) 【トッピング】の味の中から, アイスクリームのトッピングとして好きな味を三つを選んでください. <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/>										
	(4) 【ベース】と【トッピング】の中から, あなたが好きな組み合わせの一つこたえてください. ベース: <input type="text"/> トッピング: <input type="text"/>										
3	アイスクリームは, こったり系とさっぱり系とではどの程度の味が好きですか. あてはまるものに○をつけてください. <table border="1"><thead><tr><th></th><th>こったり</th><th>ややこったり</th><th>ややさっぱり</th><th>さっぱり</th></tr></thead><tbody><tr><td></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td></tr></tbody></table>		こったり	ややこったり	ややさっぱり	さっぱり		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	こったり	ややこったり	ややさっぱり	さっぱり							
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>							

図 1 A クラスの質問項目

1 以下の中から、あなたの性別および学年を選び、○をつけてください。
 性別： 男 女
 学年： 1年 2年 3年 4年 5年 6年

2 あなたはアイスクリームが好きですか？
 はい いいえ

3 以下の中から、好きなアイスクリームの味と、好きなトッピングの味をそれぞれ選び○をつけてください。（それぞれ3つまで選択可）

【ベース】 ① 抹茶 ② バニラ ③ チョコ ④ ヨーグルト
 ⑤ ストロベリー ⑥ コーヒー ⑦ キャラメル

【トッピング】 A あんこ(つぶあん) B チョコチップ C ナッツ D ラズベリー
 E フルーツソース F ラムネ G キャラメルソース

4 アイスクリームは、こったり系とさっぱり系とではどの程度の味が好きですか。あてはまるものに○をつけてください。

こったり	ややこったり	ややさっぱり	さっぱり

5 アイスクリームの食感は、なめらかなものとゴロゴロしているものでは、どちらの方が好きですか。
 なめらか ゴロゴロしている

図2 Bクラスの質問項目

作成したアンケートをショートホームルーム(SHR)の時間を活用して、全校生徒を対象に実施した。そして、回答を pdf にしたデータを生徒たちに渡し、放課後等を利用して第一次提案を作成させた。

第4時では、生徒から提出された第一次提案を全員に配布し、一読させた後に、文字が多いポスターが散見されることを共有した。そして、ポスターの性格上、文字は極力少なく、ただし、提案の根拠となる数値やプロセスがわかるように工夫する必要があることを全体で確認した。その後、本時では分析の方法に焦点をあてることを伝え、その目で再度各班の第一次提案を見直させた。

どの班の提案が一番いいかを問うたところ、男女別、ベース・トッピングの組合せなどを分析している班が、分析の方法としては優れていることが発言された。これを受けて、質問項目を単純に集計するだけでなく、色々な方法から分析すると良いということ共有し、各班の修正に移った。

グループ毎の議論では、分析の方法について次のような様々な工夫が施された。

Aクラス

B班：「さっぱり」や「こったり」といった曖昧な表現を、「さっぱり」、「ややさっぱり」、「ややこったり」、「こったり」こっぴりの順に、1~4の数値を設定し、集計した結果の平均をとることによって数値化している。

D班：「男目線のアイス」という視点を設定しつつも、第一次提案ではベース、トッピング共に、単純に投票数の少ない2つの味を選択しているだけであった。それに対して、第二次提案では、「味の相性」を考慮に入れ、ベースは男子に一番人気であったバニラ味と一番不人気であった塩味とを組み合わせている。トッピングは、ベースに比べて各味

の票数の差が少ないことから、一番人気のチョコチップを入れる必要はないと考えて、不人気の八つ橋と醤油を選択している。

Bクラス

M班：第一次提案では、質問項目ごとに投票総数の最も多いものを選んでただけになっている。しかし第二次提案では、ベースの投票総数が最も多かった抹茶を選択した人が、それ以外の味では何に投票したのかを分析している。さらに、抹茶とバニラを選択した人が、好きなトッピングとしてどれを選んでいいのかを分析している。

ここでは、BクラスのM班に焦点化し、第二次提案の内容を意思決定するまでのプロセスを示す。M班の第一次提案、および第二次提案は以下の通りである。

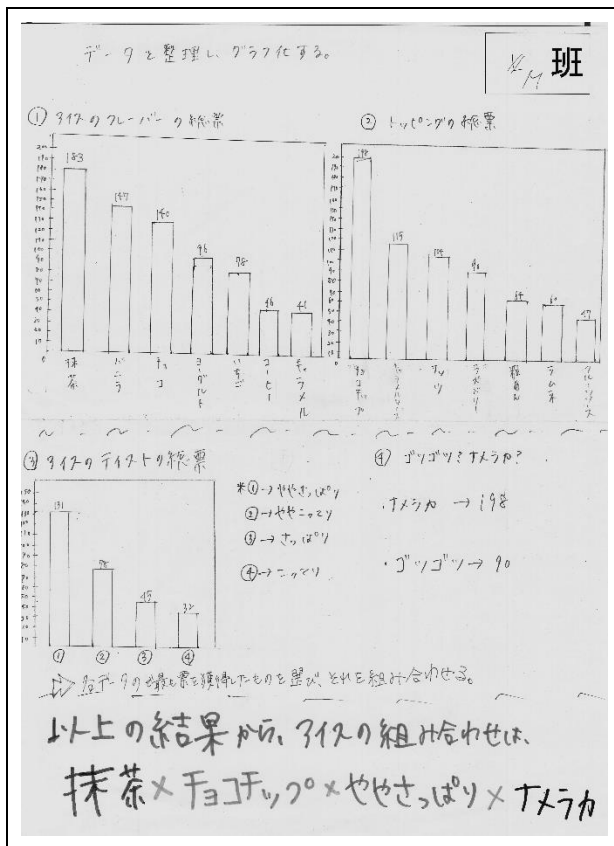


図3 第一次提案

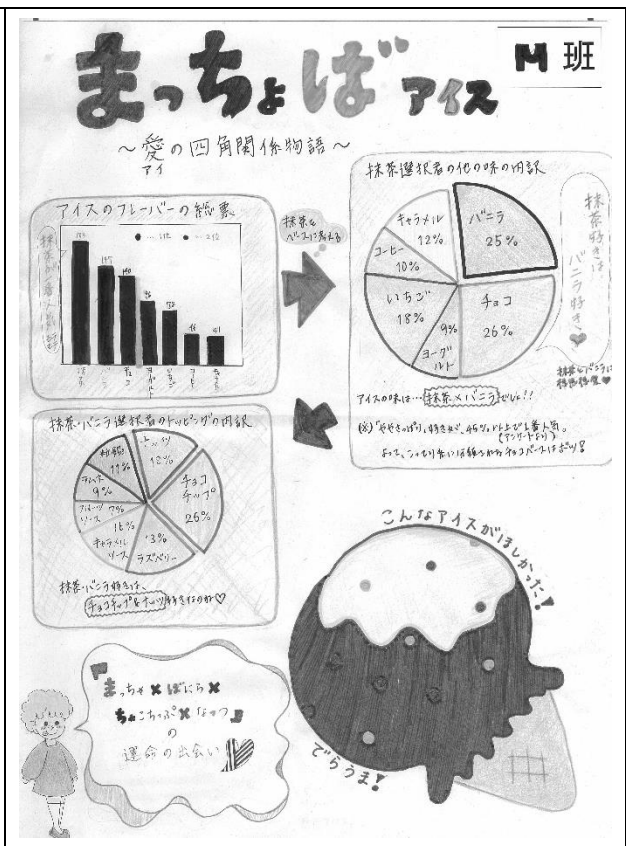


図4 第二次提案

まずはベースとなる味を決めて、そこからそれを選んでる人はどのトッピングを選んでいいのかを調べることにしている。そこで、ベースとなる味として抹茶が1位であったことから、抹茶を選んだ人だけを抽出して分析し直した。その結果、抹茶を選んでいる人は、トッピングとしてチョコチップ、ナッツ、ラズベリーの順に多い結果となった。

チョコチップとナッツが多いが、質問項目⑤で「ごろごろ」を選んでいる人が少ないことから、これらの組合せは適切でないという意見がでる。ここで、生徒MTが、J班を参照し、J班ではこったり系や食感を考慮して、トッピングの投票総数が4位のラズベリーを選択していることを引き合いにだした。そこで、「さっぱり」と「こったり」なベースはどちらかについて話し合った結果、ヨーグルト以外はこったりであるため、この項目は考慮しないというのがメンバーの多くの意見であった。同様に、「なめらか」と「ごろごろ」の項目も考慮しないという意見が多く出た。

しかし、生徒 MT は「本当に無視しちゃっていいの？」、「まず、そもそも何に焦点をあてるかだよな。その質問項目としたものを」と発言している。視点を定めることに関しては賛同しつつも、「なめらか」なものと「ごろごろ」のもの、「さっぱり」のものと「こってり」のものが、それぞれ選択肢のどれにあたるのかが決められないという意見が再度出される。そして、生徒 HR が「1回やってみよう」と発言することによって、味をメインとして、最も投票数の多かった抹茶をベースとして考える方針がとられた。

抹茶を選択した人が、他に選んでいるベースの味を集計したところ、チョコ、バニラ、ストロベリーの順で投票数が多かった。ここで、チョコレートは選択肢の中でも「こってり」な部類に入ることが指摘された。さらに、チョコレートの投票数は 82、バニラは 77、ストロベリーは 55 であることから、生徒 TH が「割合に直したらそんなに違いがないんじゃないの？」と発言し、チョコレートは 26%、バニラは 25%、ストロベリーは 18% とストロベリーに比べてチョコレートとバニラは僅差であることが明らかにされた。これらのことを踏まえて、バニラを採用することになった。彼らの経験から、抹茶とバニラは味としても相性がいいのではないかと意見もでた。さらに、生徒 HR は「抹茶を多めにしたら？抹茶好きの人が多いんだから」と発言し、投票数のバランスを考えて、抹茶を多くし、バニラを少な目に混ぜることになった。

次に、トッピングの選択は、抹茶とバニラを選んでいる人がどのトッピングを選んでいるかを集計した。その結果、チョコチップ、ナッツ、キャラメルソースの順に投票数が多かった。「ごろごろ」と「なめらか」という観点からみると、チョコチップとナッツは「ごろごろ」とした食感であり、投票数も少ないことからキャラメルソースという意見も出たが、チョコチップとナッツを合わせると 44% と約半数にあたることから、これらを採用することになった。そして最終的に、抹茶、バニラをベースに(抹茶をバニラより多めにして)、チョコチップとナッツのトッピングをしたアイスを提案した。

④ 考察

B3「数学的推論・分析」の視点から M 班の活動について考察する。第一次提案では、単純に質問項目ごとに、投票数が最も多いものを選んだだけであった。他の因子を考慮することなく、分析の視点も特に設定していない。従って、相 1「自己限定的」であると考えられる。それに対して、第二次提案のための修正では、生徒 MT が J 班を参照し、視点を定める必要性を主張したことによって、グループ全体でそのことが共有されたと考えられる。これは、「他者との相互作用」によって生じた現象である。授業の初めに、他のグループのポスターと自分たちのグループのポスターを、「分析の方法」という視点でみることを促したことが効果的であったのではないかと考える。

分析の場面では、投票数が最も多い抹茶に着目し、ターゲット層を絞っていく方針となった。2つ目のベースの味を決める際は、「こってり」と「さっぱり」の質問項目と関連させ、また割合を用いた比較が行われた。一つの質問項目の結果を層別したり、質問項目同士を関連させたりするという活動は、様々な切り口や方法によって分析しているため、相 1「自己限定的」な状態から相 3「社会的」な状態へと移行したと考えられる。

さらに、抹茶とバニラは相性が良いという価値観による判断と、投票数のバランスを考えて 2つの味の量のバランスを調整するという視点が加わった。後者は、単純に 2つの味

を半分ずつまぜるのではなく、投票数に基づいてバランスを考えた方が良いという価値観によるものである。このような価値観がグループ内で「他者との相互作用」によってもたらされ、分析の一つの視点として加わることによって、相3「社会的」の中でも質の高い状態となっているとみることができる。

また、最後のトッピングを決める場面では、それまでこだわってきた「ごろごろ」や「なめらか」といった食感に関する項目の影響よりも、チョコチップとナッツを選んだ人が半数近いということを根拠にしていた。この判断に違いは、何かしらの価値観の変容によるものであると推測されるが、記録したデータからはその特定には至らなかった。

⑤ 成果と課題

本実践では、全ての班において分析の視点や方法が、多少ではあるものの豊かになった。第一次提案のポスターを「分析の方法」という視点から観察させ、豊かな分析を行っている班の事例を参照することによって、自分たちが考えていたものとは別の視点が入り、「他者との相互作用」が生じたと考えられる。授業後の生徒の振り返りにも、そのことが記述されている。

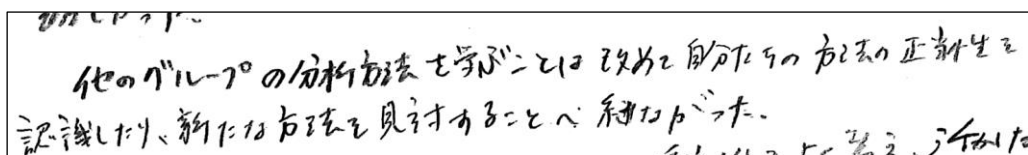


図5 他者のポスターを参照することに関する振り返り

また、アンケート調査を実施する際に、質問紙に関する項目の設定や回答方法の吟味がいかに大切であるかを実感させることができたと考えられる。今回の質問紙では、単純に好きな味を選択してもらい、その他の質問項目についてもその項目だけについて回答するものであった。すなわち、全ての項目が独立した状態で作成された。生徒たちは、ベースの味とトッピングの味との組合せを考える際に、質問を独立に設定してしまったために、層別をしてもその妥当性が保証されないことに気付いたのである。

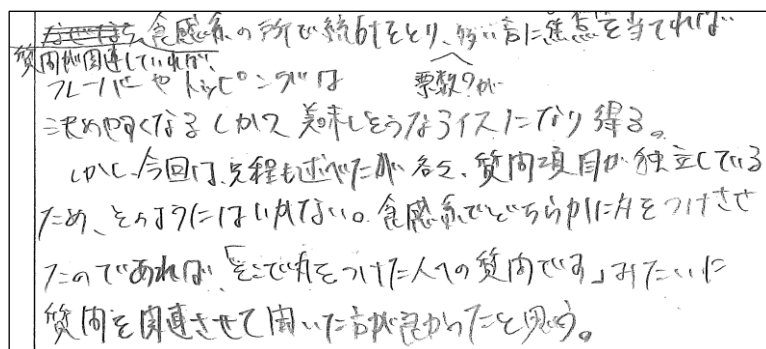


図6 質問項目に関する振り返り

本実践では題材としてアイスに関するアンケートをとり、その結果を統計的に処理することによって新商品を提案するというものであった。このこと自体を楽しみながら行えたという振り返りもあった。

このアイスプロジェクトは、まるで企業内の
企画提案を体験しているようで非常に
楽しかった。

図7 題材に対する振り返り

今回は、高校1年生を対象として実践したが、どの班も豊かな分析ができているとはいえない。その要因として、2点考えられる。

1点目は、生徒も指摘している通り、質問紙の質である。質問項目が独立で短絡的であったため、分析の方法も豊かに成り難かったと考えられる。小さな集団に対してプレ調査を行い、分析の方法を考慮しながら質問項目や回答方法について検討するというプロセスを何度か経ることが出来ていれば、分析の視点や方法が多様になったであろう。ただし、そのためには十分な時間が必要となる。これが2点目である。質問項目の検討とプレ調査、分析の方法の検討、質問項目の修正というサイクルを回すためには、それなりの時間を必要とする。実際、本実践では1回のアンケートをとるまでに3時間を要した。さらには、分析から提案までのプロセスにおいて、本実践では放課後を活用させたが、どの班も2~3時間は要していたようである。

高等学校において本科研の志向する数理科学的意志決定力を育成するための教材を作成する際には、本実践で扱ったように統計的な内容を組み込むと扱いやすいと考える。総合的な学習の時間などとの融合を視野に入れ、2~3時間の授業ではなく、長期的に扱っていく単元として再構成することが課題として挙げられる。

引用・参考文献

- 国立教育政策研究所. (2013). 『教育課程の編成に関する基礎的研究 報告書5 社会の変化に対応する資質や能力を育成する教育課程編成の基本原則 (改訂版)』.
- 松島充. (2014). 『算数・数学教育における協調的問題解決を実現する学習に関する研究』. 愛知教育大学・静岡大学博士論文.
- 松崎昭雄 (2015). 「数理科学的意志決定力を育成する授業デザインの構想—プリコンセプションの変容と説明モデルの暫時的変化への着目—」. 日本数学教育学会. 『第3回春季研究大会論文集』. pp.35-42.
- 日本学術会議数理科学委員会数理科学分野の参照基準検討分科会. (2013). 「大学教育の分野別質保障のための教育課程編成上の参照基準 数理科学分野」.
- 西村圭一. (2015). 「数理科学的意志決定力を育む算数・数学の授業の展望」. 日本数学教育学会. 『第3回春季研究大会論文集』. pp.23-26.
- 山口武志, 西村圭一. (2015). 「授業実践による数理科学的意志決定力に関する水準表の記述性および規範性の検証」. 日本数学教育学会. 『第3回春季研究大会論文集』. pp.27-34.

(5) つり銭はいくら用意する？

リーダー：後藤貴裕

授業者：後藤貴裕

メンバー：厚美香織・室谷将勝・吉成優希・

椿 広計・長尾篤志・清野辰彦・古川史洋

本実践授業では、社会的文脈の意思決定を要する問題に対して、高校生が、シミュレーションモデルを作成し、その結果を判断の根拠として意思決定する一連のプロセスを体験的に学ぶことを目的とする。そのために、共通教科「情報」の授業として、文化祭の模擬店でどのくらいの釣り銭を用意するかを決める授業を「授業デザインのためのフレームワーク」にもとづいてデザインし実践した。チームによる提案およびその提案の裏付けとなるシミュレーションなどの成果物、自己評価および相互評価の記述、個人レポートにおける振り返りの記述の分析をとおして、授業評価をおこなう。

1) 教材の概要

高等学校の従来 of 教科内容の多くは、特定の正解を前提にした課題が多く、特に自然科学系の教科では高度に公平な選抜機能がもとめられる入学試験問題などの影響もあって、正しい唯一の解を求める演習問題などが中心となっている。

しかし、現実社会の問題解決では、一意解のないもの、すなわち、「目標関数や制約条件、問題を構成する変数の相互関係に解釈の任意性や複数の可能性(曖昧さ)があるもの」(松田, 2014) が大半で、条件設定によって多様な解や解法が考えられ、その中から適切な解や解法を選択することが重要である。これからの知識基盤社会を生きることになる生徒にとっては、むしろこのような一意解のない条件も含めて解法の道筋を組み立てていく能力こそが大切になってくると考えられる。

こうした一意解のない問題解決や合意形成を得る過程では、複雑な問題をシンプルで抽象度の高いモデルにする能力や、作成したモデルから得られる結果を解釈したり、妥当性を評価したりする能力が求められる。さらには、合意を得るために、それらの過程や妥当性を説得力ある形で他者に伝える表現力も重要となる。

本課題は「問題解決とコンピュータ」のモデル化とシミュレーションで扱う教材をもとに、数理的な意思決定に関わる能力を育成する目的に課題の設計をおこなった。

学園祭といった身近な問題を対象とし、問題を効果的に解決する手法として、モデル化やシミュレーションに必要な基礎的な知識と技能を習得させることを本課題の主な目的として位置付ける。問題を抽象化して単純なモデル(定式化)とすることで問題の分析がしやすくなったり、コンピュータ(表計算)でシミュレーションに実装(偶発的な事象を乱数で再現する)させることができるようになったり、効率よく問題解決ができるようになることを体験的に理解させる。また、モデル化の過程(抽象化の過程)において省略(単

純化) したことが解の妥当性に影響をおよぼすことを検討させることで、適切なモデルの作成方法やその扱い(妥当性)についても配慮が必要であることの理解を促す。

また、本課題を通して一意解をえることが難しい問題においても、統計や乱数などの数学的手法やコンピュータを活用することで、何らかの解決の糸口にたどりつけること、こうした状況において意思決定や合意形成に有効であることに気づかせることを目指した。

これらを実現するために、次のような課題を設定した。

学園祭で模擬店(カフェ)を出店することとなった。カフェで扱うメニューはジュースとクッキーになります。

出店準備金として2万円があります。あなたはこの出店準備金をどのように使って準備をしますか。誰もが納得できる出店準備金の使い方を提案しなさい。また、仲間が納得できるようにその根拠を説明しなさい。

	商品名	売価	原価
A	ジュース	100	90
B	クッキー	300	250

《例年の傾向》

傾向1：来客数はおよそ100名

傾向2：購入パターンは、ジュース単品：クッキー単品=1：1

傾向3：代金は、つり銭がないように100円玉で支払うか、500円玉で支払う人が多い。

《販売の条件》

条件1：つり銭が足りない場合は、そのお客との販売は成立しません。

条件2：使用できる硬貨は100円玉と500円玉のみとします。(紙幣は考えません)

条件3：仕入数はジュースとクッキーは同じ数となります。

条件4：売上金はおつりとして使ってもかまいません。

この課題では、様々な条件設定をした上で、コンピュータ(表計算ソフト)でシミュレーションに実装し、その結果をもとに、条件設定の解への影響や、作成したモデルやその作成方法の妥当性についても検討する。その上で、「出店準備金の使い方」を決定する。

生徒が作成するモデルの典型例は次の通りである。

まず既習知識や技術をもとにして、事象を表すのに必要な要素を抽出し、要素及び要素間の関係を(1)~(7)のように定義しモデル化する(図1)。

要素をその関係性に考慮しながら表計算ソフトのワークシート上に配置し、数式や関数式で関連づけて、シミュレーションが実行できるようにする。

(1)100人の来客の購入行動(ジュ

ース・クッキーのいずれを選ぶか)と支払行動(100円・500円のいずれの硬貨で支払うか)を、2つの独立した乱数を使った確率モデルとして決定する。

(2)購入品の品物在庫があるか確認し、在庫がない場合は売買不成立とする。

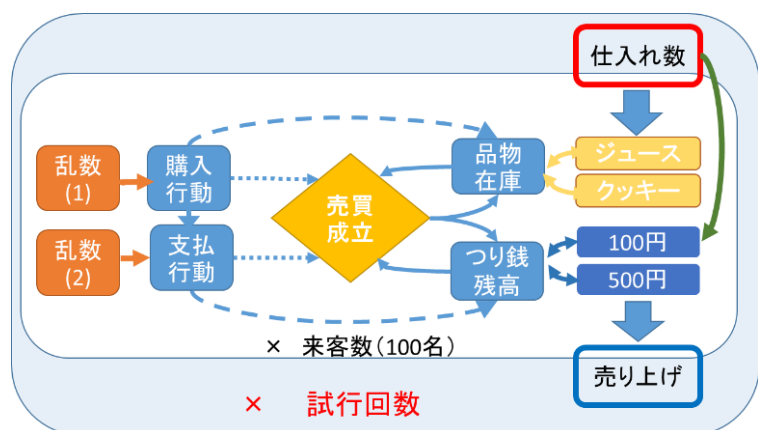


図1：想定されるモデルの典型例

(3)500円硬貨で支払う場合、購入品に応じたつり銭残高(100円硬貨)が足りるかどうかを判断し、足りない場合は、売買不成立とする。

(4)(2)もしくは(3)で売買成立の場合は、それぞれの硬貨の増減と、商品の在庫数を減ずる。

(5)売り上げおよび累積売上を集計する。

(6)(1)~(5)の構造を100人分用意する。

(7)再計算のたびに100人分の計算結果(売上)が集計される。

マクロプログラムを利用することで、(7)の再計算の自動実行をおこない、試行回数を増加させることができる。

2) フレームワークの関わり

① 教科「情報」におけるフレームワークの援用

本研究では意思決定の過程をA. 問題状況, B. プロセス能力, C. 数学的・社会的価値認識力の3つの枠組みでとらえている。本課題の関わりとしては、

A. 問題状況は、最終的に合意形成をめざす意思決定(結論)が用意するつり銭の金額という量的に表現することができ、合意形成のための説明や根拠についても定量的な比較や論理的な展開が期待できる。

B. プロセス能力については、本課題について生徒の意思決定の過程そのものに主眼を置いた展開を意識した授業設計とする。つまり、モデルや仮定、条件設定を吟味しながら、定式化から意思決定を繰り返す過程そのものに着目させため、本授業でもっとも重視した枠組みといえる。

表1 教科「情報」における「プロセス能力」の援用

(B1) <u>数学的定式化(モデル化)</u> : 条件を整え、問題や事象の要素を分析し、その要素を組み合わせたパターンやモデルとすることで、数理科学的な手法を用いて解決できる問題にする能力。
(B2) <u>数学的表現(情動的表現)</u> : 要素をその特徴に応じて量的に表現したり、その関係性を論理式や数式などを用いて構造的に表現したりするなど、抽象的なモデルを分かり易く表現して、思考を支援するとともに、シミュレーションなどで実行可能な形に表現する能力。および、結果を分かり易く表現する能力。
(B3) <u>数学的推論・分析(情動的分析)</u> : 設定条件を明確にし、適切に表現されたモデルをコンピュータに実装して、多様な条件やアプローチのもとで実行し、その結果から推論したり、問題の構造を分析する能力。
(B4) <u>解釈・評価(解釈・評価)</u> : 推論・分析の結果やその問題解決(意思決定)の過程から、モデルやシミュレーションの妥当性を評価する能力。また、目的などに照らし合わせて、解法(モデルやその要素を含む)などの修正・改善を行う能力。
(B5) <u>数学的コミュニケーション(情動的コミュニケーション)</u> : モデルの数学的なふるまいを統計量やグラフ等に表すことで、思考の共有や協働した問題解決を推進したり、結論に至った経緯や根拠を適切に伝え合ったりする能力。

なお、本課題は教科情報の学校設定科目の「モデル化とシミュレーション」の単元の授業として設定されている。他教科「情報」においても本研究のフレームワーク(プロセス

能力) が他教科「情報」の授業デザインにおいても活用できるように、表1のように援用した。

表2：授業デザインのための数理科学的意思決定力に関するフレームワーク（情報）

	自己内			他者との相互作用
	相1 自己限定的	相2 多様性の萌芽	相3 社会的	相 $\alpha \sim \gamma$
B1: 情動的 定式化 Formulating	自分なりの視点にそ って、つり銭問題をモ デル化する。	異なる視点で要素(関 係)や条件の設定を行 い、つり銭問題をモデ ル化する。	多様な視点で要素 (関係)や条件の設定 を行い、それぞれの 設定からアプローチ できるモデルとする。	他者がどのような視 点を要素や条件を設 定し、つり銭問題をモ デル化したかを理解 する。
B2: 情動的表現 Representing	自分なりの表現でモ デルを量的・構造的に 表わし、シミュレーシ ョンに実装可能な形に 表現する。	異なる表現(量・構造) のモデルの検討をとお して、シミュレーシ ョンに実装可能な形に 表現する。	目的に応じて、柔軟に 対応できる汎用性の あるモデルの表現 (量・構想)の工夫があ り、シミュレーションに 実装可能な形に表現 する	他者のシミュレーシ ョンの実装モデルの理 解を通して、他者の 解決方法、その考え 方を理解する。
B3: 情動的 推論・分析 Analyzing	自分なりの手法でシミ ュレーションを実行し、 その結果を分析した り、推論を行い、意思 決定の判断材料を見 出す。	異なる視座の手法や シミュレーションを自分 なりに検討・選択して 実行し、結果の分析や 推論を行い、意思決 定の手掛かりを見出 す。	多様な視点にもとづい た手法やシミュレーシ ョンを工夫して実行し、 結果の分析や推論を 行い、合意形成の手 掛かりを見出す。	他グループの手法や シミュレーションの工 夫を理解するととも に、結果の解釈(分 析・推論)について受 容する。
B4: 解釈・評価 Interpreting & Validating	問題に照らし合わせ て、自分自身のモデ ル化やシミュレーシ ョンの過程や方法、結 果を解釈する。	問題に照らし合わせ て、自分自身のモデ ル化やシミュレーシ ョンの過程や方法、結 果を解釈し、それらの妥 当性を評価する。	問題に照らし合わせ て、自分自身のモデ ル化やシミュレーシ ョンの過程や方法、結 果を解釈し、必要があ れば、より妥当性を高 めるための修正を行う。	他グループのアプロ ーチやモデル化やシ ミュレーションの過程 や方法、結果とも対 比しながら、類似点 や相違点を比較・検 討し、評価する。
B5: 情動的コミ ュニケーション Informational communicating	意思決定の過程や方 法、結果を自己限定 的な言語・表現で伝え 合う。	意思決定の過程や方 法、結果について、図 説やグラフなど他者 (一般)を意識した表 現で伝え合う。	意思決定の過程や方 法、結果を相手(特 定)の理解状況に応じ た表現(図説やグラフ など)を選択し伝え 合う。	他者の意思決定の過 程や方法、結果を理 解し、自己のそれと 比較・検討し、練り上 げる。

C. 数学的—社会的価値認識力については、本課題のような特定の一意解が無い問題の意思決定にありがちな文脈依存的で価値付加的な問題の存在を認め、それらを認識し共有したうえで、合意形成をはかるための工夫が必要であると考えられる。

表3：授業デザインのための価値認識力に関するフレームワーク（情報）

	自己内			他者との相互作用
	相1 自己限定的	相2 多様性の萌芽	相3 社会的	相 $\alpha \sim \gamma$
C: 数学的-社会的価値認識力 Realizing Mathematical and Social value	自分なりの情報的-社会的価値観にそって問題を解釈しモデルを構築している。	自分とは異なる価値観も考慮して、問題を解釈してモデル化、意思決定をおこなっている。	多様な価値観にもとづいて問題を解釈し、多様な価値観に対応できるモデルを構築して、意思決定を行っている。	他者による新規の価値観に基づく意思決定を受け入れ、それらを比較・検討し必要に応じてモデルの修正を行い、妥当な意思決定を行う。

②授業デザインにおけるフレームワーク（「授業デザインの原則とプロセス能力」）

「数理科学的意思決定力」に関する授業デザインの原則（P ）には、「数理科学的選択肢に関する原則（原則3）」と「社会的相互作用に関する原則（原則4）」がある。本授業の課題設定においては、「数理科学的選択肢」に関しては、単一のモデルで条件設定を変更して得られた結果に基づく「選択肢」や、異なるモデルに基づく「選択肢」が考えられる。また、「社会的相互作用」に関しては、小グループにおける「合意形成」のプロセスとしてモデルの妥当性や信頼性の検討が位置づけられる。

これに対して、生徒は、前時までの学習事項（既習）において、「選択肢」の要素となるモデル化（定式化）やシミュレーション（表現・分析など）においては、プロセス能力は、概ね、授業で示された例示に基づく「自己限定的」か、自分なりの視点を設定できる「多様性の萌芽」のいずれかの相にあると考えられる。すなわち、一人の生徒が複数のモデルを作成することは期待できなく、また、他者の作成したモデルの妥当性や信頼性を適切に検討することにも困難が伴うことが予想される。そこで、これらのプロセス能力が相3「社会的」に転移するために「他者との相互作用」を視点に、「グループによる協調的問題解決」と「生徒の自己及び相互による形成的アセスメント」を取り入れた。

3) 授業の概要

①授業の計画・展開 < 授業の展開

授業は、国立大学附属中等教育学校において、共通教科「情報」の学校設定科目（選択科目）の履修者16名（高校2年生）に対して行った。当該科目の授業では、チームによる、コンピュータ（プログラミング）を活用した問題解決を中心とする、プロジェクト型の学習を進めている。生徒は、既に、プログラミング技術の習得や向上を目的とした学習や、プロジェクトを促進する省察（アセスメント）などに取り組んでいる。

授業展開は表4の通りで、各展開は100分（連続する50分×2コマ）である。

展開Ⅰでは、課題とともに、表5の「相互評価のための評価基準表」を提示する。

展開Ⅱでは、各チームで作成した原提案をクラス全体で発表し、「相互評価のための評価基準表」（表5）(2)を利用し、相互評価①をおこなう。また、チームごとに評価対象のチームを割り当て、各メンバーが個別に評価する。そして、それらの妥当性や信頼性をチーム内で協議した上で、当該チームにフィードバックする形をとる。

表 4：授業の展開

展開	授業内容	アセスメントなど
I	問題提示と原提案の作成 宿題 原提案を完成させる	評価基準の提示
II	原提案の発表	相互評価①
III	提案の改善 宿題 最終提案の作成（長期休業）	評価結果に基づく改善
IV	最終提案の発表と合意形成	相互評価②
V	他チームのモデルの活用（改善）	

展開Ⅲでは、相互評価①の結果をもとに改善を行い、最終提案を作成する（授業時間内に完成しなかったチームは、授業時間外に取り組む）。

展開Ⅳでは、チーム毎に最終提案を口頭発表し、質疑応答を行う。それとともに、相互評価②を、相互評価①と同様の「評価基準表」（表 5）を用いて行う。その後、同意する提案を決定するとともに、個人レポートで課題の総括的な振り返りを行う。

展開Ⅳの口頭発表では不十分であった、他チームのモデル・シミュレーションの操作を実際に行う機会を設けて、最適な解決モデルを選びなおしたり組み合わせたりするなど解決方法の改善を行い、他者の数学的・社会的価値観により深く受容できる機会を単元の最後に展開Ⅴとして設けた。

② チームによる協調的問題解決

本授業の展開は、2. 2 であげた「チームによる協調的問題解決」にもとづきチーム単位で活動をおこなった。チーム編成にあたっては、「モデルをシミュレーションとして実装させるための技術の個人差」「多様な考えや意見をもとに解決策を議論できる環境」「合意形成や意思決定の判断をコミュニケーションの取りやすい適性規模で行うこと」を考慮して1チーム原則4名で編成した。また、各チームに、授業者の判断でリーダー的資質を有する生徒、及び、プログラミング技術に長けた生徒がそれぞれ最低1名いるように配慮した。

③ 評価活動（アセスメント）のデザイン（「プロセス能力の評価」）

授業デザインで用いたフレームワーク（B. プロセス能力）をもとに、生徒の意思決定力の評価（アセスメント）の規準として用いた。生徒が相互の活動を客観的に分析・評価できるように、表 5 のような評価基準表を設けて、展開Ⅰで課題提示と同時に示すとともに、展開Ⅱの相互評価①および、展開Ⅳの相互評価②で用いた。

この評価基準表（表 5）の規準（観点）は、数理科学的意思決定力に関するフレームワーク（表 2）の「プロセス能力」がそれぞれ対応している。ただし、B5「情報的コミュニケーション」は、B2「情報的表現」にあわせて「B2：表現」に含める形で構成した。

また、評価の基準は2×3相の6段階とし、表現上のずれはあるものの1～2が「自己限定的」、3～4が「多様性の萌芽」、5～6が「社会的」の各相に対応している。

表5：B プロセス能力に基づく評価基準表（抜粋）

	B1：モデル化	B2：表現	B3：分析方法	B4：解釈評価
1 ～ 2	授業で例示された既存のモデルを用いている。	授業で例示された表現であり、提案やその過程が示されている。	例示された条件で限定的な分析が行われている。	授業で例示されたモデルを用いた限定的な解釈である。
3 ～ 4	独自の視点の要素でつくられたモデルであり、実用的である。	独自の視点で表現（グラフ等）やデータ（セル）の配置があり、提案に至る過程がわかりやすく示されている。	表計算を使ってモデルのシミュレーションが実装されている。	モデルの条件を考慮して、提案の根拠（シミュレーション等）が妥当な形で示されている。
5 ～ 6	多様な複数の要素から構成されるモデルであり、実用的で実装されている。	対象にかなった表現（グラフ等）やデータ（セル）の配置が工夫されおり、提案に至る過程が説得力ある形で示されている。	表計算で乱数を使ったシミュレーションを実装するなどモデルの普遍性（条件変更に対応）を高める工夫がある。	実世界の条件を照らし合わせて、提案の根拠（シミュレーション等）の質が保証されている。

※1～2が「自己限定的」、3～4が「多様性の萌芽」、5～6が「社会的」に対応。

④ 授業の実際

本課題における授業の展開は、チーム毎に生徒の能動的な活動にもとづいて展開している。生徒によるモデル化とシミュレーション作成の様相の記録として、特徴的な2チームをとりあげてしめす。

各チームに対して評価基準表（表5）を用いて教師がおこなった、展開Ⅱにおける原提案に対する形成的評価と、展開Ⅳにおける最終提案に対する評価を規準（観点）毎にまとめたものを図2に示す。A～Cチームは最終提案で高い到達度を示しているが、原提案から評価が高かったBチームと、最終提案が原提案から大きく改善されたCチームには、評価活動（アセスメント）や改善を通しての変容に対照的な特徴を認めることができる。ここでは、BとCの2チームに焦点を当て、モデル化やシミュレーション作成の様相について、「他者との相互作用」を視点にしながら検討する。

評価(観点別)(教師)					
	A	B	C	D	
P r e	①モデル化	3	5	3	3
	②表現	3	5	3	2
	③方法	3	4	3	3
	④解釈評価	2	4	2	2
	総合	2.75	4.5	2.75	2.5
F i n a l	①モデル化	4	5	5	3
	②表現	5	6	6	2
	③方法	5	4	6	3
	④解釈評価	4	4	6	2
	総合	4.5	4.75	5.75	2.5
差 分	①モデル化	1	0	2	0
	②表現	2	1	3	0
	③方法	2	0	3	0
	④解釈評価	2	0	4	0
	総合	1.75	0.25	3	0

図2 モデル・シミュレーションの到達度（教師による評価）

(ア) 生徒によるモデル化とシミュレーション作成の様相 (B. プロセス能力)

※『 』内は生徒のワークシート等の記述からの引用

a) Bチームの変容

〔展開Ⅰ〕：Bチーム原提案の様相

- ・つり銭を見積もるための優先事項として『①お客さんが楽しめるように(できるだけおつりが足りないから買えないとかはないように)』『②赤字にならないように』とした。
- ・モデルの要素として、100円玉と500円玉を使う確率を用いた。
- ・モデルの要素として、季節ごとのジュースの相対的な売上比を用いた。
- ・表計算におけるモデルの実装(モデルの構造)
 - 『①EXCELを使って、1~10の数字をランダムで出す(=RAND)
 - ②出てきた数字は5から10まで⇒ジュース,5以下⇒クッキー
 - ③1~13の数字をランダムで出す(=RAND)
 - ④出てきた数字は2まで⇒500円で支払い,2以上⇒100円で支払い
 - ⑤おつりと残高を出す
 - ⑥マクロで198300回繰り返る』
- >仕入数固定で独立した乱数を用いて購入品種と支払方法を決定し100人試行し、売上、売上数等を出力
 - >100名試行をマクロを用いて別シートで300回試行して、「商品が買えなかった人」「売上」等の平均値、および試行ごとの売上のグラフを表示。
- ・ほぼ図1に示した「想定モデル」を立案している。
- ・品物在庫の判断を、その都度、過去にさかのぼってその商品の売上数をカウントして判断している
- ・独立した乱数で購入行動および支払行動を決定することを考え、『乱数を扱いやすくするために最小公倍数をつかって考えた』(以下同様)など、モデル立案の際に思考し易くするための工夫をした。
- ・表計算への実装としては、繰り返しの単位ごとに複数シートを利用した構造とした。100人分の計算をおこない、同一仕入数の条件でマクロを用いて300回試行し、売り上げのばらつき具合をグラフで表示した。
- ・出力(シミュレーション結果)としては、同一条件において300回試行したときの100人あたりの平均値として『ジュースを買えない人』『クッキーを買えない人』『余った100円の枚数』『売上』を出力した。

〔展開Ⅱ〕：相互評価①

他チームからのコメント:規準毎にポジティブなコメントとネガティブなコメント

(B1 モデル化, B2 表現, B3 方法・分析, B4 解釈・評価)

	ポジティブ (良い点)	ネガティブ (改善要求)
B1		『最小公倍数がなぜ出てきたのか分らなかった』 『客に商品を提供できない場合がどんな時なのか分らなかった』 『買えない時のことについて分らなかった』 『最小公倍数をどうして使われたのか聞き漏らしてしまったため、理解することができなかった。』
B2	『乱数をマクロをつかって説明されていて分かり易かった』	『計算の順序がわかるようにする』

B3	『マクロを用い, 非常に普遍性のあるシミュレーションをおこなっており, 完成度が高かった.』・300 回 試行	
B4	『利益まで出ているのが良い.』 『シミュレーションやそれに伴う説得性も十分だった.』 『完璧すぎる,』 『乱数を効果的に使い, シミュレーションを使った後の処理も十分にできていたと思う』 『とても分かり易くて, 完成度が高かった. シミュレーションに具体性があり回数も多く説得力があった』 『マクロを用い, 非常に普遍性のあるシミュレーションを行っており, 完成度が高かった』 『文句のつけようのない素晴らしい作品』	『改善点はプレゼンの制限時間をまもること.』

・シミュレーションの実装の完成度が他のチームと比較して相対的に高かった.

相互評価①を受けて自己評価 (自己振り返り・改善点)

B1	・ジュースやクッキーの仕入れ数を季節ごとに変化させる(現実的なモデル)
B2	・計算過程がわかりやすいようにする ・売上利益をグラフ化する (視覚的効果) ・情報源を明記する (情報の信ぴょう性)
B3	・仕入れ数や値段が変化しても対応できる表を作成する (多様性への対応) ・300 回試行を 500 回試行に向上 (相互評価による改善)
B4	・マクロでシミュレーション回数を増やす (試行回数をふやす)

〔展開Ⅲ〕：提案の改善

実際に改善 (実装) した点を規準毎にしめす.

B1	・100 円玉・500 円玉の支払い割合は, 別途シミュレーション(支払・おつりの平均枚数)(出典明記) ・季節変動(購買パターン)の要素を加えて一般化した.(普遍性の重視)
B2	・rand()*最小公倍数として If 判断条件を整数で処理できるようにした. ・結果の提示で度数分布表からも, 黒字の可能性高いことをしめした.
B3	・仕入固定(季節変動枠は設けた)で 100 人試行 100 人試行(edit), 売上, 売上数等を出力 ・マクロで試行回数を増やして(300 回から 500 回)売上のグラフを表示
B4	・条件設定を変えてシミュレーションを実行して条件比較をして妥当性を評価. ・売上の度数分布グラフ(図3)を表示して, 分布を示すことで, 平均値で解釈することの妥当性を説明した.

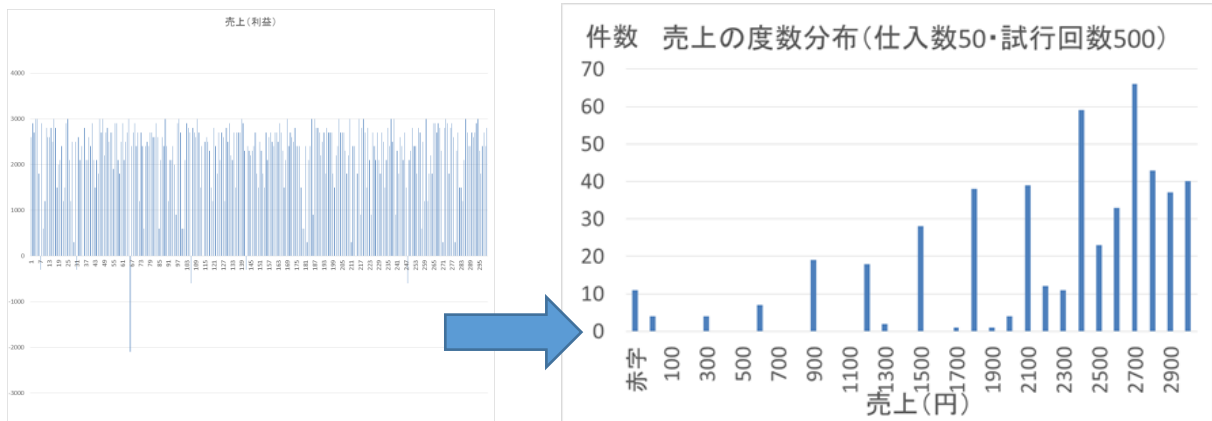


図3 結果の出力グラフの変容 (B)

- ・シミュレーション結果の出力としてのグラフの表現は、試行（100人分）毎の利益を示した棒グラフ（図3左図）から、売上の度数分布表（図3右図）と変容した。

〔展開Ⅳ〕：最終提案

○ジュース50, クッキー50, つり銭3000円でシミュレーションを実行して次の結論をえた。

- ・買えない人は平均的に約2人
- ・赤字になる可能性は2% →度数分布表からも、黒字の可能性高い
- ・現実の統計を使用して信憑性を高めた
- ・データの入力が変更できるので、汎用性が高い

b) Cチームの変容

〔展開Ⅰ〕：Cチーム原提案の様相

- ・「おつりの目安をたてる」ことを目標とし、仕入数固定で乱数で100人分の購買行動と支払行動を決定するモデルを立案し、表計算のシミュレーションとして実装した。

『①100円硬貨と500円硬貨どちらかで支払われるか。それぞれの硬貨の全体発行数が6：4であるため、それを基にシミュレーションをする。（独立行政法人造幣局データより）

②仕入数は、傾向1、条件3より最低数をジュース、クッキーそれぞれ50とし、予算2万円より上限をそれぞれ58とする。

③売上金はお釣りとして利用する。

上記の①～③よりお釣りの用意できる目安を立て、出来るだけ仕入数を増やすことを考える。これは傾向①の総定数以上の来客があった場合など不慮の事態に備えるために優先する。

目安は②→①の順で乱数を用いて必要な硬貨の当たりをつける予定。』

- ・独立した2つの乱数を使って購行動・支払行動を発生させた。
- ・支払行動は硬貨の流通量の比で推測した。（造幣局データ）
- ・単一シートで関数式のみ（マクロなし）で構成される簡単なシミュレーションである。
- ・手持ち金残高（つり銭）の推移をグラフで示した。（図4）
- ・売上の可否は、その時の手持ち金が0以上であることで判断している。仕入数と在庫の判断はされていない。

- ・確率 1/2 の事象を条件式 $\text{rand}() * 2 > 1$ として表現.
- ・ジュース, クッキーともに仕入数を 50 として, つり銭残高を計算しながら仕入数を増やしていくというアイデアは持っていたが, 実装には至っていない.

〔展開Ⅱ〕：相互評価①

他チームからのコメント：規準毎にポジティブなコメントとネガティブなコメント

(B1 モデル化, B2 表現, B3 方法・分析, B4 解釈・評価)

	ポジティブ (良い点)	ネガティブ (改善要求)
B1	『乱数を使用して普遍的な確率を用いている』	『具体的なモデルを示しましょう』
B2		『残高を 100 円玉と 500 円玉で分ける』
B3		『乱数と関数のみ (マクロなし)』 『単一シート 関数のみ (マクロなし)』
B4	『まだシミュレーションができていいなかったけど条件. やり方は考えられていた.』 『発行数から 100 円玉と 500 円玉どちらで支払うかを考慮しているため, 妥当性がある』	『シミュレーションを加えたらいい.』 『データがあるともっとよくなる』 『実際にやってみるとよい』 『シミュレーションを何度も行う』

相互評価①を受けて自己評価 (自己振り返り・改善点)

B1	・つり銭から考えるのではなく, 仕入れ数から考えるようにする (仕様変更)
B2	
B3	・仕入れ数を先に入力するシミュレーションを作成 ・条件判断はシート内の関数で実装する+シートを越える集計をマクロで実装する
B4	『試行回数を最初に決定した個数の範囲すべてで。そこである程度目安がみついたら、その中で試行回数を増やし、もう一度検証。(段階的な開発)』

〔展開Ⅲ〕：提案の改善

実際に改善 (実装) した点を規準毎にしめす.

B1	・試行回数の増加 100 人×1000 回試行× (仕入数 0~50)
B2	・シート構造を利用 ・シミュレーションの結果の集計を箱ひげ図 および 平均値・中央値をの仕入れ数毎の集計結果でしめた.
B3	①仕入固定 100 人試行 (try 2) 利益, 売上数を出力 (乱数・関数) ②仕入数 (0~50) 毎に 1000 回試行シート (Temp)毎に利益を集計する. ③仕入個数毎に平均値, 中央値 4 分値などを集計 (関数) し, 箱ひげ図と平均・中央値で表示した
B4	・仕入条件で 100 人試行 (try 2) を 1000 回試行でバラつきをみる. ・箱ひげ図 で平均値とばらつき具合を同時に表示した.

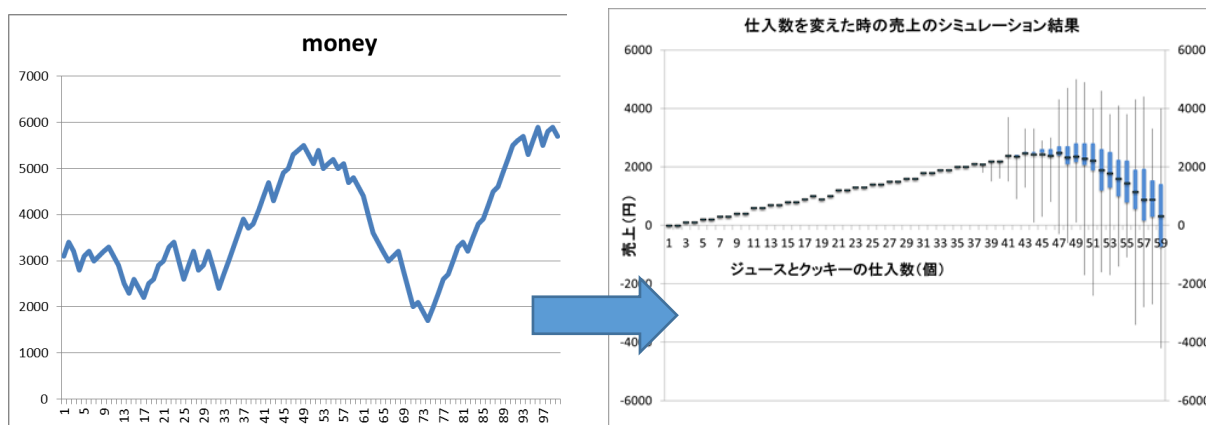


図4 結果の出力グラフの変容 (C)

- ・シミュレーション結果の出力としてのグラフの表現は、1セット試行（100人分）の購買・支払行動をシミュレーションして、手持ち金（つり銭）の変遷を示した折れ線グラフ（図4左図）から、仕入数（ジュースとクッキーを共通として）を0～58まで変化させながら100セット試行（100人分）したシミュレーション結果から得られた売上（ばらつき具合）を示した箱ひげ図（図3右図）と変容した。

〔展開Ⅳ〕：最終提案

○ジュース47，クッキー47，（つり銭4020円）仕入れると，最も（安定して）利益をえることができる。

- ・複数シート構造とし，仕入数固定の100名のシミュレーションのシート1をマクロプログラムで1000回試行し，シート2に売上や利益やそれらの分散などを出力（100名×1000回試行分）した．さらに仕入数を0～58の範囲で変えながら，100名×1000回の試行を51回繰り返した．そして，仕入数毎に集計用のシートをマクロプログラムで自動生成して記録した．
- ・仕入数毎の1000回試行分の計算結果は，仕入数に応じてバラつきに違いがあることに着目し，仕入数毎の出力データ（1000回分）の統計値（平均値・中央値・最大値・最小値・第1四分位数・第3四分位数）を箱ひげ図で表した（図4）． 図4シミュレーションの結果 仕入数毎の売上
- ・この結果をもとに，次のように，提案（シミュレーション）の妥当性や信頼性について検討した．

『仕入数と売れ残り（売買不成立）の関係から利益が最大値をとる仕入数付近のばらつきが大きくなることから，利益の最大値を特定するためには中央値で判断する．』

『マクロを使用して試行回数を増やし，尚且つそこから得られたデータを箱ひげ図にして統計的に分析して結論を出すことができたので，妥当性のあるものになったと考えている．』

『二つの図を合わせて，より利益が高い個数を結論として出すことにした．中央値と平均値は46～48個，箱髭図からは47個が一番安定していることが読み取れたため，それらから総合的に判断して，最終的な結論を47個に決めた．』

(イ) 展開Ⅴにおける生徒の記述（他チームのモデルの操作を通しての深い理解）

【VB1】『また他のグループとモデルを共有することで、新しい発想を得ることができた。今回改善した仕入れ数の変動も他のグループのアイデアを参考にしてできたものであった。今回のシミュレーションでは、多くのことを学ぶことができたと思う。例えば、シミュレーション結果の表現方法（度数分布表を用いる）、普遍性の追求（データの自由自在の入力）、起こりうる可能性の考慮の必要性（マクロを用いて考えられる仕入れ個数全てのパターンを試す）等々。こういったことは今回のシミュレーションに限らずこれから多くの場面で活用していくことができると思う。』（事後、Bチーム）

【VB2】『今回、仕入れ数を1～58まで全てのパターンを調べることで、その個数を仕入れれば最も効果的になるのかということ調べられた。実際に利益を優先しても、売買成立を優先してもクッキーとジュースを50個ずつ買うより、45個ずつや52個ずつ買った方が良いという結果を得られた。仕入れ数1～58個の時の売り上げの度数分布表を全て作成したところ、正規分布に最も近いのは仕入れ数が54/55の時であった。つまりこの二つの仕入れ数は安定的な利益を出しているといえる。』（事後、Bチーム）

【VD1】『Cチームのシミュレーションモデルは1000回試行して妥当性を高めているだけでなく、視覚的表現であるグラフに箱ひげ図を用い、様々なデータを一つのグラフにまとめる工夫を凝らすなど、非常にクオリティの高い作品を作っていました。（中略）そのためそれを改善すべく、Cチームの技能を用い、そして自分たちのチームの発想を用い、CとDの合作をすることで双方の作品を超えるものを作ろうと思ったので、CとDの作品を選択しました。』（事後、Dチーム）

4) 考察

「3) 授業の実際」では、高校生が問題解決のためのモデルを作成しシミュレーションを実行し、その結果を判断の根拠として意思決定する一連の様相を示した。ここでは、本授業における生徒の様相をもとに次の2つの視座で、3の授業の実際の記録などをもとに考察をおこなう。

① 意思決定力に関する授業デザインのフレームワークの視座から

〔展開Ⅱ〕の相互評価①および、それに伴う自己振り返り（改善）においては、『マクロで試行回数を増やした』や『シート構造を利用する』や『箱ひげ図で平均値とばらつき具合を同時に示した』など、具体的な操作に関わるプログラミングの技能や、試行回数と結果の統計的な表現に関わることが主であり、モデルの妥当性そのものを適切に評価するには至っていない。このことは「モデル化やシミュレーションの過程や方法や結果を解釈する」相1（自己限定的）にとどまっていると考えられる。このことは、この授業で作成した評価基準表（表5）の記述語が具体的な操作と密接な関係のある表面的に捉えられる内容に偏っていたことが考えられる。

初期の段階で実装が進んでいたBチームは原提案段階から高評価となり、その後大きな改善にはつながらなかったが、原提案の完成度（評価）が相対的に低かったCチームは他からも改善の方向性を示す指摘がなされ、それを活かした改善がなされていることを考えると、相互評価において適切な指摘がなされれば改善できる可能性があると考えられる。

それに対して、展開Ⅴにおいて、他チームのシミュレーションを実際に操作し、他のモデルを時間かけて具体的に検討する機会を設けることにより、「3. 4. 2 展開Ⅴにおける生徒の記述」にあるように、モデル自体の妥当性や信頼性の吟味がなされただけでなく、「他者による新規の価値観に基づく意思決定を受け入れ、それらを比較・検討し必要に応じてモデルの修正を行い、妥当な意思決定を行う。」他者との相互作用における「C: 数学的—社会的価値認識力」の涵養につながると考えられる。

② 授業デザインの原則の視座から

2) ②で授業デザインとプロセス能力で扱った本教材と数理科学的意思決定力に関する授業デザインの原則の係わりの側面から本授業について考察を行う。

(ア) 「選択肢の創出」について(原則3 [数理科学的选择肢に関する原則])

チーム内で検討したモデルや最終提案で使用した複数の説明モデルが、意思決定の「選択肢」にあたりと考えられる。チーム内では、問題場面を正確に記述することや、モデルの忠実性と実装しやすさのトレードオフを考慮したり、多様なモデルを検討したりする過程が数理科学的意思決定の判断指標となるような「数理科学的选择肢」の設定過程に相当する。例えば、次の生徒の振り返りには、これらの様子が記述されている。

『非定型問題に対処する際は“わかりやすくすること”を意識しなければいけないと考えが変わった。これは他人に説明する際はもちろんだが、シミュレーション自体もわかりやすくする必要があると感じた。なぜならシミュレーションが複雑であればあるほど、欠陥も多くなってきてしまうからだ。こういった問題でミスが一つでもあることは致命的な問題になってしまう。多くの情報をシンプルに纏めることスキルが必要になると感じた。』

(事後, B チーム)

(イ) 「小グループによる合意形成」原則4 [社会的相互作用に関する原則])

チーム内のモデル(選択肢)の創出に際して、グループによる協調的問題解決による「他者との相互作用」により、プロセス能力のモデル化(B1)の相2「多様性の萌芽」で思考し、さらに、相3「社会的」に移行している様子が次の記述からわかる。

『非定型問題を解決するには独自に複数のモデルを作成、考慮したうえで一つのモデルに決定していた。今回も作業に関しては同じことを複数人で行ったが、一人で考える場合とは違い、モデルの多様性から決定に至るまでの議論、最終提案に至るまでの意見の練り合わせなど、一人ではないからこそ可能だった過程がいくつかあった。一人で行うよりも、より多角的に一つの問題を見ることができると、非定型問題は一人で解決するよりも複数人で協力した方が、より有意義で根拠のある解決案を作成することが可能なのではないだろうか。』(事後, C チーム)

5) まとめと今後の課題

本授業実践では、高校生が、意思決定を要する複雑な問題場面を抽象化し単純なモデルを作成し、コンピュータ（表計算）シミュレーションとして実装（乱数で偶発的事象を再現）させ、その結果をもとに意思決定する様相について検討してきた。プロセス能力のモデル化（B1）や解釈・評価（B4）に関して、「多様性の萌芽」の水準で思考し、一部は「社会的」に移行する生徒が見られたことから、「他者との相互作用」を視点として、グループによる協調的問題解決や生徒の自己及び相互による形成的アセスメントを取り入れた授業デザインが、本問題の数理科学的意思決定に対して概ね有効であったことが考えられる。

また、意思決定の過程で、共通教科「情報」と数学科における学習事項の双方を活用することができたことがわかる。具体的には、前者に関しては表計算ソフトのマクロプログラムを活用してモデルをシミュレーションとして実装させる技能や、アンケート調査や情報収集などの情報活用の実践力など、後者に関しては購買行動や支払行動の条件設定に確率の考えを用いたり、モデルの分析やシミュレーション結果の表現において統計を用いたりしたことである。本事例は、それぞれの教科に固有の特徴を生かし問題解決に当たることの有効性を認識させる課題としても期待される。

参考文献

- 山口武志・西村圭一：授業実践による数理科学的意思決定力に関する水準表の記述性および規範性の検証，日本数学教育学会第3回春期研究大会論文集，27-34，2015.
- 西村圭一（研究代表），社会的文脈における数学的判断力の育成に関する総合的研究，平成22-24年度科研費研究報告書，2013.
- 後藤貴裕：一意解のない問題に対処する情報活用能力を育む教材の開発，日本情報科教育学会第8回全国大会講演論文集 57-58，2015.
- 後藤貴裕：問題解決のためのチームプロジェクトの教材化と実践，日本情報科教育学会学会誌，6-1，45-46，2013.
- 後藤貴裕：問題解決型プロジェクトを促す形成的アセスメントの設計と実践，日本教育工学会第30回全国大会講演論文集，755-756，2014.
- 松井泰子・根本俊男・宇野毅明：入門オペレーションズ・リサーチ，東海大学出版，2008.
- OECD教育研究革新センター（編著）有本昌弘（監訳）：形成的アセスメントと学力，明石書房，2008.

4.3 数理科学的意味決定力に関する授業実践報告からの知見

松崎昭雄

(1) 「どのジャガイモを植えたらよいだろうか」では、2つの授業実践に共通な具体的な手だてにより、グループ内での説明モデルの構築に向けて話し合うものの(相1)に止まる様相の他、各相の移行の様相も見られた。小学校の実践では、フレームワーク内のプロセス能力のうち、「B4: 解釈・評価」を想定していた。具体的な手だての1つである「②集団の傾向との対峙から生まれる多様性の萌芽」は、(相3)社会的な説明モデルを構築する上で重要な役割を果たしていた。中学校の実践では、フレームワーク内のプロセス能力のうち、「B1: 数学的定式化」から「B4: 解釈・評価」までを想定していた。そして、具体的な手だての1つである「②立場による基準の設定から生まれる多様性の萌芽」は、(相1)自己限定的もしくは(相2)多様性の萌芽から(相3)社会的なものへの移行において重要な役割を果たしていた。

(2) 「親しみやすいキャラクターをつくろう」では、親しみやすいキャラクターづくりに向けた授業デザインをおこなった。小学校の実践では、フレームワーク内のプロセス能力のうち「B2: 数学的表現」について、(相1)自己限定的な様相の児童が多かったが、グループ内での話し合い等を通じて、(相2)多様性の萌芽や(相3)社会的への移行が見られた。中学校での実践では、親しみやすいキャラクターづくりとして、キャラクターの「目」に限定した議論とともに、オープンな問いの設定の必要性が明らかとなった。

(3) 「リクエスト給食の献立を考えよう」では、フレームワーク内のプロセス能力のうち、「B4: 解釈・評価」に注目していた。献立を選択する際の方法に関する意思決定のプロセスがグループ内での合意形成を図る上で効果的であり、(相3)社会的なものに相当する理由や優先した理由を説明することについて、多くの児童ができるようになっていた。また、授業デザインについては、注目したプロセス能力以外の「B1: 数学的定式化」や「B2: 数学的表現」はあまり意味をなしていなかった。

(4) 「魅力的なアイスクリーム」の実践のうち、小学校での授業実践では、ジグソー法を取り入れた問題解決学習を展開していた。エキスパート活動とジグソー活動を展開する中でのワークシートの工夫とメタ的な対話の視点を設定することで、(相2)多様性の萌芽や(相3)社会的への移行を促していた。高等学校での授業実践では、フレームワーク内のプロセス能力のうち「B3: 数学的推論・分析」に注目して分析をおこなった。複数の質問項目を関連させて分析する活動を採用したことにより、(相1)自己限定的から(相3)社会的への移行が見られた。

(5) 「つり銭はいくら用意する？」では、フレームワーク内のプロセス能力「B1: 情報的定式化」や「B4: 解釈・評価」について、(相2)多様性の萌芽に相当する様相が見られた生徒の他、(相3)社会的な様相への移行が見られた生徒もいた。また、意思決定の過程において、教科「情報」と数学の双方の学習内容等を活用していた実態があった点が特徴的であった。

第5章 数理科学的意思決定力の育成に関する算数・数学科教師の捉え方の傾向 —数理的意思決定における教師教育の視点から—

久保良宏・長尾篤志

本章では、数理科学的意思決定力の育成に関する算数・数学科教師の捉え方の傾向を、教師を対象とする質問紙調査の結果から明らかにするとともに、教師教育への示唆について検討する。小,中,高,中高一貫校の合計 843 名の教師の回答を分析した結果、学校種や問題状況によって捉え方の傾向に違いが見られるものの、「意思決定に関わる問題」についてはおおむね肯定的な傾向が見られた。しかし、このような問題を「好きだ」とするものの、「授業で扱う」ことの肯定的な回答は少なく、また、このような問題が「数学的な資質・能力を伸ばす」ことにつながると捉えている一方で、これを算数や数学で扱うことに否定的な捉え方も見受けられた。教師教育の視点からは「現実性」や「解のオープン性」、そして「価値認識」にも着目した「意思決定に関わる問題」を通して数理科学的意思決定力が育成されることを示していくことが必要であり、このような問題は、「数学教育はどのように行うべきか」を考察する材料になり得ると考えている。

5.1 はじめに

数学教育では「問題解決的な学習」がこれまで以上に強調されている。しかしながら、問題解決という文脈をとりながらも、その文脈で展開される数学的活動は、あくまで既成の数学の追発見を志向するものであり、現実世界の問題を数学的視座から真に考察する数学的活動を経験させるまでには至っていないと考える。

また、算数・数学指導における考察の対象はその多くが確定事象や決定論的事象であり、不確実性事象を取り上げていても、解が一意に決まるものが大半である。(西村, 2013)

このような中で、リアルな問題を子どもに取り組ませた上で、ここから導かれる様々なモデルを数学的に探究し、再利用可能なモデルに高めることが重要である。

筆者らが参画している科研ではこのような視座に立ち、「社会的文脈における数学的判断力」の研究(基盤(B),代表;西村圭一〔平成 22 年度～平成 24 年度〕)を踏まえ、より「価値認識」や「社会的公平性」などに着目して「数理科学的意思決定」について考察してきた(基盤(B),代表;西村圭一〔平成 25 年度～平成 27 年度〕)。これまでの研究では、授業実践から子どもの様相について考察したが、教師についての検討が課題となっていた。

本稿は、教師を対象とする質問紙調査の結果をもとに、算数・数学科教師の数理科学的意思決定力に関する捉え方について検討するものである。具体的には、教師の数学観や数学教育観などに関することと、西村圭一を代表とする 2 つの科研で検討された「意思決定に関わる問題」に関する 4 つの質問に焦点を当て、回答を学校種に着目して量的に分析する。そして、これらの分析を踏まえ、数理的意思決定力の育成を肯定的に捉えた場合の教師教育における課題について検討する。

なお、本稿は平成 27 年度日本数学教育学会春期大会における論考（久保・長尾，2015）を加筆修正したものである。

5.2 調査の方法

本調査は郵送法による質問紙調査によって行われた。調査名は、「算数・数学教育で育成すべき資質・能力に関する調査」である。

調査の対象校は、北海道，東北，関東，北陸・中国，近畿，四国・九州の 6 地区における国・公・私立の小，中，高，中高一貫校（中等教育学校を含む）から層別二段階抽出により抽出した小学校 252 校，中学校 439 校，高等学校・中高一貫校 460 校の計 1151 校である。算数部会の教師や数学を担当している教師に回答してもらうよう，各校に調査用紙を 3 部送付した。

調査用紙の構造は，3つの大項目（「Ⅰ．回答者について[3項目]」，「Ⅱ．算数・数学の授業について[2項目]」，「Ⅲ．算数・数学の授業で扱う問題について[5項目]」）からなる。Ⅰは選択肢か数字等の記入，Ⅱ,Ⅲは選択肢と自由記述で，回答する小項目は計 66 である。

本稿では，Ⅰの「学校種」とⅡ，Ⅲの中の4つの質問に着目する。

Ⅱにおける2つの質問は，次の通りである。

<p>〔1〕あなたは，算数・数学の授業で児童・生徒にどのような問題（教材）を用いていますか。また，理想的にはどうしたいと考えていますか。下の①～⑤について，「実際」「理想」に分けて，もっとも近いものを1つ選んで，その場合を○で囲んでください。なお，「現実的な問題」とは，実生活や社会の解決を要する問題のこととし，それに対して「数学世界の問題」は，実生活や社会の文脈にない問題のこととします。</p>
<p>①教科書の問題を用いる。 ②副教材の問題を用いる。 ③多様な答えが存在する「数学世界の問題」を用いる。 ④多様な答えが存在する「現実世界の問題」を用いる。 ⑤中・高・大学などの入試問題を用いる。</p>
<p>「1.いつもそうだ(80%以上)」，「2.だいたいそうだ(60%程度)」，「3.あまりそうではない(40%程度)」，「4.まったくそうではない(20%未満)」の4肢選択。</p>

<p>〔2〕あなたは，算数・数学教育を通して，児童・生徒が下記の①～⑦の力を身につけることについて<u>現在</u>どの程度重視していますか。また<u>将来</u>どの程度重視すべきだと思いますか。あなたの考えにもっとも近いものをそれぞれ1つ選んで，その番号を○で囲んでください。</p>
<p>① 「数学世界の問題」を解決する力 ② 「現実的な問題」を解決する力 ③ コンピュータを活用しながら「数学の世界の問題」や「現実世界の問題」を解く力</p>

④ 児童・生徒同士で協力しながら「数学の世界の問題」や「現実世界の問題」を解く力
⑤ 算数・数学を通して市民としての教養を高めたり，文化を理解したりする力
⑥ 算数・数学がよりよい社会を築く上で有用であることを理解する力
⑦ 算数・数学が将来の仕事で必要であることを理解する力
「1.とても重要」，「2.重要」，「3.あまり重視しない」，「4.まったく重視しない」の4肢選択.

Ⅲにおける質問〔1〕は次の通りである。

〔1〕 次の〔問題1〕，〔問題2〕は，いずれも，クラスで「千羽鶴」をつくるという場面です。
〔問題1〕 あなたのクラスでは，「千羽鶴」をつくることになりました。学校の休み時間だけを使って折るとすると，折り紙で1000羽の鶴を折るのに，何日かかるでしょうか。どのように考えたかも説明しましょう。
〔問題2〕 さちこさんのクラスも，「千羽鶴」を折ることになりました。さちこさんは，1羽の鶴を折るのに，だいたい1人3分はかかると考えました。そして，学校の給食後の休み時間30分だけを使って，30人の友だちみんなで折るとすると1000羽の鶴を折るのに何日かかるかを考えています。さちこさんの計画だと何日かかるでしょうか。どのように考えたかも説明しましょう。
どちらかの問題で算数や数学の授業を行うとするならば，あなたはどちらの問題を扱いますか。

〔2〕〔3〕〔4〕の問題は，後に示すが，この〔2〕～〔4〕については，は次に示す11の小項目ごとに，「あなたの思っていることにもっとも近いもの」を4脚選択（「ほんとうにそうだ」，「だいたいそうだ」，「あまりそうではない」，「まったくそうではない」）で選ぶものである。

①私はこの問題が好きだ。
②私は授業でこのような問題を扱ってみたい。
③私の授業ではこのような問題を扱う時間がない。
④私の学校の児童生徒の多くは，このような問題で算数・数学を使って何らかの提案ができる。
⑤このような問題を算数・数学を使って解決できる児童生徒にしたい。
⑥このような問題は，児童生徒の数学的な資質・能力を伸ばすのを助ける。
⑦このような問題には，算数・数学の有用性を知らせるという価値しかない。
⑧このような問題は小グループ単位で取り組ませたい。
⑨このような問題は算数・数学の授業で扱う（扱った方がよい）問題である。
⑩このような問題は「総合的な学習の時間」で扱う（扱った方がよい）問題である。
⑪このような問題は学校教育で扱う必要はない。

〔2〕～〔4〕の問題は次の通りである。

〔2〕 次の〔問題〕は、走り幅跳びの選手について考えるものです。

〔問題〕 学校対抗の陸上大会があります。走り幅跳びの選手をあと一人決めなければなりません。

「走り幅跳び」は、1人が3回跳び、その中で最も遠くまで跳んだ人が優勝となります。昨年、一昨年の優勝記録は、次の通りです。

年	2013年	2014年
優勝記録	403 cm	385cm

下の表は、昨日と今日の、ひできさん、ようすけさん、わたるさんの記録です。×の印は、ファール（記録なし）を示しています。誰を選ぶかを、その理由とともに提案しなさい。

【昨日】	1回目	2回目	3回目	4回目	5回目
ひでき	355cm	345	385	360	370
ようすけ	×	375	353	390	365
わたる	400cm	×	315	402	×

【今日】	1回目	2回目	3回目	4回目	5回目
ひでき	×	396	372	375	386
ようすけ	376cm	×	357	386	374
わたる	×	×	×	320	405

〔3〕 次の〔問題〕は、水不足に悩む国への水の配分について考えるものです。

〔問題〕 あなたは、国際支援機関から、水不足に悩むアルジェリア、ヨルダン、トルコの3か国へ「水」の配分を決めるという任務を与えられました。下のデータを用いて、公平な配分方法を提案しなさい。

国	人口(百万人)	農業における 経済活動人口(万人)	面積(km ²)	耕地面積(km ²)	1年間に利用可能な 水(km ²)
アルジェリア	35	316	2,381,740	84,350	12
ヨルダン	6	12	89,320	2,830	1
トルコ	72	817	783,560	242,940	214

〔4〕 次の〔問題〕は、将来の太陽光発電の貢献度について考えるものです。

〔問題〕 持続可能な発展を実現するために、再生可能エネルギーへの期待が高まっています。太陽光発電についても、その性能向上やコスト改善が図られています。2050年に、太陽光発電が日本のエネルギー消費量のおよそ15%をまかなうことができるかについて、必要な太陽光パネルの面積から考えることにします。この面積を見積もるためには、どのような情報が必要で、それをどのように用いればよいかを提案しなさい。

〔2〕（幅跳び）は、児童・生徒にとって極めて身近な場面である。例えば、平均を考える場合、「×」（ファール）のリスクをどのように捉えるか、また、これまでの優勝記録に照らすなどしてどのような選択肢を創出するかが重要である。これに対して〔3〕、〔4〕は、現実的かつ今日的な課題である。〔3〕（水の配分）は、与えられた表やこれに関係するデータを調べるなどして、公平に水の配分方法を多面的に検討するものである。〔4〕（太陽光パネル）は、太陽光パネルの面積を見積もるために必要な情報とその用い方を考えるもので、具体的な情報はまったく与えられていない。

なお、これらの問題は、多様な選択肢の創出、妥当性の検討と可能性の検討、指標の作成などが想定されるものであり、本科研で検討されている「プロセス能力」（B1:数学的定式化、B2:数学的表現、B3:数学的推論・分析、B4:解釈・評価、B5:数学的コミュニケーション、C 数学的 - 社会的価値認識力）に照らして開発されたものである。

5.3 調査結果の概要

教師調査は、平成26年11月から12月にかけて行われ、調査用紙は875名から回収された（回収率25.3%）。本稿では学校種が未回答の32名を除いた843名分の回答が分析の対象となった。回答者の学校種別の人数は、小学校131名、中学校298名、高等学校330名、中高一貫校（中等教育学校を含む）84名である。なお、学校種や地域によって回収数にばらつきが見られるが、おおむね全国的な傾向を捉えることができると考え、本稿では、学校種を中心に検討を加える。

（1）Ⅱについて

Ⅱでは「算数・数学の授業について」、2つの質問で回答を求めた。肯定率（〔1〕は「1.いつもそうだ」と「2.だいたいそうだ」の合計、〔2〕は「とても重要」と「重要」の合計）から検討する。学校種別に「実際」と「理想」、「現在」と「将来」に分けてまとめた結果は、それぞれ表1、表2の通りである。

表1から、授業では90%前後の教師は「教科書の問題」を用いているが、「理想」では「高」「中高」で若干肯定率が下がる。また、「多様な答えが存在する問題」では「③数学世界の問題」は20%台で、「④現実の問題」は「小」が33%、「中」が21%、「高」が12%と、学校段階が上がるにしたがって肯定率は減少する。一方、「理想」は「小」の③、⑤を除き、どちらも50～60%台まで肯定率が上がる。

表 1 授業で用いる問題（教材）（%）

Ⅱ 〔1〕	小		中		高		中高	
	実	理	実	理	実	理	実	理
①教書	95	92	90	88	89	83	86	80
②副本	40	51	48	59	54	70	62	76
③多;数	21	36	27	64	20	50	23	60
④多;現	33	63	21	64	12	52	13	58
⑤入試	4	11	38	50	23	51	51	67

表 2 身につける力の重要度（%）

Ⅱ 〔2〕	小		中		高		中高	
	現	将	現	将	現	将	現	将
①数学	56	59	76	81	70	77	79	87
②現実	85	92	73	88	58	87	70	90
③コン	32	63	28	67	22	65	27	76
④協力	82	92	69	85	52	86	55	85
⑤教養	51	71	38	59	38	65	48	73
⑥社会	69	83	61	85	59	83	67	87
⑦仕事	77	89	64	80	54	76	68	85

表 2 の児童・生徒が身につける力をどの程度重視しているかに関しては、「①数学世界の問題を解決する力」と「②現実世界の問題を解決する力」を比べると、①の肯定率の方が高いのは「中」「高」「中高」の「現在」である。「③コンピュータを活用しながら解く力」は、「現在」は 30%前後であり、「将来」でも 65%前後である。「④協力しながら解く力」は、「現在」では「小」の 82%が最大であり、学校段階が上がるにしたがって肯定率は減少し、「高」では 52%である。一方、「将来」はいずれの校種でも 90%前後となる。「⑤市民としての教養や文化の理解」は、「現在」は最大でも 51%で、「将来」でも 73%である。「⑥よりよい社会を築く上で有用であることへの理解」と「⑦将来の仕事が必要であることへの理解」は、「現在」では「高」は 50%台であるが他は 70%前後で、「将来」では 80%前後となる。

(2) Ⅲ〔1〕（千羽鶴）の問題について

質問〔1〕の結果は、表 3 の通りである。

表 3 「千羽鶴」の問題の反応率（%）

Ⅲ〔1〕	小	中	高	中高	全体
問題 1	35.9	44.6	50.3	44.0	45.4
問題 2	60.3	54.0	47.0	50.0	51.8

〔1〕では、2つの問題のどちらを授業で扱うかを質問した。「高」以外は、具体的な条件が与えられている〔問題2〕の反応率が高く、特に「小」は、〔問題2〕の方が〔問題1〕よりも約24ポイント高い。

また、この質問では、選択した理由について簡単な自由記述の形で回答を求めたが、この回答を類型化したところ、おおむね次表に示すA～Dに分類することができた。これを学校種別に量的に集計した結果は、表4の通りである。

表4 〔問題1〕〔問題2〕の選択の理由(%)

〔問題1〕を選択		〔問題2〕を選択			
【A：資質・能力に関するもの】					
1-1：身につけなければならない力である等	小	2.4	2-1：学校教育の場としては〔問題2〕で充分である等	小	7.1
	中	2.0		中	6.1
	高	3.4		高	6.6
	中高	3.8		中高	6.3
【B：数学観・数学教育観等に関するもの】					
1-2：多様な考え方や考えを深められる等	小	11.1	2-2：〔問題2〕は数学的、〔問題1〕は指導内容ではない等	小	27.0
	中	17.6		中	16.6
	高	17.8		高	16.9
	中高	13.9		中高	22.8
【C：問題の現実性に関するもの】					
1-3：場面が現実的である等	小	7.1	2-3：〔問題1〕は取り組み難く、解決困難である等	小	22.2
	中	6.4		中	17.3
	高	5.3		高	16.3
	中高	6.3		中高	13.9
【D：指導観・授業観に関するもの】					
1-4：興味、関心、話し合いながら解決できる等	小	11.1	2-4：時間がかかり過ぎる等	小	6.3
	中	18.0		中	10.5
	高	21.6		高	6.6
	中高	20.3		中高	5.1

〔問題1〕を選択した理由としては、「1-4」と「1-2」は10～20%前後と比較的高いが、「1-1」（身につけなくてはならない力）は3%前後と極めて低い。

〔問題2〕を選択した理由としては、「2-2」（数学的である）と「2-3」（取り組み難く解決困難）が14～27%で比較的高い。これには、教師の数学観や数学教育観等の違い、特に、現実的な問題に対する考え方の傾向が現れていると考えられる。

なお、表4には示していないが、教師の力量を理由とする回答（「〔問題1〕は自信がないがこうした授業を行いたい」、「〔問題1〕で授業を行う自信がない」）は極めて少なかった。

(3) Ⅲ〔2〕～〔4〕の問題について

質問〔2〕，〔3〕，〔4〕については，前述の4肢選択の肯定率（「ほんとうにそうだ」と「だいたいそうだ」の合計）から検討する。

①「私はこの問題が好きだ」について

問題ごとの肯定率は，表5の通りである。

表5 ①の肯定率(%)

①	小	中	高	中高	全体
〔2〕 幅跳	63.3	64.4	56.7	59.5	60.8
〔3〕 水配	61.8	56.0	63.0	65.5	60.7
〔4〕 太陽	52.0	54.0	60.6	66.6	57.5

学校種を問わず，「意思決定に関わる問題」に対する教師の反応はおおむね肯定的であると捉えられる。ただし，問題状況に依存している傾向が見られ，「小」「中」の〔2〕の肯定率は6割を超えるが，社会的な問題状況である〔3〕，〔4〕はやや減少する。一方，「高」「中高」では〔3〕，〔4〕が〔2〕より肯定率が高い。

②「授業で扱ってみたい」について

問題ごとの肯定率は，表6の通りである。

表6 ②の肯定率(%)

②	小	中	高	中高	全体
〔2〕 幅跳	56.4	63.1	44.9	51.2	53.7
〔3〕 水配	46.6	49.3	48.2	59.5	49.5
〔4〕 太陽	36.7	43.7	43.4	47.6	42.8

①に比べて肯定率は低い。特に〔4〕（太陽光パネル）は肯定率が低く，①との差が約10～15ポイントある。

③「扱う時間がない」について

問題ごとの肯定率は，表7の通りである。

表7 ③の肯定率(%)

③	小	中	高	中高	全体
〔2〕 幅跳	53.4	58.4	71.2	58.3	62.7
〔3〕 水配	63.1	63.1	72.5	60.7	66.6
〔4〕 太陽	68.7	65.4	72.5	67.9	69.8

全体では65%前後であり，特に「高」はどれも70%を越える。②と合わせてみると，「扱ってみたい」が「時間がない」といった実態を読み取ることができる。限られた時間数の中で，このような「意思決定に関わる問題」を指導計画に位置づけることの難しさがあると考えられるが，「中高」は「高」に比べ10ポイントほど肯定率が低い。

④「何らかの提案ができる」について

問題ごとの肯定率は，表8の通りである。

表 8 ④の肯定率(%)

④	小	中	高	中高	全体
〔2〕幅跳	26.0	23.8	24.5	33.3	25.4
〔3〕水配	21.4	21.5	25.1	29.7	23.6
〔4〕太陽	16.8	19.8	22.5	28.5	21.2

最大でも約 33%であり、特に〔4〕（太陽光パネル）は低い。このような問題に対して、何らかの提案ができる児童生徒が少ないと考えている教師が多いことがわかる。

⑤「解決できる児童生徒にしたい」について

問題ごとの肯定率は、表 9 の通りである。

表 9 ⑤の肯定率(%)

⑤	小	中	高	中高	全体
〔2〕幅跳	85.5	82.5	77.6	76.2	80.5
〔3〕水配	85.5	78.9	78.4	85.8	80.4
〔4〕太陽	71.7	72.5	76.6	85.7	75.4

④の肯定率が低かったのに対し、⑤では「小」「中」「中高」で 8 割を越えるものもある。「意思決定に関わる問題」が解決できる子どもを育てることには肯定的である。

⑥「数学的な資質・能力を伸ばす」について

問題ごとの肯定率は、表 10 の通りである。

表 10 ⑥の肯定率(%)

⑥	小	中	高	中高	全体
〔2〕幅跳	81.7	78.5	78.1	64.2	77.5
〔3〕水配	90.1	78.2	81.5	78.6	81.3
〔4〕太陽	72.5	73.8	77.0	75.0	74.9

64%から 90%までと幅があるが、特に「小」で、国際的な問題状況である〔3〕の肯定率が比較的高いことが特徴的である。

⑦「数学の実用性の価値しかない」について

問題ごとの肯定率は、表 11 の通りである。

表 11 ⑦の肯定率(%)

⑦	小	中	高	中高	全体
〔2〕幅跳	11.5	12.1	14.2	14.3	13.0
〔3〕水配	13.7	12.4	10.0	14.3	11.9
〔4〕太陽	13.0	9.8	9.7	15.5	10.8

どれも 10%前後の肯定率である。すなわち、90%前後の教師が、社会的文脈の問題を算数・数学を使って解決することの重要性を認識していることがわかる。

⑧「小グループで取り組ませたい」について

問題ごとの肯定率は、表 12 の通りである。

表 12 ⑧の肯定率 (%)

⑧	小	中	高	中高	全体
〔2〕 幅跳	67.2	80.2	80.9	76.4	78.1
〔3〕 水配	67.9	77.8	81.1	79.8	78.0
〔4〕 太陽	65.6	77.2	78.8	78.6	76.2

「小」は最大でも約 68%であるが、他は 80%前後である。数理科学的意思決定力の授業では、すべての子どもがその過程に参画し選択肢を創出すること、そして他の選択肢の背景にある価値観等を理解した上でそれらを比較・検討し、文脈に即して合意形成を図り、意思決定を行うことになる（西村，2014）。その場合、ペアで選択肢を創出し、いくつかのペアを束ねたグループで選択肢を洗練する段階が重要であることを強調したい。

⑨「算数・数学で扱った方がよい」について

問題ごとの肯定率は、表 13 の通りである。

表 13 ⑨の肯定率 (%)

⑨	小	中	高	中高	全体
〔2〕 幅跳	71.0	67.8	58.8	58.4	63.7
〔3〕 水配	56.5	55.1	55.1	54.7	56.0
〔4〕 太陽	44.1	47.7	48.2	46.4	47.2

「小」「中」では、〔2〕（幅跳び）は 70%前後であるが、他は 50%前後である。特に〔4〕（太陽光パネル）は肯定率が低い。半数近い教師は算数・数学の授業で扱う内容ではないと捉えている。ここには、“どこに算数・数学があるのか”，“どんな算数・数学があるのか”との指摘もあると考えられる。

⑩「総合的な学習の時間がよい」について

問題ごとの肯定率は、表 14 の通りである。

表 14 ⑩の肯定率 (%)

⑩	小	中	高	中高	全体
〔2〕 幅跳	12.3	19.1	41.2	39.3	28.7
〔3〕 水配	33.5	28.8	49.1	59.5	40.5
〔4〕 太陽	38.2	38.6	56.6	63.1	48.0

「小」「中」と「高」「中高」で違いが見られる。特に「高」「中高」では、国際的や公共的な問題状況である〔3〕，〔4〕については「総合的な学習の時間」での扱いに肯定的である。

⑪「学校教育で扱う必要はない」について

問題ごとの肯定率は、表 15 の通りである。

10%前後の肯定率である。また、表中には示していないが、否定的反応である「まったくそうではない」の反応率は、全体では〔2〕が 48.3%，〔3〕が 42.5%，〔4〕が 41.4%であり、どれも 40%を超える。

表 15 ⑪の肯定率 (%)

⑪	小	中	高	中高	全体
〔2〕 幅跳	10.7	7.7	6.6	10.8	8.3
〔3〕 水配	13.8	9.1	6.0	13.1	9.0
〔4〕 太陽	15.3	10.4	7.6	9.5	10.0

5.4 教師の傾向と教師教育的視座からの検討

本調査の結果から、学校種や問題状況によって捉え方の傾向には違いが見られるものの、「意思決定に関わる問題」についてはおおむね肯定的な傾向が見られた。しかし、条件を自ら設定する問題は数学的ではないと捉える教師も少なくない。また、このような問題は「好きだ」とするものの、「授業で扱う」ことの肯定率は低下する。さらに、「数学的な資質・能力を伸ばす」ことにつながるとする一方で、「算数・数学で扱う」ことに否定的な捉え方も見受けられた。また、約9割の教師は「意思決定に関わる問題」の学校教育の意義について認識しているが、教科横断的な側面も多いことから「総合的な学習の時間」で扱うことに肯定的な考え方もある。

ここには、上記3(3)⑨でも触れたように、「意思決定に関わる問題」の解決に必要な算数・数学の内容が関係していると考えられる。本調査で挙げた「意思決定に関わる問題」は、数学的な内容が高度というわけではない。しかし、これまでの授業実践では、児童・生徒自らが確率的な要素を取り入れたり決定木を導入したりするなどして、より洗練された選択肢が創出されていたことを記しておきたい。なお、筆者らの研究では、「数理科学的意思決定」を数学教育において具体化することを目指しているが、「総合的な学習の時間」においての実践も視野に入れて検討している。「総合的な学習の時間」で扱うことは、算数・数学の重要性をより顕在化させることにもつながると考えている。

ところで、表1, 2で示したように、算数・数学科教師は、日々の授業において「多様な答えが存在する問題」を用いることは少ないものの、「理想」として示されたように6割近い教師がその重要性を認識している。さらに学校種を問わず、児童・生徒が身につける力として、「現実世界の問題」を解決する力について9割近い教師が将来的には重視すべきであると捉えている。しかしその一方で、「教養や文化」、「社会の構築」、「将来の仕事」に関わる力の重要度は学校種において差があり、また、「コンピュータの活用」、「協力しながら解く」は学校種によってはあまり重視されていない傾向にある。これらは数理科学的意思決定力の育成に関する今後の検討課題の一つである。総じて、「意思決定に関わる問題」を算数・数学の問題と捉えるか否かの認識の違いが根本にあると思われる。

「数理科学的意思決定」は、文脈依存で価値観付与型のプロセスであり、提示する問題状況に対して当事者が価値を付与する必要がある一方で、ある程度の汎用性(転移可能性)が見込めるものであることが必要である。このような力は、21世紀を生きる子どもたちに求められる能力であることを、算数・数学科教師は再認識する必要があると考える。

「意思決定に関わる問題」は、児童・生徒を取り巻く現実の問題を、数学的視座から真に考察する数学的活動につながるものであることを強調したい。

5.5 教師教育への示唆

これまでの検討を踏まえ、最後に教師教育への示唆について考察したい。第1点は数学教育観に関して、第2点は教材研究に関して、第3点は指導の在り方に関して、である。

(1) 数学教育観に関して

「確かな学力」とは、「基礎・基本を確実に身に付け、自ら課題を見付け、自ら学び自ら考え主体的に判断し行動しよりよく問題を解決する資質や能力」のこととされている。また、確かな学力を育てるために、知識や技能の確実な習得と知識や技能を活用して問題を解決することの重要性が指摘されている。前項で述べた「多様な答えが存在する問題」に対する教師の重要性の認識は、このような教育界での動向に影響されたものとも考えられる。ただ、実際には「多様な答えが存在する問題」が授業で取り上げられることはあまりない。それは、そのような問題にこれまで触れてこなかったということが最も大きな理由であると考えられる。本研究では、問題例に併せて指導の実際及び授業のフレームワークを提示しているので、教師教育で十分活用することができる。

算数・数学で基礎・基本を身に付けることの大切さを否定する人はいないが、学校では計算力や高校・大学の入試問題を解くための知識や技能の習得に矮小化される傾向もある。例えば、三角比を活用して計量をする場合も実測するより数学の問題として与えられたものを解くことが多い。したがって、実際場面での細々（こまごま）とした工夫は経験しないので、問題に与えてある条件の意味に考えが至らず、深い理解とならないことも少なくないと思われる。

英語の *mathematics* は元来「学ばれるべきもの」という意味である。具体的な内容は変わったとしてもギリシャ時代から数学が「学ばれるべきもの」として教育内容とされてきたのは、様々な場面の問題解決に数学が必要とされ、同時に他の学問の規範となったからだろう。学校教育を通して現在の算数・数学の見方が偏ったものになっているのであればそれは変えていくことが必要である。教員養成段階であれ教員研修の場であれ、本研究は、その成果を活用することを通して教員志望者や教員の数学観を揺さぶり、「数学教育はどのように行われるべきか」を考察する材料になり得ると考えている。

(2) 教材研究に関して

小学校算数の内容は生活との結びつきが強いが、中学校、高等学校と進むにつれて数学の内容は生活と離れていくように感じるが多い。それが中学生や高校生が数学に興味をもたなくなる原因の一つであるが、実際には、生活の中には高度な数学があふれている。例えば、数学の知識や技能を使わず家電製品はほとんど製作することはできないのは明らかであろう。算数や数学の実用的性格を理解させ算数・数学学習に対する意欲を高めるためにも、児童・生徒の生活と学習内容を結び付けることを考えていくことは大切である。

小学校算数の内容と生活を結び付けることは比較的容易である。中学校数学や高等学校数学の内容を生活に結びつけるのは容易とは言い難いが、現行の学習指導要領では中学校数学にも、高等学校の数学Ⅰと数学Aにも「課題学習」が設けられており、その趣旨を生かすためにも普段から生活と学習内容の結びつきについては意識しておく方がよい。例えば、修学旅行で1日、生徒にグループ別行動を行わせるとき、出発時間と到着時間を決め

その間の行動を計画させる。自分たちの行動目的を考え、訪問する各施設での滞在時間や移動距離や移動時間を考えさせることになるが、そのような場面を捉えて教材化することを考えてみる。また、ある運動部を強化させるために、そのスポーツではどのようなチームが強いのかを統計データを用いて考察し、運動部を強化する練習メニューを提案させることを考えてもよい。

教員養成段階で数理的意思決定に関わる問題作成の経験は、算数・数学のそれぞれの内容が生活の場でどのように活用されるか、また、生活場面での問題はどの程度の算数・数学の内容を活用して解決できるかを知ることになり、教材に対する見方が豊かになる。また、教員研修での本研究の活用は、教科書に閉じ込められない数学の多彩な側面を知ることにつながるとともに ICT を活用して数学を作っていくことにもつながると考えている。

現在、数学研究において ICT は積極的に活用されているが、学校、特に中学校や高等学校では ICT の活用は一部の教師に限られている。生徒の生活の中にはスマートフォンやタブレット型のコンピュータが普通に存在しており、計算やグラフ描画なども容易にできる時代である。このような時代にあってどのような内容に重点をおいて算数・数学教育を行うか、教材としてどのようなものが相応しいかを考察し、提案することはますます重要になっている。

(3) 指導の在り方に関して

現行の学習指導要領では、言語活動の充実が強調されており、平成 27 年 8 月 26 日に取りまとめられた教育課程企画特別部会の論点整理では、いわゆる「アクティブ・ラーニング」として主体的・協働的な学びが強調されている。協働的な学びは、対話を通してより深い学びに到達したり、新たな価値を生み出したりする活動である。本研究で意図している数理的意思決定は、算数・数学の知識や技能を活用して処理はするが、条件の選択・設定によって多様な結果が得られるため、対話によって合意形成を行わなければならない。条件の選択・設定では、それぞれ個人の価値観が強く反映するので、考えを表出する中で自分自身あるいはクラスメイトのこれまで知らなかった側面に気付くこともあるだろう。また、合意形成をする過程で、「平均値は一体何を表しているのか」など算数・数学の知識などの意味を再検討することにつながることもある。今回、具体的に提示した内容にあまり難しいものは含まれていないが、算数・数学の知識の意味を再検討する場面に至るものも含まれている。再検討の場面では、教師が解答を与えるより児童・生徒の考えを整理し問題点を明確にしてさらなる議論を促すようにした方がよい。それが、算数・数学の知識などについて、対話を通して児童・生徒を深い理解へと導くと考えている。

本稿では、教師を対象とする質問紙調査から教師の「意思決定に関わる問題」の捉え方の傾向について分析した。その結果、数理科学的意決定力を育成することを肯定的に捉えた場合、「意思決定に関わる問題」を算数・数学の問題と捉えるかということに根本的な課題があると考えられた。これには学校種に応じた問題状況を求める声もあろうが、これまでの私たちの実践授業から、同一の問題状況でも、児童・生徒は学校段階に応じた選択肢を創出しこれを洗練させていく活動がみられた。「数理科学的意決定力の育成」に着目した授業実践の可能性は、教師の数学観や数学教育観等に依存していると考えられる。

本研究の今後の課題としては、本調査の自由記述の分析を通して、教師の捉え方の傾向をさらに検討することであると考えている。

なお、本調査の集計は、北海道教育大学大学院生の太刀川祥平君の協力を得てなされた。

5.6 おわりに

本章では、教師を対象とする質問紙調査から教師の「意思決定に関わる問題」の捉え方の傾向について分析した。その結果、数理科学的意思決定力を育成することを肯定的に捉えた場合、「意思決定に関わる問題」を算数・数学の問題と捉えるかということに根本的な課題があると考えられた。

これには学校種に応じた問題状況を求める声もあろうが、これまでの私たちの実践授業から、同一の問題状況でも、児童・生徒は学校段階に応じた選択肢を創出し、さらにこれを洗練させていく活動がみられた。「数理科学的意思決定力の育成」に着目した授業実践の可能性は、教師の数学観や数学教育観等に依存していると考えられる。

「現実性」や「解のオープン性」、そして「価値認識」にも着目した「意思決定に関わる問題」を通して数理科学的意思決定力を育成することが重要であると考えられる。

これらの検討から、前項では教師教育への示唆として、数学教育観、教材研究、指導の在り方の3点からまとめた。数学教育観に関しては、「数理科学的意思決定」の問題は「数学教育はどのように行われるべきか」を考察する材料になり得るということ、教材研究に関しては、算数・数学のそれぞれの内容が生活の場でどのように活用されるか、また、生活場面での問題はどの程度の算数・数学の内容を活用して解決できるかを知ることになり、教材に対する見方が豊かになること、指導の在り方に関しては、必然的に協働的な学びに向かうことなどである。これらは、算数・数学科の教師教育だけでなく、教員養成の段階から着目すべき点であると考えられる。

「数理科学的意思決定」における教師教育や教員養成については今後、本章で考察した調査の自由記述の分析を通して、教師の捉え方の傾向をさらに検討することが必要であると考えている。

なお、本調査の集計は、北海道教育大学大学院生の太刀川祥平君の協力を得てなされた。

引用・参考文献

久保良宏・長尾篤志(2015), 「数理科学的意思決定力の育成に関する算数・数学科教師の捉え方」, 日本数学教育学会, 第3回春期研究大会論文集, pp.43-50.

西村圭一(2013), 『社会的文脈における数学的判断力の育成に関する総合的研究』, 科研報告書.

西村圭一(2014), 「数理科学的意思決定力を育む数学教育の展望」, 日本数学教育学会『第2回春期研究大会論文集』, pp.61-64.

第6章 成果と今後の課題

本研究の目的は、複雑な社会的文脈において数理科学を用いて意思決定を行う、数理科学的意思決定力を育成するための教材開発の観点や授業デザインの原則を提案し、それらの実践可能性を実証的に検討するとともに、そのような授業実践を行うための教師教育に関する示唆を得ることであった。

第1章では、「数理科学的意思決定」の過程を、「意思決定を要する現実世界の問題を数学的に定式化し、数学的处理を施し、数学的結果を得る過程を辿り、複数の選択肢を創出した上で、その中から、根拠を明確にしながら合意形成を図り、何らかの決定を行うこと。」とした。このような数理科学的意思決定を要請する問題場面では、一つの正解が予定されている訳ではなく、否応なく社会的価値観や個人的価値観が関わり、それらの価値観に応じて数学が選択・使用・解釈されることになる。価値観のような人間の感情が関わるような問題は扱う必要はなく、あたかも世の中から独立した中立な事象を考察しているかのように振舞ってきた従来の算数・数学教育とは質の異なる算数・数学教育を指向することを明確にした。そして、このことから、数理科学的な客観的な正しい答えに導くプラトン主義的な算数・数学教育観ではなく、子どもたちが学級という社会で、子どもや教師との「対話」を通して自らの数学を構成していく社会的構成主義に立つことが要請されることも明確にした。「対話」は、その参加者が互いに前向きな妥協点を見出していくという特性、他者の発話に自分の考えを付与することで、新たな自分の考えを創造していくという特性をもつものであり、それは数理科学的意思決定の授業デザインにおける「他者との相互作用」の活用に含意される。そして、「他者との相互作用」により、友達の価値観を知り、価値観の多様性を知り、さらには、交流を図ることにより、「価値観の相対性」の状態にすることが意図されることを明確にした。加えて、このことは、価値観の変容をも意図することになり、批判的思考における「価値」を広げることとも共通することを示した。

次に、社会的な意思決定に目を向け、期待利得最適化に基づく意思決定を例に挙げ、許容される選択肢の中でどれを選ぶのかについては、「政治的に力のある集団」に任されることが多いが、社会全体の期待価値を最大にする基準と同様に、社会構成員の中で期待価値最小の者の期待価値を最大化する基準などが権力者によっても配慮される必要があることを論じ、本研究は、そのようなプロセスに参画したり、数理を用いて批判的に検討したりできる市民の育成に貢献しうるものであることを示した。

また、意思決定の対象とする文脈が科学技術に関わる場合は、そのプロセスには、数理科学のみならず「科学」や「技術」も、当事者の価値観を伴って関係することになる。「科

学」や「技術」のアプローチも加えることは、数理科学的意味決定力の質を高めることになりうることを示した。

第2章では、授業デザインや児童・生徒の能力変容に関する指標として、「授業デザインのためのフレームワーク」を提案した。それは、数学的定式化、数学的表現、数学的推論・分析、解釈・評価、数学的コミュニケーションの5つからなる「プロセス能力」と「数学的・社会的価値認識力」といった下位能力群を縦軸としつつ、それらの変容を「自己限定的」「多様性の萌芽」「社会的」の3相でとらえようとするものである。また、この変容を推し進める要因として「他者との相互作用」の軸を設定した。その上で、「数理科学的意味決定力に関する授業デザインの原則」を提起した。

数理科学的意味決定力に関する授業デザインの原則

原則1 [問題状況に関する原則] :

現実的な問題解決となるように、オープンエンドで実生活の問題を取りあげる。

原則2 [授業目標に関する原則] :

各授業において育成するプロセス能力や数学的・社会的価値認識力を「授業デザインのためのフレームワーク」に基づいて明確にする。

原則3 [数理科学的選択肢に関する原則] :

数理科学的意味決定の判断指標となるような「数理科学的選択肢」の設定過程を重視する。

原則4 [社会的相互作用に関する原則] :

小グループやペアによる問題解決、教室での合意形成をできるだけ取り入れる。

原則5 [評価に関する原則] :

児童・生徒の活動や授業を「授業デザインのためのフレームワーク」に基づいて評価し、授業改善や新たな授業のデザインのための示唆を導出する。

さらに、こうした理論的枠組みに基づいてデザインされた授業例を報告、考察し、理論的枠組みが授業デザインや児童・生徒の活動の分析、授業の改善点の導出にあたって、一定程度、機能することを例証した。

第3章では、数理科学的意味決定力を育成する授業において用いる教材を開発するための5つの観点として、(ア)問題状況、(イ)プロセス、(ウ)選択肢の創出、(エ)合意形成、(オ)数学的・社会的価値を提起し、具体的に検討した。本研究の基盤となっている『社会的文脈における数学的判断力の育成に関する総合的研究』（平成22年度～平成24年度）では、算数・数学科という教科の枠の中に、「数学的判断力」の育成に資する「授業づくり」を中心に据えて研究を進めてきた。これに対して、本研究では、教科の枠を意識せずに、「数理科学的意味決定力」の育成を図ることを第一義とした。1.7で挙げたEUのCOMPASSプロジェクトの、環境問題という社会にも議論がわかれるテーマについて教科横断的に探究し自分なりの結論を示す、という発想が刺激になったことは言うまでもない。

第4章に示した実践授業で用いた教材は、学校や地域といった身近な文脈における意思決定を数時間単位で扱うもので、問題の文脈や意思決定のプロセスに教科横断的な視点を含むものとなっている。

第4章に示したようにそれらの実践授業では、児童生徒は予想を上回る価値観を表出し、多様に、活発に思考していた。いくつかの教材（題材）については異なる校種で授業実践を行い、同一の問題状況でも、児童・生徒は学校段階に応じた選択肢を創出しこれを洗練させていく活動が見られた。これらにより、授業デザインのためのフレームワークや授業原則の実践可能性を例証するとともに、特に、他者との相互作用が学級における合意形成をしていく過程で大きな影響を与えることを示した。さらに、ジグソー法、グループによる協調的問題解決、生徒の自己及び相互による形成的アセスメントを取り入れた授業デザインも、数理的意意思決定における「他者との相互作用」や「対話」の促進につながり、数理的意意思決定力の育成において有効になり得ることを事例的に論じた。一方で、授業において、児童生徒が用いた算数・数学の「内容」は、授業対象の学年の学習内容に対して平易なものだった。この点に関する、数理科学的意意思決定の授業を継続的に行ったときの児童・生徒の変容を明らかにすることは今後の課題である。

第5章では、判断や意思決定を要する問題の意義や必要性を認めつつも、授業実践することには躊躇する教師が少なくなく、その背景には「意思決定に関わる問題」を算数・数学の問題と捉えるかということに根本的な課題があることがわかった。「数理科学的意意思決定力の育成」に着目した授業実践の可能性は、教師の数学観や数学教育観等に依存していると考えられる。教師教育において、「現実性」や「解のオープン性」、そして「価値認識」にも着目した「意思決定に関わる問題」を通して数理科学的意意思決定力が育成されることを示していく必要がある。

今後の課題は、第一に、子どもたちの学びの特性や教師の指導の工夫の有効性を明らかにし、「子どもの学びの理論化」「教師の指導の工夫の理論化」を図ることである（1.2（7）参照）。そのために、今回の実践授業と同じ授業を行って、その授業過程や子どもの反応をより詳しく収集・分析するとともに、数理科学的意意思決定の授業を定期的に行った際の児童・生徒の様相を明らかにしたり、実践授業で使われたのと同じ課題を筆記形式で調査し分析したり、子ども二人また数名にその問題で討議させながらその様子を観察・記録したりする必要がある。

第二に、カリキュラムへの位置づけである。数理科学的意意思決定をすべての子どもを対象にした「学習領域」として設定したいという思いがある。算数・数学科における「課題学習」や、「総合的な学習の時間」の一部ともなり得るもので、「課題の発見と解決に向けて主体的・協働的に学ぶ学習」の場にもなり得ると考える。

第三の課題は、カリキュラムと表裏の関係にある「評価」である。数理科学的意思決定力は、中・長期的に発達していくものであり、また文脈依存性もあるので、意思決定のプロセス全体を、質的に、多面的に評価する必要がある。また、授業を基盤としてなされるもので、ペーパーベースのテストで測ったり、評語化したりすることを志向するものではない。第2章で提示した授業デザインの原則5（「授業デザインのためのフレームワーク」に基づく評価の原則）は「形成的アセスメント」、すなわち、学習者のいまいる場所（フィードアップ）、行くべき場所（フィードバック）、そこへの行き方（フィードフォワード）を教師と学習者が把握し、学習者の変容に役立てる評価を視座とするものであるが、学習者自身が把握し、自身で改善を図るという点に関しては課題が残されている。また、このような評価が実効性をもつためには、「評価は教師が行い児童・生徒へ伝えるもの」という評価感を脱却する必要もあり、これは教師教育上の課題でもある。

第四の課題は、このような評価も含む、数理科学的意思決定の授業を行うための教師教育の具体化である。「数理科学的意思決定」の問題は「数学教育はどのように行われるべきか」を考察する材料になり得るということ、教材研究に関しては、算数・数学のそれぞれの内容が生活の場でどのように活用されるか、また、生活場面での問題はどの程度の算数・数学の内容を活用して解決できるかを知ることになり、教材に対する見方が豊かになること、指導の在り方に関しては、必然的に協働的な学びに向かうことなどである。ここでは、数学をできあがった知識としてではなく、生成の過程として指導することが求められる。これらは、算数・数学科の教師教育にだけでなく、教員養成の段階から着目すべき点であると考えられる。

付録1 教材集

(1) 運動会の赤白分け

青山 尚司

もうすぐ運動会です。先生は、このクラスのみんを赤組と白組に分けようとしています。クラスのみんが納得するように2つに分けるには、どのようにしたらよいでしょう。

本事例は、児童が複数の項目を考慮して1つの集団を2つの集団に分け、自分と他者の分け方を比較しながら、重みづけの仕方や結果の妥当性を評価する活動である。

具体的には、運動会前に学級を赤白2つの集団に平等に分けるという設定である。走力という1つの項目の平均だけではなく、体格や男女比、リレーの選手の走力や応援団員の構成といった項目を比べても均質になっているように調整する中で、既習である平均の活用がなされていく。運動会の赤白分けは、多くの小学校で一般的に行われ、学級を赤、白の2つの組に分ける場合が多い。児童がどのような項目に重みづけをして分けるのかを意思決定し、その分け方の妥当性を主張するために説明モデルを構築していくことをねらっている。

① 現実場面や経験から自己内の意思決定を行う

問題場面に出会ったとき、児童はまず、走力が同じになるように分けることを考える。そのアイデアを引き出した上で、2つのチームの100m走の平均タイムが同じになるように実際に分けていく活動を行う。架空の学級の児童をマグネット付きの個票にしておき、話し合いながら黒板上で2つの集団に分けていく。その際に、それぞれが電卓を用いて合計タイムが同じになるように計算しながら操作をする。架空の学級は児童数28名、男子16名、女子12名とした。この数値は、赤白14名ずつとなり、騎馬戦において男女ともに4名ずつに分けることができるようになっている。

② 集団検討の中から多様性の萌芽をうながす

100m走のタイムの平均で分けたことの妥当性を吟味することで、運動会の種目が何かを知る必要感を高める。そこで、100mの徒競走の他に、騎馬戦や選抜リレー、応援合戦などの種目を提示し、改めて平均タイムのみで分けた編成を見直す。それぞれが走力だけに着目した分け方を改善し、自分の分け方をしてみたいという意欲を高める。ここでは、

架空の学級における記録表

番号	性別	100m走タイム	体格
1	男	21.1	大
2	女	20.9	大
3	女	19.1	中
4	女	18.4	小
5	男	17.6	中
6	女	19.3	中
7	女	23.4	大
8	男	16.8	中
9	女	18.9	中
10	男	20.9	小
11	男	18.1	中
12	女	17.6	中
13	女	18.2	小
14	男	18.1	中
15	男	17.1	中
16	女	21.2	小
17	女	18.7	中
18	女	19.9	中
19	男	16.9	大
20	男	18.5	小
21	男	20.2	中
22	女	19.2	中
23	男	17.1	小
24	男	17.9	小
25	男	20.3	小
26	男	19.1	大
27	男	16.6	大
28	男	18.5	中

種目名だけでなく、各種目の順位による得点を示すことで、重みづけへの着想を引き出す。応援団の存在を提示するのは、運動会は得点種目だけではなく、様々な要素を考慮しなければいけないことを意識させるためである。尚、問題場面に対して実感をもつことができるように、できるだけ自校で行われている種目や得点とするとよい。

③ 対立場面を引き出し、「説明モデル」を作る必要感を高める

黒板に示された、100m走の平均タイムが同じになるように分け方から、個票を移動して入れ替える活動を行う。児童の発言をもとに実際に移動させていく過程で、ある個票を移動させることについての賛否という対立が生まれ、その相互作用によって、「こんなふうに分けてみたい」という意思を持たせ、グループごとに話し合う活動につなげていく。

④ 班ごとに説明モデルを作る

複数の資料をよみとり、どのように分けるべきかを考えていく。ここでは、何を優先して分けているのかを明確にしているグループを称賛し、重みづけが意思決定の大切な根拠となることを意識させる。児童の話し合いから、リレーの選手をまず確定させようとする案、騎馬戦のために体格のバランスを考えて分けて直していく案、

赤白それぞれに有利な種目を設定する案などが出される。ここでは、最初に分けていたときに均等であった100m走の平均タイムが変わってしまうことも考慮するべきであると気づかせる。

⑤ それぞれのモデルを比較・検討し、合意形成へ

それぞれの分け方を、重みづけをした項目を明らかにして発表し合う。その後、それぞれの分け方のよさと問題点を考えることで、より多くの人々が納得できる分け方に近づけていく。ここでは、妥協案や折衷案を考えることで、結論として学級全員が納得する分け方となるよううながす。また、他者との意見交換をしながら自分が納得できる分け方を選んでいく過程で、どの項目で比較をしても概ね均等に分けられている方法を選ぶ合意形成につながるように、数値化して比較できるようにうながす。

○100m 走

全員が走ります。この学校では1位から6位まで以下のように全員が得点になります。

順位	1位	2位	3位	4位	5位	6位
得点	6点	5点	4点	3点	2点	1点

○騎馬戦

6年生と合同で行います。騎馬は4人1組で、馬になる子と上に乗る子をバランス良く分けなくてははいけません。男女は別々の対戦なので混ぜられません。得点は勝つと30点が入り、負けても10点が入ります。

○選抜リレー

各クラスから足の速い子を代表選手として出します。人数は表の通りです。

チーム	赤		白	
	A	B	A	B
男子	1名	1名	1名	1名
	補欠1名		補欠1名	
女子	1名	1名	1名	1名
	補欠1名		補欠1名	

男子の部、女子の部それぞれに以下の得点が入ります。

順位	1位	2位	3位	4位
得点	20点	15点	10点	5点

※その他

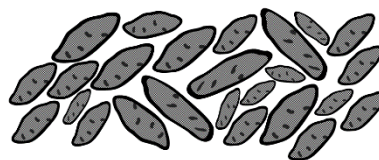
応援団員としてクラスから赤4名、白4名（男女各2名ずつ）を選出します。リレーの選手は応援団になりません。

先生は、いつも元気な、19番や28番の子、そして、あまり運動が得意ではない、1番と7番の子に活躍のチャンスを与えてあげたいと考えています。そして、この4人はみんな応援団をやりたいと思っています。

(2) さつまいもの分け方を考えよう

久下谷 明

3・4年生でさつまいも掘りに行きました。
グループの3年生も4年生も、さつまいも掘りが楽しかったなあと思えるような、皆が納得する分け方を考えましょう。



〔場面設定〕 3年生5名，4年生で4名
さつまいも 33個(大8個,中11個,小6個)

本事例は、さつまいも掘りに行き、その場で掘ったさつまいもを分ける際の分け方を考えるという学習活動である。単純に33個のものを9人で分けると、1人分は3個で6個余ることになる。

3年生で初めて『わり算』と『あまりのあるわり算』を学習するが、分ける際に使う『わり算』は、同じ大きさや形のを等しく分けることが前提であり、あまりが出た際には、それは残しておくということが暗黙的にある。

しかし、実際のさつまいも掘りの場面ではそうはできない。あまりをどのように分けるのか。さらには、大きさの異なるさつまいも1つ1つをどのように重みづけていくのか。例えば、大＝中＋小と考えて分けていくのかなど、考えていかなければならない。また、分ける側も、初めてさつまいも掘りに参加する下学年の3年生とさつまいも掘りはこれで最後となる上学年の4年生で立場が異なる。

このような条件の下、皆が納得するような“分け方”について考えていく。その際、まずは個々に分け方を考えていき、その分け方のもととなる考え（大，中，小の重みづけやどういった点に配慮したかなど）も明確にする。その後、グループごとにそれぞれの分け方について、“さつまいも掘りが楽しかったと思えるような皆が納得する分け方になっているか”という点から検討していく。そして、それぞれの分け方を比較検討しながら合意形成をはかっていく。

(3) 班ごとに水族館での活動計画を立てよう

久下谷 明

約1か月後に遠足で『水族館』に行きます。班のみんなが楽しめるような活動計画を立てましょう。

活動時間は午前9時55分から午後1時30分までです。なお、午前11時からのイルカのショー（きずな）は皆でみることにします。また、その後、20分ほど昼食の時間をとります。

本事例は、様々なショーの開始時刻（時間）や班のメンバーのしたいことを考慮しながら、班のみんなが楽しめるような活動計画を立てるという学習活動である。

イルカのショー	11:00 13:30 15:30	(30分間)
大水槽での魚のショー	12:00 16:00	(15分間)
大水槽での魚の解説	10:00 14:00	(15分間)
ペンギンのショー	11:30 15:00	(15分間)
クラゲのショー	11:10 12:10 13:10 14:10 15:10	(10分間)

まずは、個々に自分がファミリー行動の際にしたいこと、してみたいことは何かを考える。その後、グループごとにそれぞれのしたいことを挙げながら、“班のみんなが楽しめる”という点から活動計画を考え、合意形成をしていく。

その際、何を重視して活動計画を立てるのか（ショー重視、展示重視など）を明確にしつつ、移動時間やショーの場所取りなどを考慮しながら、立てた活動計画が可能であるかも検討していく。

尚、対象は『時こくと時間』を学習が既習となる小学校3年生以上としている。

(4) みんなが美しいと思う字を書こう

山下雅代・鈴木和幸

教材の概要：

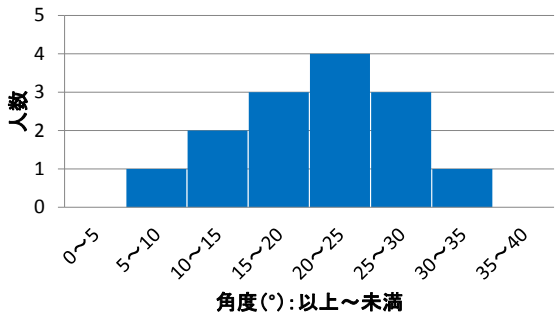
この教材は、山下・鈴木（2014）によって提案された教材である。児童・生徒は、きれいだと思う書き文字を書くために、漢字の横線の角度、バランス、漢字とひらがなの大きさの違いなどに着目して、みんながきれいだと思う字を探究するものである。問題の場面としては、「運動会のスローガンを書いてみよう」といった場面が想定できる。「きれい」や「美しい」の要素がなんであるか、何を基準に文字や作品の上手い下手が評価されるのかという問いに答える為に、作品に基づくデータを採り、上手い下手をデータに語らせるところが、本教材の本質である。例えば、「きれい」の要素は角度であると仮説を置けば、この角度を計測し数量化することによって、「きれい」を評価するといった具合である。さらには、漢字の横線に着目した場合には、また、漢字の横線書き文字の横線は厳密な直線ではない（例：図1）ため、角度を測定するためにどのようにモデル化すればよいかという、測量の問題もかかわってくる。このように、現実的な問題を比較的簡単な算数を用いて科学的に解決をめざす題材である。



図1：書き文字の例

授業案：

教師の主な発問と予想される児童の反応	○指導上の留意点 ■評価
<p>1. 問題の把握</p> <p>T できるだけきれいに「一・三・日・春」を書いてみましょう (ワークシートに記入させる)</p> <p>T 美しい、きれいな字を書くためにはどうしたらいいでしょう</p> <p>C お手本をよく見る</p> <p>C ゆっくり書く</p> <p>T お手本の字はどんな特徴がありますか。きれいな字の特徴を探してみましよう。まずは、色々なフォントを調べてみましょう。1~8のどの字がきれいだと思いますか。一つ選んでみましょう。</p> <p>一. 一三日春 五. 一三日春 二. 一三日春 六. 一三日春 三. 一三日春 七. 𠄎三日春 四. 一三日春 八. 一三日春</p>	<p>○ゆっくり書くように指導する</p> <p>○フォントはそれぞれ以下のものである 一.明朝体(活字) 二.行書体(筆写) 三.ゴシック(活字) 四.教科書体(筆写) 五.楷書体(筆写) 六.メイリオ(活字) 七.篆書体(筆写) 八.隸書体(筆記)</p>

<p>C 四がいい</p> <p>C 五がいい</p> <p>T 四と五が人気ですね。四と五は他と比べてどんな特徴がありますか</p> <p>C とめ・はね・はらいがちゃんとしてる</p> <p>C 横線が少し右上に傾いている</p> <p>T きれいな字には色々な特徴がありますね。</p> <p>T とめ・はね・はらいはあるかないかではっきりしますが、少し右上に傾くはあいまいではっきりしませんね。少し右上がどれくらい右上か考えてみましょう。</p>	<p>○人気のあるものの特徴を見出すように問いかける</p> <p>○特性要因図を使う場合は、特徴を考える際に使用できる</p>																		
<p>2. 現状の把握</p> <p>T 最初に書いた字の横線の角度を測ってみましょう。どの字を測定しましょうか。</p> <p>C 大体全部同じような角度だから一でいいと思います。</p> <p>T では一の角度を測ってみましょう</p> <p>T 何度で書いていましたか。</p> <p>15人くらいに結果を聞いて、ヒストグラム等に黒板上でまとめる</p> <p style="text-align: center;">美しい字の横線の角度</p>  <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <caption>美しい字の横線の角度のヒストグラムデータ</caption> <thead> <tr> <th>角度(°): 以上~未満</th> <th>人数</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>0~5</td><td>0</td></tr> <tr><td>5~10</td><td>1</td></tr> <tr><td>10~15</td><td>2</td></tr> <tr><td>15~20</td><td>3</td></tr> <tr><td>20~25</td><td>4</td></tr> <tr><td>25~30</td><td>3</td></tr> <tr><td>30~35</td><td>1</td></tr> <tr><td>35~40</td><td>0</td></tr> </tbody> </table> <p>T このヒストグラムから何がわかりますか</p> <p>C 結構右斜め上が激しい</p> <p>C 人によってばらつきがある</p> <p>C 左ななめ上の横線の人はいないです</p>	角度(°): 以上~未満	人数	0~5	0	5~10	1	10~15	2	15~20	3	20~25	4	25~30	3	30~35	1	35~40	0	<p>○きれいなヒストグラムにならなくても、簡易的に分布が分かるようにする</p> <p>■ヒストグラムの解釈</p>
角度(°): 以上~未満	人数																		
0~5	0																		
5~10	1																		
10~15	2																		
15~20	3																		
20~25	4																		
25~30	3																		
30~35	1																		
35~40	0																		
<p>3. 解決のための計画</p> <p>T 皆が描いている文字の角度は、きれいな字の角度を調べるための計画を立ててみましょう</p> <p>アンケート作成のための計画を立てさせる</p>	<p>●適宜机上指導をする</p>																		
<p>4. 解決のための計画（グループ活動）</p> <p>班になってアンケートを作成し、データを採る（3,4人のグループをつくる）</p>																			
<p>5. 分析</p> <p>（アンケートの結果をグループで分析する）</p>	<p>○適宜机上指導をする</p>																		

～分析の例～	
<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <p>きれいな「春」の角度 N=13</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>癖字な「春」の角度 N=13</p> </div> </div>	<p>○様々なグラフが描けるようなワークシートを用意する</p>
<p>6. 発表とディスカッション</p> <p>T お互いの分析の方法や発表の良いところや改善点をまとめてディスカッションしましょう (お互いの発表を聞いて相互評価する)</p> <p>T みんながきれいだと思う字の角度は何度だと思いますか (全ての班の発表が終わった後、みんながきれいだと思う字の角度を決める)</p>	<p>■分析の方法, 発表の仕方</p> <p>○きれいと思う字の角度は, 範囲で決めてもよい</p>
<p>7. まとめ</p> <p>T 皆がきれいだと思う字の角度が決まりました。</p> <p>T 皆の字はきれいな字の角度になっていましたか?</p> <p>C なってない</p> <p>T 少し練習してみて, 上達したか隣の人と確認し合ってみましょう</p>	<p>○右上がり 6 度法註 1(富沢,1993) について説明をし, 6 度法で練習してもよい</p> <p>■相互評価をさせる</p>

※右上がり 6 度法^[1]

字が上手に書けない帰国子女のために考案された方法で, 様々なお手本とされる時の角度を測定した結果, 整った字にするための基本角度として 6 度を推奨している。

[1] 富沢敏彦(1993): “実用のための楷書指導一右上がり六度法・右下重心法・等間隔法による指導一”, 『東京学芸大学附属学校研究紀要』, 20, pp.235-255

[2] 山下雅代・鈴木和幸 (2014), 「開発したい教材作成について」, 数理的意味決定の育成に関するホリスティック・アプローチ研究, 2014 年 5 月 31 日～6 月 1 日 全体会資料.

(5)我が家の温室効果ガス排出削減で温暖化阻止！！

田中紀子

本教材は、数理科学的意志決定力に関する5つの「プロセス能力」のうち、「数学的推論・分析」に焦点を当てた。持続可能な開発のための教育（ESD：Education for Sustainable Development）に関する内容を扱った教材であり、温暖化対策を題材とした。本教材においては、各自調べてきた家庭の燃料使用量をクラスで集計・データ分析し、結果の考察においては全国平均と比較すると共に、まずグループごとに話し合う中で批判的思考をし、協働的学びによって思考を深め、温暖化を阻止するための改善点についてクラスで合意形成をはかる取り組みを行う。

1. 教材の概要

数理科学的意志決定力育成のための教材について、(1)教材の内容とその背景、(2)授業形態・授業デザイン、の2点に分けて述べる。

(1)教材の内容とその背景

2014年、名古屋と岡山を中心に持続可能な開発のための教育（ESD）国際会議が開催された。地球温暖化対策については地方公共団体や企業をはじめ様々な取り組みが行われているが、生徒に身近な、家庭でできる温暖化対策について、データ分析の視点から考えさせたいと思い、本教材を取り上げる。具体的には、ガソリン、灯油、ガス、電気、水道、ゴミについて、年間の使用量を調べて、特に温室効果ガスのうち、二酸化炭素の排出量から算出する。

豊田市には、とよたエコフルタウンという低炭素社会の実現を目指し、環境に配慮した施設があり、またソーラーパネルや電気自動車のエネルギーと家庭の電気エネルギーを効率よく利用する次世代エネルギー・社会システムを実証で進める地域もあり（家庭・コミュニティにおけるエネルギー利用最適化）、生徒の環境への関心も高い。このような背景を踏まえ、「我が家の温室効果ガス排出削減で温暖化を阻止しよう」という場面設定をする。

(2)授業形態・授業デザイン

アクティブ・ラーニングを取り入れた協働学習の形態で実施する。各自調べてきたデータをもとに、何を分析するか、クラス全体で項目をあげ、5人ずつのグループごとにそのうちの1項目を調べる。全国データについて、2種類のをプリントにして渡し、分析時に役立つ。数理科学的意志決定力に関する5つの「プロセス能力」のうち「数学的推論・分析」に焦点を当て、フレームワークによる評価を行う。

2. 「プロセス能力」および「数学的-社会的価値認識力」に関するフレームワーク

本稿では、B3「数学的推論・分析」に焦点を当てる。

表1 本授業に関するフレームワークの一部[B3を抜粋]

	定義	自己内		
		自己限定的	多様性の萌芽	社会的
B3 : 数 学 的 推 論 ・ 分 析	数学的手続きや考 え方に基づいて、 推論したり、問題 の構造を分析した りする能力	集まったデータ を、一部生徒を中 心に指示されたや り方で処理・分析 する。	集まったデータを、 グループのメンバ ーで役割分担しや り方を話し合った うえで処理・分析す る。	集まったデータを、グ ループのメンバーで役 割分担し合意形成した やり方で処理し、他者 に分かりやすい明快な 分析をする。
		温暖化を阻止する ための改善点につ いてデータをもと に自己限定的な発 言を行う。	温暖化を阻止する ための改善点につ いてデータをもと に聞き手のことを 考えて自己の意見 を主張する。	温暖化を阻止するた めの改善点についてデー タをもとに聞き手の理 解に応じた表現をする とともに意見の変更や 修正を行い、クラスで の合意形成をはかる。

3. 授業プラン

(1) 授業計画

○対象学年

高等学校1年生 1クラス(40名)

○対象分野

数学I「データの分析」

○授業デザイン

表2 本授業に関する授業デザイン

	目標	主な活動
前 時	燃料使用量を把握し、第1時導入としての問 題把握を行う。	各家庭の燃料使用量を把握する。
第 1 時	温室効果ガスの排出量を協働して計算する ことができる。 適切な分析項目をあげることができ、グルー プごとに分析項目をメンバーで役割分担し 合意形成したやり方で処理を始める。	温室効果ガスのうち、二酸化炭素の排出量 を燃料別の排出係数(環境省)から算出す る。 クラス全体のデータを集計するとともに、 全国平均のデータを参照しつつ分析項目 をあげ、グループごとに分析を開始する。
第 2 時	他者に分かりやすい明快な分析をすること ができ、また、分かりやすくまとめることが できる。	グループごとに分析を行うとともに、A4 1枚にまとめる。(まとめきれなかったグ ループは次の時間までに完成させる。)
第 3 時	温暖化を阻止するための改善点についてデー タをもとに聞き手の理解に応じた表現を するとともに、意見の変更や修正を行い、ク ラスでの合意形成をはかる。	各グループから出てきた分析結果をプリ ントにして配布する。それをもとに、温暖 化を阻止するための改善点を話し合う。

(2) 授業の実際

問題：我が家の温室効果ガス排出削減で温暖化を阻止しよう！

ア) 燃料使用量を把握・分析する(前時・宿題)

[宿題] 各家庭の燃料使用量を把握する。

ガソリン、灯油、ガス、電気、水道、ゴミについて

使用伝票やガソリンスタンドの領収書などをもとに、年間の使用量(1か月×12でもよい)を調べることを宿題とする(ゴミは推定量)。

イ) データ分析(第1時)

●温室効果ガスの年間の排出量を算出する。各自→グループ

温室効果ガスのうち、二酸化炭素の排出量を燃料別の排出係数(環境省)から算出する。各自、燃料種別に記入する。40人を5人ずつの8グループに分け、グループで確認し合ったのち、クラスでデータを集める。

温室効果ガス算出式	
二酸化炭素	
ガソリン	ガソリン量(L)×発熱量0.0346(GJ/L)×炭素排出係数18.3(kg-C/GJ)×44/12(CをCO ₂ に換算)
灯油	灯油量(L)×発熱量0.0367(GJ/L)×炭素排出係数18.5(kg-C/GJ)×44/12(CをCO ₂ に換算)
ガス	ガス量(立法メートル)×1.8(kg/m ³)×発熱量0.0508(GJ/kg)×炭素排出係数16.1(kg-C/GJ)×44/12(CをCO ₂ に換算)
電気	電気量(kwh)×二酸化炭素排出係数0.688(kg-CO ₂ /kwh)
水道	水道使用量(立法メートル)×二酸化炭素排出係数0.58(kg-CO ₂ /kwh)
ごみ	ゴミの量(kg)×二酸化炭素排出係数0.84(kg-CO ₂ /kwh)

(各燃料の排出係数は平成25年改正地球温暖化の推進による施行令第3条による。)

図1 温室効果ガス算出式(環境省サイトを参照)

●分析項目をあげる。クラス全体→グループ

「全国世帯平均の年間の二酸化炭素排出量」「2013年度の家庭からのCO₂排出量(燃料種別)」のデータをプリントにしたものを配布する。クラス全体で分析項目を自由にあげる。分析項目として適当なものが8つ以上挙がったところで、グループごとに分析項目を選び、分析を開始する。なお、分析には、電卓やパソコン(エクセル)などを用いるのが望ましい。

全国世帯平均の年間の二酸化炭素排出量									
ガソリン	灯油	軽油	LPG	都市ガス	熱	電気	水道	ゴミ	合計
1198	449	35	231	397	1	2679	119	166	5275

図2 全国世帯平均の年間の二酸化炭素排出量(GIU参照)

<分析項目>

- 燃料種別について最大値・最小値・四分位数を求め、箱ひげ図を作る。
- 燃料種別にクラスの平均値を求める。
- 燃料種別に中央値を求める。
- 燃料種別に最頻値を求める。
- ヒストグラムを作成する。
- 円グラフを作る。

- 分散・標準偏差を求める。
- 2変数を選び、相関係数を求める。
- 2変数を選び、散布図を書く。
- 燃料種別に偏差値を求める。
- その他

ウ) データ分析とそのまとめ (第2時) **グループ**

分析には、電卓やパソコン (エクセル) などを用いて、計算を補う。全国平均と比較したり、他者に分かりやすい明快な分析を心がけ、また、分かりやすく A4 1枚にまとめる。授業形態は、5人のグループワークとし、アクティブ・ラーニングを取り入れた協働学習の形態をとる。40人のデータを早く正確に分析するため、メンバーで適切な役割分担を行い、合意形成したやり方で処理を始める。5人が協力してまとめる。まとめきれなかったグループは次の時間までに完成させる。

エ) 集団検討 (第3時) **クラス全体**

削減目標を立てる

第2時で作成したまとめ (A4 1枚) を8グループ分、印刷し配布する。出そろったデータをもとに、温暖化を阻止するための改善点について話し合う。削減可能な範囲で、削減できる燃料・ゴミを考え、削減分量の目標値を決める。データを分析 (解析) することで、持続可能な社会にしていくために生徒 (市民) が選択すべき行動について議論を深める。データの裏付けのある根拠をもった論理的発言を心がける。聞き手の理解に応じた表現をするとともに、意見の変更や修正を行い、クラスで削減目標と対策について、合意形成をはかる。

<削減目標 (例) >

- ・自動車から自転車や公共交通機関の利用を心がける → 60L/年 削減
- ・家電の電気使用量を減らす。→ 300Kwh/年 削減
具体案) 使っていない夜間はプラグを抜く。
冷蔵庫に詰めすぎない。開けたらすぐ閉める。
古くなったクーラーや暖房機を節電型のものに買い替える。
- ・シャワーの利用頻度を下げる。→ 水道5m³ 削減
- ・ゴミを減らす。→ 12kg/年 削減
具体案) エコバッグで買い物する。
生ごみを減らす。

参考文献

- 1) GIU 温室効果ガスインベントリオフィス
<http://www-gio.nies.go.jp/aboutghg/nir/nir-j.html>
- 2) JCCCA 全国地球温暖化防止活動推進センター
http://www.jccca.org/chart/chart04_06.html
- 3) 環境省サイト <http://www.env.go.jp/earth/ghg-santeikohyo/>
- 4) とよたエコフルタウン <http://toyota-ecofultown.com/>
- 5) 理数教育研究所 Rimse, 数学の自由研究 作品コンクール優秀作品集

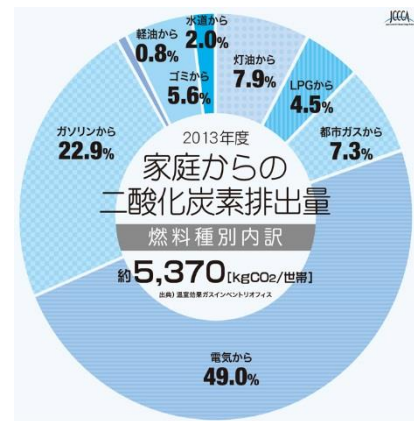


図3 2013年度家庭からのCO₂排出量 (出典 JCCCA)

付録2 COMPASS 教材のレビュー

目次

0.	Introduction	(西村)	1
1.	Car Pollution	(青山)	3
2.	Light bulbs	(松原)	7
3.	Desertec	(清野)	16
4.	Biodiversity	(青山)	19
5.	Water quality	(本田)	23
6.	Dangerous cold	(清野)	29
7.	Dangerous rain	(西村)	33
8.	Food	(本田)	37
9.	Water shortage	(本田)	43
10.	Solar Car	(西村)	51



唯一の真の発見の旅とは、新しい風景を探し求めることではなく
新しい眼を持つことにある。

Marcel Proust

Introduction

COMPASS (EU 資金提供の Comenius プロジェクト) の目標は、科学と数学を相互に結び付け、さらに決定的なことは、二つの科目を個々の生徒たちの生活と彼らの属する様々な地域社会に結び付ける授業を開発することである。

6つのヨーロッパ諸国出身の研究者たちと教育設計者たちは、数学と科学の両分野において、重要な批判的な科学的探究と問題解決スキルを向上させるような学習・指導への新しいアプローチを開発した。

COMPASS の諸教材は、生徒たちを数学と科学の学習に取り組みせると同時に、ヨーロッパの市民にとって大変重要な意味を持つ諸問題の探究に取り組みせるものである。これらの教材は、ヨーロッパ全域の教師たちとの数回にわたる設計と改良を通して開発されたものであり、COMPASS 協力諸国において適用可能であり、できれば技術 (テクノロジー) の利用を統合して重要な概念的理解の学習を援助するものである。

その目的は、若者たち自身にとってまた彼らの地域社会にとって、将来、重要な意味を持つ、学識に基づいた様々な決定を行わせることによって、若者たちがやがて数学と科学両方の重要性を認識するようにすることである。

私たちの世界は大部分が学際的なのに、私たちの学校はなぜそうではないのか？

私たちの世界は大部分が学際的である。科学者たちがこれまでに直面し、また現在も直面している最も重要な問題の中には、学際的な見方を用いることによるのみ取り組むことのできるものがある。このことの興味深い結果の一つは、生化学、ロボット工学、人工知能学、金融数学など新しい学問分野の登場である。日常生活でも、私たちが直面する問題の多くは、通常、学際的な思考を用いて取り組まれている。例えば、ダイエット、スポーツや運動、次の休暇に過ごす場所について決定したり、新しい仕事を引き受けたりソーシャル・ネットワーク内の個人情報の保護を承認したり、またテレビや新聞から得る情報に批判的になる際などに、このような取り組みが行われている。私たちが生きている世界は複雑であり、それぞれの状況を理解するためには、伝統的に様々な教科と結びつけられてきた一連の知識と諸能力のみならず、(単純化、構造化、一般化のような) 教科横断的な (cross-disciplinary) 諸スキルと諸能力が同じように用いられなければならない。

学校は、伝統的に、数学や科学を含む、よく知られた諸科目を中心にして構造化されている。このことは、生徒たちの学習が個々の異なった科目内で活動することに限定されなければならないということをも意味するものではない。というのは、学習は学際的な活動によって実質的に内容を充実させることができるからである。有意味な文脈の中で諸問題に取り組むことにより、生徒たちを一連の諸能力や知識を利用するように促し、それらを通して異なった科目の中で一層多くのことを学習するように動機づけることができる。

6つの参加国¹における COMPASS プロジェクトの中で行われた分析の結果、(ヨーロッパ的な、国家的な、また地域的な) 教育政策が教科の結合や領域の横断という考え方を支持しており、様々なカリキュラムが提案されているのに、学際的なアプローチが日々の授業ではめったに見られないということがわかった。さらに分析を深めると、教師には制御できない、学際的な学習に

¹ キプロス、イングランド、ドイツ、スロバキア、スペイン、オランダ

対する障壁となるような、たくさんのシステミックな要因があることが明らかになった。それは、学校の内部組織の硬直性、新人教師に対する教育方法の組織の仕方、教科中心的な外部評価の圧力、十分に考案された学際的な教材や教師教育の機会の欠如のような要因である。

学際的な学習・指導:COMPASS 教材

COMPASS の目的は、科学と数学を相互に結び付け、さらに重要なことは、二つの科目を個々の生徒たちの生活と彼らの属する様々な地域社会に結び付ける学際的な学習教材を開発することである。

学際的な学習活動がどのようにあるべきかに関して一般的な合意はないが、もし私たちが様々な教科を効果的に結び付けたいと望むなら、その出発点は、様々な複雑な問題が定式化できるような可能性豊かな状況でなければならないということは一般に認められているように思われる。すなわち、いくつもの小活動が設計可能だが、もし私たちが生徒たちに領域を横断し様々な教科についての知識や能力を用いることを望むなら、そのほとんどが単一の授業よりも長時間にわたるようなプロジェクト中心の活動を選択すべきである。しかしながら、多くの場合、学校組織の硬直性が、教科を横断し数時間の授業にわたるようなプロジェクト中心の活動の利用をほとんど不可能にしている。このジレンマにどのように取り組むことができるだろうか。

COMPASS 教材設計のための出発点は、複雑な問題が生まれるような可能性豊かな状況である。例えば、EU で伝統的な電球が禁止された理由、洪水が発生する原因、車による汚染と植樹の関係などである。

COMPASS 教材のほとんどがプロジェクト中心の課題として設計されており、望ましい条件を整えば、そのように利用可能である。しかしながら、多くの場合この方法が実行できない可能性にも配慮して、詳細な、入念に組織化された授業計画が開発されてきた。その目的は、教師たちがそれらの教材を用いることを促すとともに、様々な教科の教師間の不可欠な調整を一層容易にすることである。これらの授業計画はまた各教科の教師たちに、自分たちの教科の教室で授業をさせながら、同時に生徒たちの学際的な作業を見失わないようにさせるものである。

それぞれの COMPASS 活動の中で、生徒たちは自分たちの学際的な学習を生かした最終作品 (final product) を生み出す。この最終作品は生徒たちにとって全活動の推進力であると同時に最終的な成果となる。授業の順序は、この最終作品を生み出すために生徒たちが数学と科学の知識、スキル、理解、手順そして能力を有意な方法で組み合わせる必要があるように設計されている。

COMPASS 活動の大部分は探究とモデル化中心の活動である。その大部分はまた生徒たちが活動全体に関連する重要な諸問題を探究するように、特別に設計されたインタラクティブなリソースを含むものである。

この冊子には、各 COMPASS 課題に関する基本的な情報がまとめてある。また、DVD や COMPASS のウェブサイト、下記の事項を含むフル・バージョンが提供されている。

- ・ 概要
- ・ 以下の重要な情報が記された一覧表：取り込まれるトピックと諸能力、必要とされる事前の知識、授業数の見積もりや推奨される対象年齢等の情報
- ・ 導入的な質問や最終作品の詳細説明を含む授業単元の概観
- ・ 課題計画：数学と科学両分野における
- ・ 教育学的な指示を含む、各課題についての説明記述
- ・ 印刷可能な生徒用のワークシート
- ・ アプレットとインタラクティブなリソースへのアクセス方法

教材名 : Car pollution

1 概要

Abstract

この活動では、自動車の原因となっている二酸化炭素汚染を植物がどのように減らすことができるかを生徒が調査する。自動車製造会社の広告から始まり、ウェブサイトを示された情報を批判的に分析し、計算や科学的根拠に基づいたレポートを作成する。



この活動の間、生徒たちは、(場合によってはエクセルも使用し) 基本的な計算をし、統計指標を求め、光合成の過程やそれに影響する要素を調査する。グラフを質的に分析・解釈し、必要に応じて適宜、表面積や体積を見積もる。

Summary table

数学的内容	<ul style="list-style-type: none">・統計：中心傾向の尺度・一次関数・グラフ・グラフの質的分析・幾何：面積と体積(任意)
科学的内容	<ul style="list-style-type: none">・光合成・光合成に影響する要因：光の強さ、二酸化炭素濃度・二酸化炭素排出・炭素吸収種：植物・生態系
生徒の年齢	13～16歳
数学の授業の時間数	4～6
科学の授業の時間数	4～6

The situation

新しい自動車を買う前には、他の車の値段と仕様などをネットで見るものである。例えばよく知られているドイツの自動車製造業者のスペインのウェブページには、オプションとして1本の木が提示されている。この「オプションの木」を無料で選択するか、さらに多くの木を植えるためにお金を支払うかを選択することができる。これは、この企業が推

進している「CO₂ neutral」の計画の一部で、スペインだけで行われているわけではない。おそらく、あなたの国でも似たような企業精神を提示する企業はあるだろう。

もし「CO₂ neutral pack」にお金を払うなら、ウェブサイトではさらに次のような情報提示される

「今年、11本の木が Albacete の山々に植えられるでしょう。「mas arboles foundation」は、40年にわたってこれらの木の世話をします。これらの木々は今後40年間、「VW Eos driving 20000km」によって産み出される標準的な量の排出物を相殺します。」

車の型式やエンジンによって9本から14本の木が、初めの20000kmの運転で排出される汚染物質を相殺するために植えられる。ウェブページにあるように、もしあなたがその先の距離についても相殺したいなら、追加でパック購入することもできる。(40000kmなら2パック、60000kmなら3パック。)

紹介ビデオを次のアドレスで見ることができます(スペイン語)。

<http://www.programco2neutral.com/compensa/programa.php>

Guiding questions

- なぜ、自動車製造会社は植林に興味を持ったか。
- 車が原因でどれだけ汚染されているか。
- 自動車の汚染に対して、1本の植物はどれだけ相殺することができるか。
- 二酸化炭素を吸収する植物の能力には、どんな要因が作用するのか。
- もし選べるなら、どんな種類の木を選ぶか。
- 説明にあったように、新しい車によって排出される汚染物質を相殺することは本当なのか。あるいは、ただの営利目的の宣伝でしかないのか。



Final product

生徒たちはこの状況に対してレポートを書く。彼らの発見によって、例えば、彼らの国の企業の本社にもこのプロジェクトに参加するように呼びかけるかもしれないし、スペインの企業や同じようなプロジェクトをしている企業に対して計画の改善を促すかもしれない、また、うそっぱちだと非難する論評を書くかもしれない。

The task plan

Unit	Mathematics	Science
1	課題 1：課題の導入 <ul style="list-style-type: none"> なぜ，自動車製造会社は植林に興味を持ったか。 	
2	課題 2：自動車はどれほどの二酸化炭素を排出しているのか <ul style="list-style-type: none"> 自動車による空気汚染はどのように測るのか どんな変数が含まれるのか 自動車による空気汚染を定量化するモデル構築 	
3		課題 3：植物は空気汚染をどのように相殺するのか <ul style="list-style-type: none"> カナダモを使った実験 植物から泡が出てくるのはなぜか 試験管に集められた気体は何か 植物の中でどんなことが起きているのか
4		課題 4：植物が二酸化炭素を吸収する能力に影響を与える要因は何か <ul style="list-style-type: none"> 光の強さと光合成の関係は
5	課題 5：1本の木が相殺できる二酸化炭素の量は？葉の表面積の見積もり（任意） <ul style="list-style-type: none"> 1本の木が相殺できる二酸化炭素の量をどのように計算するか。ここでの適切な変数を定めよ どうやって問題状況を簡略化するか 特定の木が相殺できる二酸化炭素の量をどのように予想するか 	
6	課題 6：初めの問題に戻って <ul style="list-style-type: none"> 「CO₂ neutral pack」は効果的な方法なのか，ただの宣伝か 	

2 特長

このプロジェクトは生徒の学習を実際の状況下に位置付けることをねらいとしている。実際，この問題は授業のために作られた問題ではなく，市民として自分自身で発見することができる状況である（少なくとも，スペインに住んでいれば）。

現代社会は，市民が処理し，批判的に考慮しなければならない膨大な量の情報に特徴づ

けられる。情報に対して批判的であるということは、正しい態度を身につける以上のことである。だいたいの場合、状況に対する深い理解が求められるのであり、それはすなわち特別な知識やスキルを必要とするということの意味している。

この問題状況がまさにそれである。批判的な市民は、自身で自動車製造会社のプログラムが現実的かどうか、その背景に営利目的のだましがあのかどうか検討するべきである。この問題に取り組むために、そして良識ある判断をするために、生徒たちは自動車が出す汚染物質と、木がそれに対してどれほど相殺できるか調査する。

この課題は、生徒中心で進められる数学と科学の両方に関わる広い範囲の活動を提供する。プロジェクトの間、生徒たちには ICT を使う機会がある。例えば、異なる自動車による汚染物質の量を計算・比較するスプレッドシートや、光の強さと植物の光合成の関係を調査するアプリなどである。

ICT 利用という付加的な価値を取り入れることもできるが、ICT を用いずともすべての活動を行うことができる。

このプロジェクトでは、導入の場面では、根本的に大切な問題提起から始まり、純粋に数学や科学の内容を紹介していない。それは、生徒が自分たちで発見したことに基づき最終的な判断を下し、それを説明する文書を作成するために重要だからである。例えば、下の写真は、15 歳のスペインの生徒が、このプロジェクトでの活動を通して作成したポスターである。



従来型の電球の禁止

Abstract

ドイツでは他の多くの欧州諸国のように従来型の電球が使用禁止になる予定である。2009年から2012年までに、電球は最も強力なものから、段階的に店頭から消えることになる。この課題は、関連する数学と科学的内容を探索しながら、EUはなぜこの変更を導入したのか生徒が発見する機会を提供することを目的とする。



側面	記述
数学的内容	比例, 変数を伴う計算, モデリング
科学的内容	効率, 光の発生, 光度, 光スペクトロム
生徒の年齢	14-15
数学の授業数	4-6
科学の授業数	4-6

1. 概要

状況

ドイツでは他の多くの欧州諸国のように従来型の電球が使用禁止になる予定である。2009年から2012年までに、電球は最も強力なものから、段階的に店頭から消えることになる。しかし、省エネ電球は、必ずしもすべての（エネルギー）問題に対する解決策ではない。特に、省エネ電球には、重金属の水銀が含まれており、その製造過程では従来型の電球に比べはるかに

多くのエネルギーを必要とする（例えば、タスク 1 の新聞記事を参照）。電球の禁止の是非について、十分に根拠のある決定を行うためには、別の視点からこの問題をみる必要がある。

Guiding questions

- 物理的観点からの電球と省エネ電球の違いは何か。
- 省エネ電球は本当に効率的か。
- 家や学校では、省エネ電球を使用してどのくらいのお金を節約することができるのか。
- あなたは地球規模の立場（例、町、国、大陸など）をとる際に、どの程度のエネルギーを節約することができるか。
- どのくらいの数の発電所がエネルギー節約の結果として閉鎖されるのだろうか。

Final product

生徒たちは、本教材の最後に従来型の電球の禁止の是非について議論を行う。これによって、生徒は政治的問題に関する決定を行うために、本教材において得た物理的、数学的知識を使用することを学ぶ。つまり、政治的な議論は知識と洞察に基づいていることを学ぶ。しかしながら、このことがそのまま決定に繋がるわけではない。決定には常に主観的な側面が含まれているのである。

課題 3 の実験器具等

- 光学台
- スライダのソケット 2 つ
- 電球 3 つ
- 電源ユニット
- スライダー 2 つ
- スライダー上のグリーススポット測光
- 手袋（熱くなった電球を入れ替えるため）
- 電源ボタン付きの複数のソケット（オプションでヒューズ付き）

The task plan

課題番号	数学	物理
1	課題 1: 状況の紹介 <ul style="list-style-type: none"> なぜ電球は禁止されたのか なぜ電球に関する騒ぎがあったのか 	
2		課題 2: 物理的観点からみる電球と省エネ電球の違い 電球と省エネ電球のつくりと仕組みの検討する 重要な役割を果たしている物理原則は何か モデルを使うことや実験を行うことを通して、そのつくりと仕組みを説明し比較する 応用: それぞれの光について光スペクトルを調べる。それぞれの光が人体へ与える影響を調べる。
3		課題 3: 電球と省エネ電球の効率の違い 電球と省エネ電球の効率を調べる。効率に関する情報を調べて、様々な光について相互比較する。例えばグリーススポット光度計を使用して、様々な光の強さを調べる。
4	課題 4: 省エネ電球の利用とコストの節約 4 人家族のアパートの照明のためのコストを計算する。電球と省エネ電球を比較する。 別の方法: 私たちの学校の照明のためのコストを計算する。電球と省エネ電球を比較する。	
5	課題 5: 様々な要因によるコスト グラフ、線形関数、切片	
6	課題 6: 地球規模の利益 どの程度のエネルギーが EU に住む人々によって節約されるか	
7	課題 7: 最後に:従来型の電球の禁止の是非についてのディベート	

2 特長

○どのような数理的・意思決定が想定されているか

なぜヨーロッパで電球が禁止になったのかという問いに対して、関係する物理と数学の学習から、賛成と反対の立場の証拠が積み重ねられる。これらの証拠は、自分や家族の利益に関するミクロの視点と社会全体の利益に関するマクロな視点を基にする。最終的には、電球の使用禁止が賢明な決定であるかどうかについて、賛成と反対の双方について理由が存在し、単純明確な決定は可能ではないことが示される。ここから、政治的な判断や決定は科学的なエビデンスからのみなされるのではなく、主観的な要素を含むといったことについて、生徒が意識するようになることが期待されている。

○その他の特長

課題1では、従来型の電球の禁止に関する背景を理解するために、限られたエネルギー資源の問題の提示及びその結果として欧州連合（EU）における従来型の電球の禁止について情報が与えられる。この導入によって、生徒はこの課題に対する問題意識を高め、状況を振り返る。この活動のために、課題1用の新聞記事の切抜き及びワークシートが準備されており、生徒は新聞記事の切抜きを読み、以下について近くの席のクラスメイトと議論する。

- ・従来型の電球の禁止について著者が述べている理由は何か。
- ・“100ワット”、“40ワット”といった用語を理解しているか。
- ・単位の“メガワット”を説明せよ。
- ・“電球は二酸化炭素を生み出す”についてあなたはどのように考えるか。本当に無駄な気体を生み出すのか。



Worksheets for task 1

<p>Information sheet 1.1</p> <p>From 2012 on stores will only be allowed to sell energy saving lights</p> <p>Ban: EU abolishes conventional light bulb</p> <p>Already in summer the plans of the EU slowly became public. Now experts from the 27 states of the EU determined the exact time frame for the ban of light bulbs. The conventional light bulb is supposed to disappear from all stores by 2012. In 2009 the EU already bans especially powerful light bulbs. The European parliament as well as the council of ministers still has to agree.</p> <p>During their conference on December 8th 2008 the authorities of the eco-design-control committee of the EU decided that the light bulb will be abolished step by step starting in 2009, ending in 2012. The initiative for all this comes from the European Commission.</p> <p>Ban on selling light bulbs step by step, starting in 2009</p> <p>Using old light bulbs won't be prohibited. Selling them will be. Already in September 2009 the EU will forbid selling light bulbs using more than 100 watt. In the beginning of 2010 light bulbs using more than 40 watt are supposed to disappear from the stores. From the end of 2012 on only compact fluorescent lights that are rather known as energy saving lights and efficient halogen bulbs will be sold.</p> <p>According to the EU the people in the EU member states will save close to 40 terawatt by switching to the energy saving bulbs. This corresponds to the power consumption of Romania or eleven million households. Ten 500-megawatt power plants could be closed. In addition to that the CO₂ emission would be reduced by 15 tons a year.</p> <p><small>From a newspaper article, Dec 9th 2008</small></p>	<p>Panic buys before saying farewell to the light bulb</p> <p>... run on light bulbs</p> <p>The ban of 100 watt light bulbs and of matt bulbs throughout the EU from September 1st on has caused a run on lights bulbs in Germany during the last couple of weeks... 'There is an immense run on light bulbs', said a speaker of the hardware store chain 'Praktiker'. Since the beginning of July the demand on matt bulbs as well as 100 watt bulbs which won't be produced anymore has increased by almost 600 percent.</p> <p><small>From another newspaper article, August 28th 2009</small></p>
---	---

課題2では、電球と省エネ電球の物理的違いについて様々な電球のつくりと仕組みを学ぶ。特に、省エネ電球は有毒物質である水銀を含むことを理解する。電球の禁止について、まず反対の立場の証拠が提供されることになる。

電球の禁止について'賛成'	電球の禁止について'反対'
	水銀の使用による健康上のリスク
	省エネ照明の処分などの有害廃棄物に起因する問題
	光はあまり'快適'でない
	...

課題3では、グリーンスポット光度計を使用して電球と省エネ電球の効率を比較し、省エネ電球は従来型の電球に比べて、効率が高いことを学ぶ。課題1では従来型の電球の禁止に賛成する議論は示されなかったが、ここで省エネ電球のパッケージにあるロゴにある情報から、さらなる議論を可能にしている。電球の禁止について、反対の立場の証拠に加えて賛成の立場の証拠が提供されることになる。



Activity 1 for students

ロゴによれば、省エネ電球はより長持ちするとともに電力の消費が少ない。40ワットの電球は7ワットの省エネ電球で置き換えることができる。

- このような広告は物理的に正しいか
- 今から省エネ電球に完全に依存するとどのような問題が生じるか

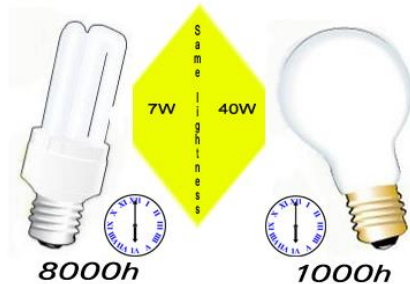


Fig. 1: Light bulbs

上記の2つの質問に答えるため、次のステップとして光の効率に関する実験を用いた調査を行う。電球と省エネ電球の明るさを比較のため、グリーンスポット光度計を用いて、電球の明るさを比べ、効率について比較する。

Light bulbs - Worksheet | 6

Worksheets for task 3

Worksheet 3- Efficiency
Using a grease spot photometer, check the manufacturer's information in terms of the brightness (lumens) level of a compact fluorescent light (energy saving light) compared to a standard light bulb.

Materials

- Optical bench
- 2 sockets for slider
- 1 light bulb (one with the same input rating as the manufacturer's information, one with a smaller input rating, one with a greater input rating)
- power supply unit
- 2 sliders
- grease spot photometer on a slider
- gloves (to change hot light bulbs)
- multiple socket with power buttons (optionally with fuse)




Fig. 1: Entire assembly
The experiment should be prepared one to two hours before starting since it cannot be carried out until the grease spot has dried.

Fig. 2: Grease spot photometer

Preparation
Place compact fluorescent light and the first light bulb on the optical bench separated by a distance of 50 cm. Put the slider with the grease spot photometer in between the two lights. Ensure it can be moved (Fig. 1). The light and the grease spot need to be at the same height. Darken the room.

Method
Move the grease spot photometer slowly between the lights. Depending from which side you look at the grease spot, the brighter spot appears darker or lighter (see Fig. 1) than the paper surrounding it. There is a certain position of a spot, where the grease spot seems to disappear. In this position, the brightness of the different light bulbs is equal. This 'equilibrium position' needs to be determined. Note down the location of the screen and repeat the experiment with a different light bulb. Because of the possible risk of burns due to the hot light bulbs, gloves are required.

電球の禁止について'賛成'	電球の禁止について'反対'
耐久性: 省エネ電球の 8000 時間に比べ 1000 時間	水銀の使用による健康上のリスク
効率: 省エネ電球の 25% に比べ 5%	省エネ照明の処分などの有害廃棄物に起因する問題
	光はあまり'快適'でない
	...

課題 4 では、省エネ電球の使用でどの程度コストを下げるができるかについて、ミクロな視点として個人に関する影響、マクロな視点として社会に関する影響を考える。数学の授業として、従来型の電球を省エネ電球に変えることで一家族（自分の家族、学校など）ではいくら節約 できるかという質問に焦点が当てられる。数学的モデリングと線形性に関する内容となる。従来型の電球と省エネ電球で、四人家族の照明の電気料金の計算や、学校の照明の電気料金の計算を行う。

物理の授業で電球の効率については計算済みであるが、ここでは電球に比べ省エネ電球はいくらかかるかについて調べることになる。加えて、1KWh にかかる電気料金を学ぶ。省エネ電球は製造過程で従来型の電球より多くのエネルギーを必要とする。そのため、省エネ電球は 8.00 ユーロである。これは従来型の電球の通常の価格の 1.00 ユーロより極めて高価である。1KWh のエネルギーは約 17 セントである。

結果の例

部屋	照明	使用時間
居間	1 ceiling light (100W)	2h
	2 floor lamp (60W)	1h in total
寝室	1 ceiling light (100W)	2h
	2 bedside lamps (60W)	1h in total
子供部屋	1 ceiling light (100W)	2h
	1 desk light (60W)	1h

一か月の総使用量は $30 \cdot (12h \cdot 100W + 7h \cdot 60W) = 48.6 \text{ KWh} \approx 49 \text{ KWh}$ であり、料金は 8.00 ユーロかかる。すべての部屋で代わりに省エネ電球を使う場合は、総使用量は $30 \cdot (12h \cdot 20W + 7h \cdot 11W) = 9.6 \text{ KWh}$ であり、料金は 1.60 ユーロとなる。

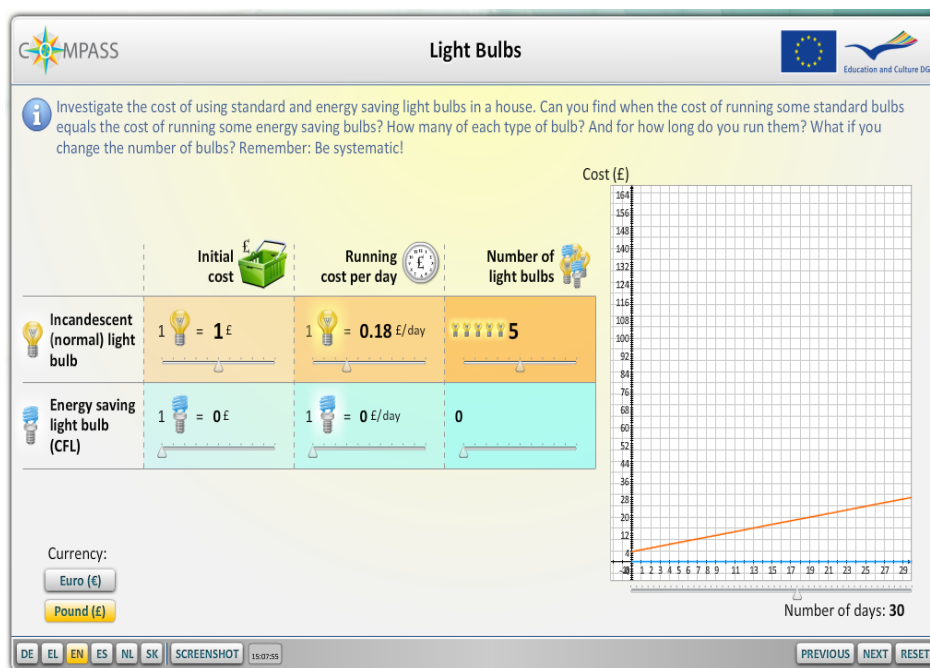
課題5では、電球の数や初期コストなどを変化させ、異なったモデルを扱うことで、様々な変数に依存するコストについて調べる。特に、ICT アプレット（他のアプリケーションの中に組み込まれて実行される小さなプログラム）を用いることで、異なった電球のランニングコストのグラフについて探索する。つまり、直線のグラフと連立方程式の解についてグラフの特徴を調べることになる。

線形方程式とグラフに焦点を当てながら、生徒は推論、解釈、評価、コミュニケーション、線形関数でモデル化されるグラフ表現の理解に関するスキルを伸ばす。数学の内容は、推論/解釈/評価/コミュニケーション/直線のグラフとグラフの理解、である。

生徒には、予想する - テストする - 説明する、ことが求められる。

グラフの‘普通’電球についてパラメータを変えた場合の影響を調べる。研究環境を使う前に、変化を予想して試みる事が大切にされている。生徒は縦軸の切片が電球の初期コストを表し、直線の傾きが一日あたりのランニングコストを表すことを理解する。

研究環境: Light bulb (www.compass-project.eu/applets/#6)



スライダーによって、‘普通’と省エネ電球の三つのパラメータを変化させる。

- 数については0から5
- 初期コストについては0ポンドから10.00ポンド
- ランニングコストについては一日あたり0から10ペンス(省エネ電球は5まで)

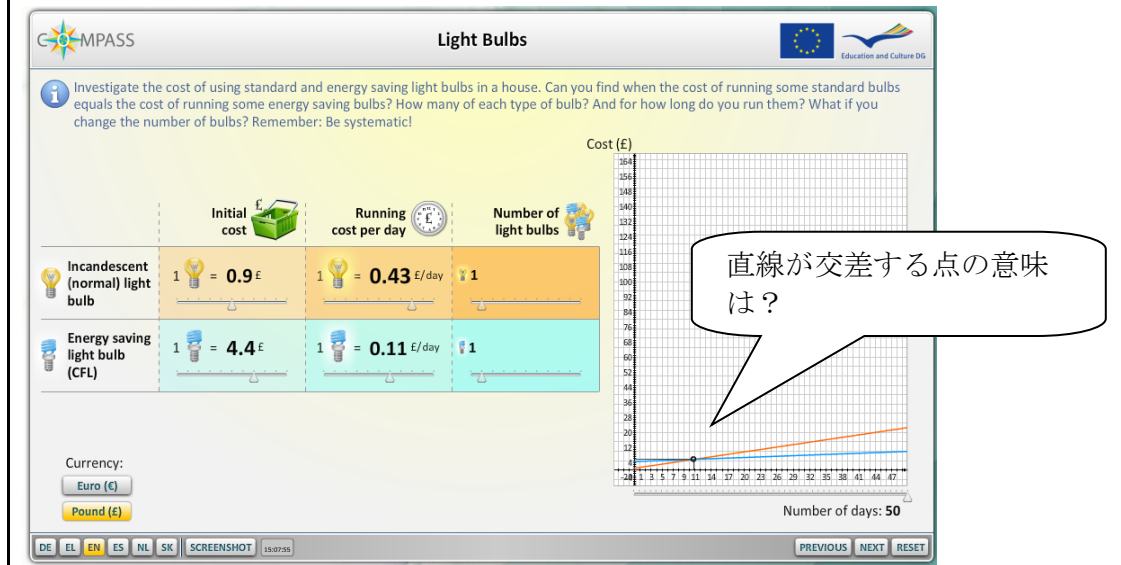
次の課題では、連立方程式がどのようにしてグラフで表され、その解は交点として得られることに焦点が当てられる。



Activity 2 for students

www.compass-project.eu/applets/#6

What is being represented by the following situation?



代数操作で連立方程式を解くのではなく、むしろ、ここでの意図は、2つの状況がそれぞれ直線によってモデル化されるとき、グラフで示された2つの変数は交点ではそれぞれのモデルで同じ値をとることについて、概念的な理解を深めることにある。

課題6では、マクロな視点として社会の視点が導入される。電球に関する変更によって、社会と人類はこの法律の変更によってどのように利益を得るか、EU全体でどの程度エネルギーが節約されるかについて議論する。

Activity 1 for students



“EUによれば、EU諸国の人々は、省エネ電球に変えることで40テラワット近くを節約できる。これはルーマニア又は1100万戸の電力使用量に相当する。500メガワット級の発電所10基が閉鎖されるだろう。加えて、CO₂排出量は年間15百万トン削減される。

もし、数値が正しいならば、この変更によって社会は環境的な利益を得る。

- EUの人口
- 1テラワットは何メガワットか。
- 1あたりのCO₂の排出量 (ここでの焦点は、電球を灯すことによる排出のみ)

課題 7 では、これまでの授業で得たすべての情報を用いて、電球の使用禁止は賢明な決定であるかどうか議論する。従来型の電球の使用については賛成と反対の双方について理由が存在することから、単純明確な決定は可能ではないことを学ぶ。このような学習は、政治的決定は科学的なエビデンスから直接なされるのではなく、主観的な要素を含むことについて生徒が意識することにつながる。

本教材の最後において、理想的には、物理と数学の教員は基本の間である、なぜヨーロッパで電球が禁止になったのか、に返ることが求められている。

授業で集められる意見のリスト例

電球の禁止について'賛成'	電球の禁止について'反対'
耐久性: 省エネ電球の 8000 時間に比べ 1000 時間	水銀の使用による健康上のリスク
効率: 省エネ電球の 25% に比べ 5%	省エネ照明の処分などの有害廃棄物に起因する問題
マクロな視点: ヨーロッパで 500 メガワット級の発電所 10 基が閉鎖されうる	光はあまり'快適'でない
CO ₂ 排出量の大幅削減	...

教材名 : Desertec

1 概要

The situation

砂漠に太陽エネルギーの発電所を設置するかどうかについて、2009年より多くの議論を重ねてきている。ますます高まる環境汚染による脅威と原子力エネルギーの危険を踏まえると、代替案が必要となる。これらの代替案



として、風力、太陽光、水などの再生可能エネルギーが考えられる。太陽エネルギーについては、屋根にソーラーパネルを取り付けることで集めることができるが、北・中央ヨーロッパでは、北部アフリカ地域と比べると、幾分太陽エネルギーの供給は限られてしまっている。したがって、アフリカに太陽光発電所を建設することに関心が高まっているのである。しかし、実際にこのアイデアを実現することは、そう簡単ではない。

Guiding questions

- 砂漠での太陽光発電所によるエネルギー生成は大いに議論の余地がある問題である。反対派と支持者のどちらの意見が提唱されるであろうか。
- どの程度の太陽光発電所によって、ヨーロッパのエネルギーの需要に貢献できるか。
- 異なる手段でのエネルギー生産の長所と短所は何であろうか。

Final product

学習の終わりに、生徒たちは、「生徒新聞」の記事を書くか（例えば、学校新聞など）、あるいは、知見の概要を記述し、砂漠での太陽光発電所の賛否両論についてレポートを書く。そうすることで彼らは、政治的な問題に対して意思決定をする際の物理学や数学の知識の使い方を学ぶ。また彼らは、政治的な議論は、ある程度は知識と洞察に基づいているが、決定は常に、主観的/非合理的側面を必ず伴っていることも学ぶ。

The task plan

Unit	Mathematics	physics
1	課題 1: 最も重要な問 <ul style="list-style-type: none"> どの程度の太陽光発電所によって、ヨーロッパのエネルギーの需要に貢献できるか。 	
2		課題 2: 太陽光発電所とガスエネルギー発電所は、どのように動いているのか? <ul style="list-style-type: none"> エネルギーの種類とその転換 発電所におけるエネルギーの生産 エネルギー産出の異なる手段に対する賛否両論は何か?
3	課題 3: 放物面の樋は、どのようにつくられるのか? <ul style="list-style-type: none"> 幾何学的形状としての放物線, 円, 放物線の幾何学的定義, 反射, 二次関数 	課題 4: 放物面の鏡と比較して, 円柱状/球状の鏡の長所と短所は何か? <ul style="list-style-type: none"> 凹面の鏡 vs. 放物面の鏡 様々なタイプの鏡の長所と短所
4	課題 5: 2050 年には, 本当に, ヨーロッパのエネルギー需要の 15% に貢献することができるか? <ul style="list-style-type: none"> 比例的推論, 面積, 数学的モデル化 	
5		課題 6: エネルギーをどのようにして, 輸送できるか? <ul style="list-style-type: none"> 高電圧線によるエネルギーの輸送 ; AC 電圧と DC 電圧の比較
4	課題 7: もっとも重要な問に戻る <ul style="list-style-type: none"> 砂漠の太陽光発電所は, ヨーロッパのエネルギー需要に意味のある貢献をすることができるか? 	

2 特徴

○ どのような数理的意思決定が想定されているか

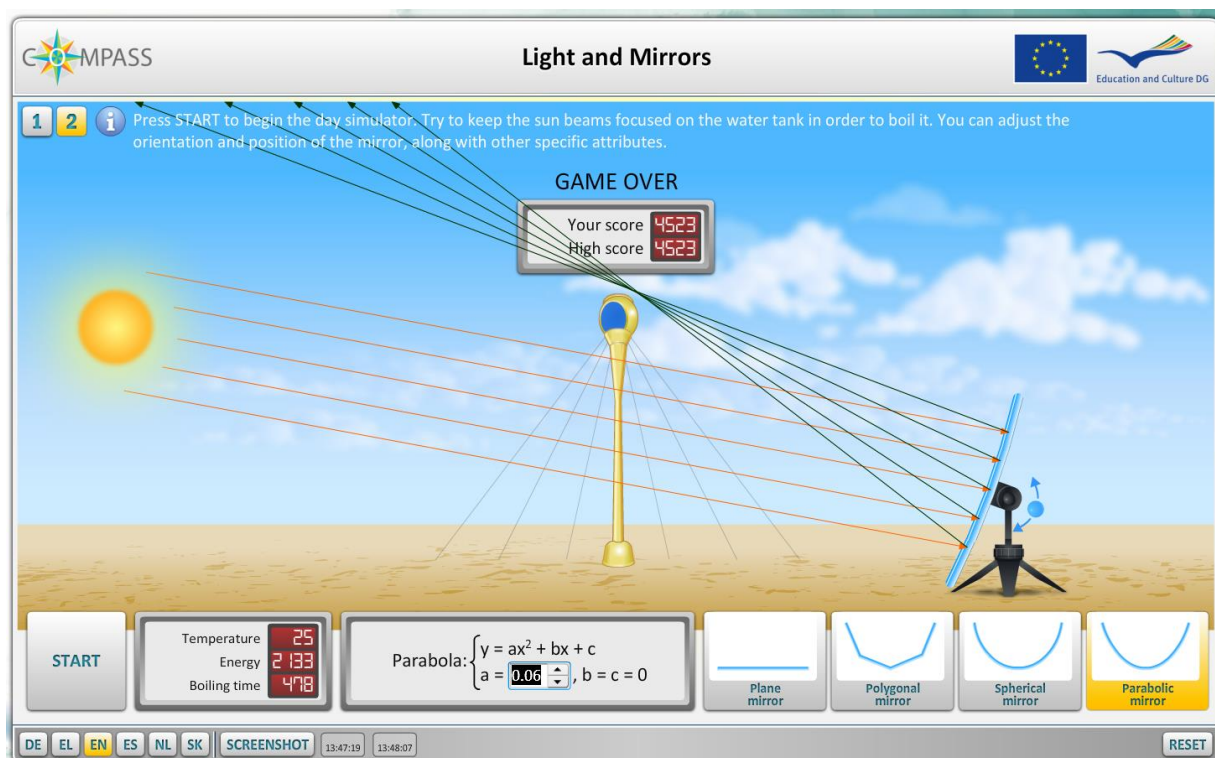
現在議論されている「Desertec project」に対して、「どのように電力を発生することができるのか」、「どのタイプの鏡が、太陽光発電所に適しているのか」、「どれだけ多くの発電所が、ヨーロッパのエネルギー需要を満たすために必要であるのか」、「ヨーロッパに、太陽光によるエネルギーを送電するにはどうしたらよいか」といった問題を解決しながら、砂

漠での太陽光発電所の妥当性について考える。また、その際、政治的な議論が関わってくることによって、主観的/非合理的側面が出てくることも知る。

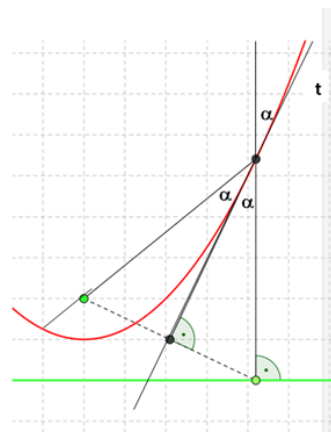
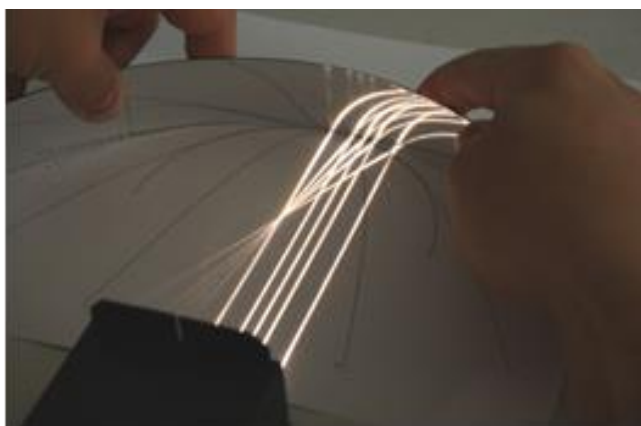
○ その方法の特徴

課題 3 では、下図のシミュレーションソフトが用意されており、どのようなタイプの鏡がより一箇所に光を集めることができるかを探究する。容易されている図形は、平面鏡、多角形鏡、球面鏡、放物面鏡である。太陽の動きにあわせて、焦点を青い部分に合わせることによって、エネルギーが発生し、それによって蒸発が起きることが視覚化されている。

これまで、円と放物線に対して、光線が1つの点に集まるかどうかを作図を通して、考察してきた。ここでは、シミュレーションを行うことによって、それを確認するとともに、太陽光発電という文脈に回帰させている。



また、この教材では、下図のような実験を行うことによって発見を促した後、発見した性質を数学的に導くことができるかの確認をさせている。発見と確証を交互に行わせている点の特徴である。



教材名 : Biodiversity

1 概要

Abstract

この活動では、生徒たちはオランダのガン(ガチョウ)の生息数の増加について調査する。生徒たちは、「生物多様性」の意味とそれをどう測るかについての両方を学ぶ。最終的には、Sovon organisation の鳥の集計作業員に対して、自分たちが発見したことやアドバイスを伝えるためのレポートを書く。



Summary table

数学的内容	・関数とグラフ ・モデリング ・確率
科学的内容	・生物多様性：それが何を意味するかとどう影響するか
生徒の年齢	16歳
数学の授業の時間数	3
科学の授業の時間数	3

The situation

オランダや、他のヨーロッパの国々に繁殖するハイイロガンの生息数は確実に増えている。このことは、全国的な鳥計測イベントからも明らかである。Sovon（オランダの鳥愛護団体）は、オランダでの鳥の生息数や繁殖の仕方を把握するために計測イベントを運営している。これらの計測イベントの結果は、Sovonによりネット上でエクセルファイルで公開されている。

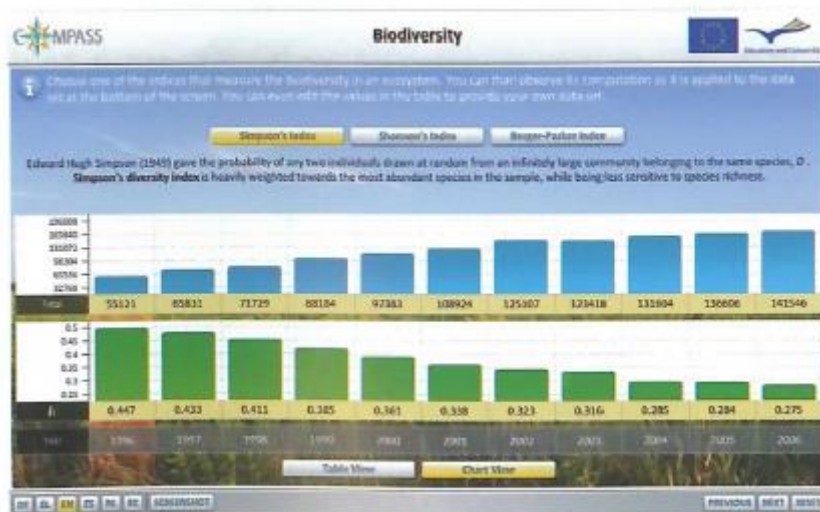
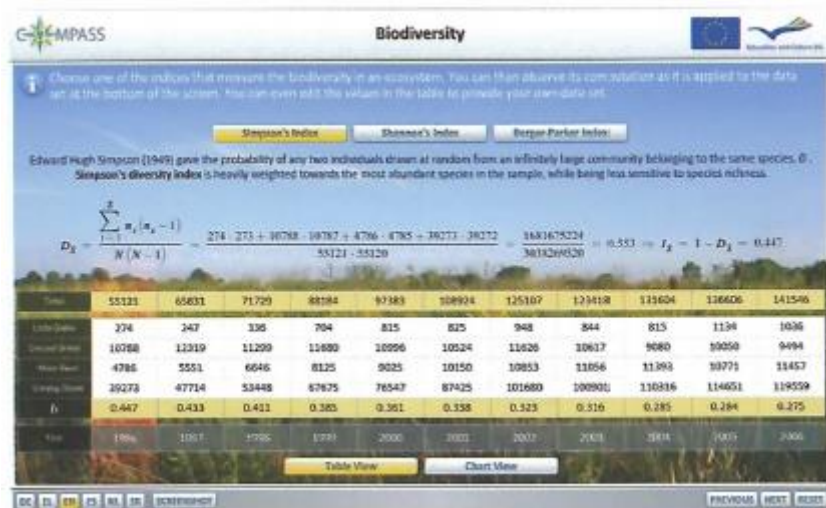
この指導単元では、そのデータ表の一部を見せる。Sovon の計測者は、ハイイロガンの生息数の増加について懸念を抱いている。彼らは、水鳥の種の多様性が危険にさらされるかもしれないということを恐れている。

Guiding questions

- Sovon は鳥の生息数を数えている。ハイイログンの生息数は増えている。この増加は、水鳥の多様性に対する懸念を与えうるものか。
- 「生物多様性」の概念は何を意味しているか。それはどのように数学的に記述されるのか。また、その強みと限界とは何か。
- 水鳥の生物多様性は、オランダ（またはヨーロッパか、あなたの国）でどのように変化しているか。ハイイログンの生息数の増加はどういった影響をもたらすのか。

Final product

生徒たちは、Sovon の鳥計測者に向けた彼らの分析結果のレポートを書き、問題点とそれがいかに深刻かについて彼らの考えを示す。グラフや表を用いて問題点についてまとめさせるべきだろう。また、生物多様性の指標に関する公式について評価させるべきである。



The task plan

Unit	Biology	Mathematics
1	課題 1：課題の導入 <ul style="list-style-type: none"> ハイイロガンの生息数と危険性；水鳥の生息数とバランスについて把握 	
2	課題 2：生物多様性とは何か <ul style="list-style-type: none"> 生物多様性の特徴について議論 	
3		課題 3：他の水鳥と比較してのハイイロガンの生息数の変化 <ul style="list-style-type: none"> 増加の様子がわかるように手書きやエクセルなどを使って図に表す
4		課題 4：生物多様性を表すのにどのような尺度が使われるのか
5	課題 5：鳥の生息数と種類の変化に根底にある要因とはなにか	<ul style="list-style-type: none">
6	課題 6：初めの問題に戻って <ul style="list-style-type: none"> ハイイロガンの生息数の増加は他の水鳥に対する懸念事項なのか ここ 10 年間で生物多様性の変化についてまとめよ ハイイロガンの生息数の増加は本当に憂慮すべきかどうか説明せよ 実践への提案：水鳥の生息数調査 実践的な調査を通して学習したことの関連性と応用についてまとめよ 	

2 特長

生物多様性は、生物学上の重要なトピックである。生物多様性の指標は、数学における「確率」と関係している。このプロジェクトでは、生徒たちは、一般的な生物多様性と領域固有な生物多様性の 2 つの側面について学べるよう、生物学と数学の領域が結び付けられている。

このプロジェクトでは、オランダのガンの生息数の増加という文脈が設定されている。生徒はすぐに「ガンが生息数の増加は、自然に対していいことだろう」と考えるだろう。このプロジェクトは、生物多様性の概念について生徒に意識付けさせることから始められる。生物多様性は、ごく簡単な形(考えさせる、ペアで話合わせる)で議論を投げかけること

で導入できる：マクドナルドや H&M の支店数の増加についてどう思う？

教師はわかりやすい文脈での競争や多様性、柔軟性について注目させ、それが生物多様性にどう関わっているのかを示せばよい。この議論はオランダでは、ハイイロガンの事例でよく導入されている。オランダの水鳥の生息数の傾向についてのデータが生徒には与えられる。

生徒たちは、鳥の計測から得られる結果のデータから、鳥の生息数の変化をとらえることができるということを理解する。データに基づき、ハイイロガンの生息数の増加と、他の水鳥の生息数の現象との相関が予想される。生物多様性のレベルの低下は、種の生息数の減少と関係していることが直観的にわかるだろう。特定の種の増加は、生物多様性の減少をもたらさうのだろうか？

また、数学の公式が生物多様性を測るのに使われるということは、生徒にとっては確かなことではないだろう。基本的な考えは、2 つの同じ種が特定の場所で出会う確率が生物多様性の尺度となっているのである。この課題では、一連の事例を通して、公式の違いについて議論されたり、それらの使用の仕方について説明される。これは、オンラインでのインタラクティブアプレットを利用することでサポートされている。

最終的には、ハイイロガンの生息数とその深刻さをまとめた Sovon へのレポートを書くために、ここでの知識は使われる。これらの授業を通じて、生徒は生物多様性の重要性、生物多様性に対して悪い影響を与える側面、どのように生物多様性が測られるのかということに対する理解するだろう。

教材名 : Water quality

1. 概要

The situation

水泳用の水の質は、毎年、全てのEU諸国に同じように適用されるいくつかの共通のガイドラインに従ってチェックされる。水が「清潔」であると規定することのできる基準は何か。そして、これらの基準はどのように規定され、なぜ他の基準ではいけないのか。その基準に対する諸検査の結果は、どれくらい信頼できるものであるか。

これらの問題が、この単元において扱われ、そのために生徒たちは調査を行い、答えを定式化する。

Overarching questions

- ・水泳用の水の清潔さはどのようにして検査することができるか。
- ・「青旗賞（浜辺の清潔度と水質がEUの基準を満たしている海水浴場に贈られる賞）」とは厳密には何であるか。
- ・「青旗賞」のための測定値や基準はどのくらい信頼できるか。
- ・オランダにおける水泳用の真水と塩水の質の状態はどうか。
- ・EU諸国の間で水質に顕著な違いは存在するか。

Final product

あなたの地域の観光案内所のために、なぜ観光客はこの地域で泳がなければならないか、また何を改善すべきかについて説明しているレポートを書きなさい。このレポートの中で、あなたが行った諸実験とその検査によって発見した事柄について言及しなければなりません。

The task plan

Activity 作業	Biology 生物学	Chemistry 化学	Mathematics 数学
0	課題 1 : 課題への導入 宿題 : あなたの地域の水サンプルを持参しなさい		
1		課題 2 : 水は十分に清潔であるか	

		諸サンプルについて討論しなさい：水泳用の水／飲み水の基準とは何か、またそれらの基準をどのように検査することができるか	
2		課題3：それらの基準は信頼できるか 化学的また生物学的パラメータの諸基準：正確さ、様々な方法の長所と短所	課題3：それらの基準は信頼できるか 青旗賞の基準のための様々な計算 オプション：濃度と pH 値の対数関数的関係
3	課題4：他にどんなことが考えられるか E大腸菌（バクテリア）用の検査サンプルと他の生物学的材料	課題4：他にどんなことが考えられるか 酸、塩化物、亜硝酸塩のための検査サンプル	
4		課題5：測定結果は信頼できるか 検査結果の正確さ	
5			課題6：オランダとその他の国々をどのように比較できるか グラフを読み解きながら、諸国間の比較をする
6	課題7：討論 各グループの結果についての討論		

2 特長

○どのような数理的意思決定が想定されているか

水泳用の水の水質基準について考えさせる探究課題である。彼らは自分たちの基準を用いて水のサンプルを検査し、諸基準について議論する。そして、これらの基準をEU内で適用されている規準と比較する。水質のための諸ガイドライン（特に「青旗賞」）を見て、ガイドラインとして一般的に承認された諸基準の利点を認識し、諸基準やガイドラインの解釈の背景にある様々な根拠を理解する。なぜ観光客はこの地域で泳がなければならないか、また、改善すべき点は何かについて、地元の観光案内所に提案することが最終的な課題である。

○その方法の特徴

課題2において、彼らは自分たちの基準を用いて水のサンプルを検査することにより、客観的で一般的な基準を適用することが重要であり有用であることを理解する。生徒たちの検査では、各サンプルに関して異なる基準が使われている可能性があり、全ての重要な側面が考慮されたかどうか確定できない可能性があることに気がつく。そうして、水泳用の水質を決定することのできる正確ではっきりした基準と測定方法を探究する必要性を考えさせ、「青旗賞」の諸基準を適用することを学ぶ。

課題3において、「青旗賞」の基準について学習をする。以下に主な基準をあげる。

基準7. ビーチは、水質サンプリングと頻度諸条件を完全に順守しなければならない。

基準8. ビーチは、水質分析のための諸基準と必要諸条件を完全に順守しなければならない。

基準10. ビーチは、微生物学的なパラメータ大腸菌(糞便大腸菌のバクテリア)と腸の腸球菌(連鎖球菌)に関する青旗賞の必要諸条件を順守しなければならない。

モニターすべき微生物学的パラメータが下に与えられている。青旗賞の制限値は、海水域に関しても真水に関しても同じである。

パラメータ	制限値
糞便大腸菌のバクテリア (大腸菌)	250 cfu/100 ml
腸の腸球菌/連鎖球菌	100 cfu/100 ml

cfu=(バクテリアの)コロニー形成単位

基準 11. ビーチは、次の物理的・化学的なパラメータに関する青旗賞の諸必要条件を順守しなければならない。

生徒たちは、なぜこれらの基準であって、他の基準ではないのか、青旗賞基準について批判的に考察する。課題3・4では検査中に使われる諸パラメータとそれらを選択した理由に焦点を当てている。続いて、水泳用の水質を評価するのに考慮可能な他の諸パラメータについて討論する。

課題4では、持参したサンプルで青旗賞の基準による検査を行い、

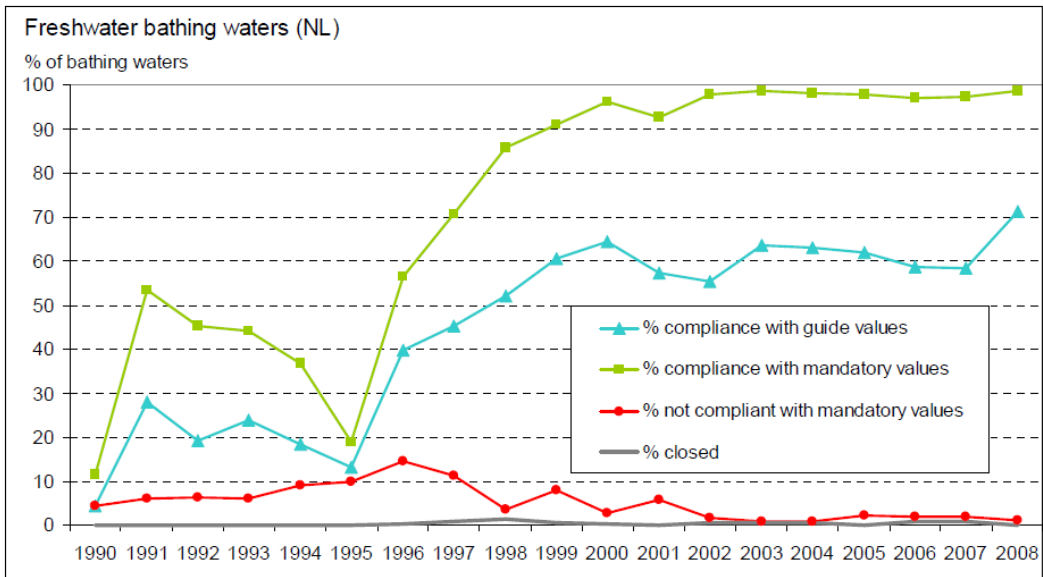
- ・青旗賞の必要条件を満たしているか。
- ・このことについて確信があるかないかとその理由。
- ・検査した水が必要条件を実際に満たしているとしたら、その結果を信頼してその中で泳ぐことができるか。
- ・それを信頼するかしないかとその理由。

- ・ 検査結果から、水が必要条件を満たしているかどうか判断できるか。もし判断できない場合、今なお見落とししているのはどんな情報か。

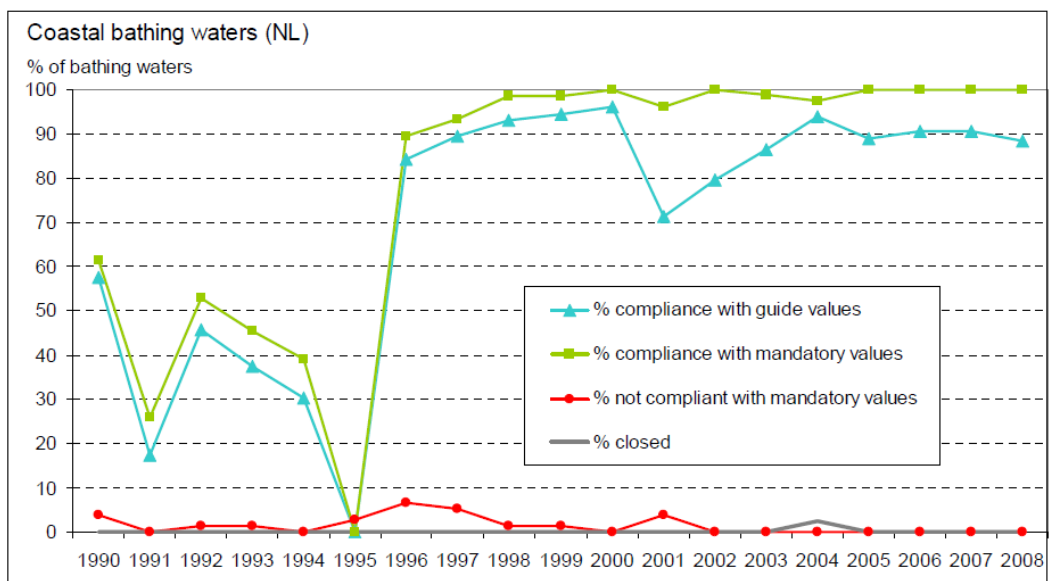
を考えさせる。

課題6では、オランダとスペインの内陸部の水泳用の水と沿海部の遊泳場における規定された諸標準の順守度を示すグラフを解釈し比較する。

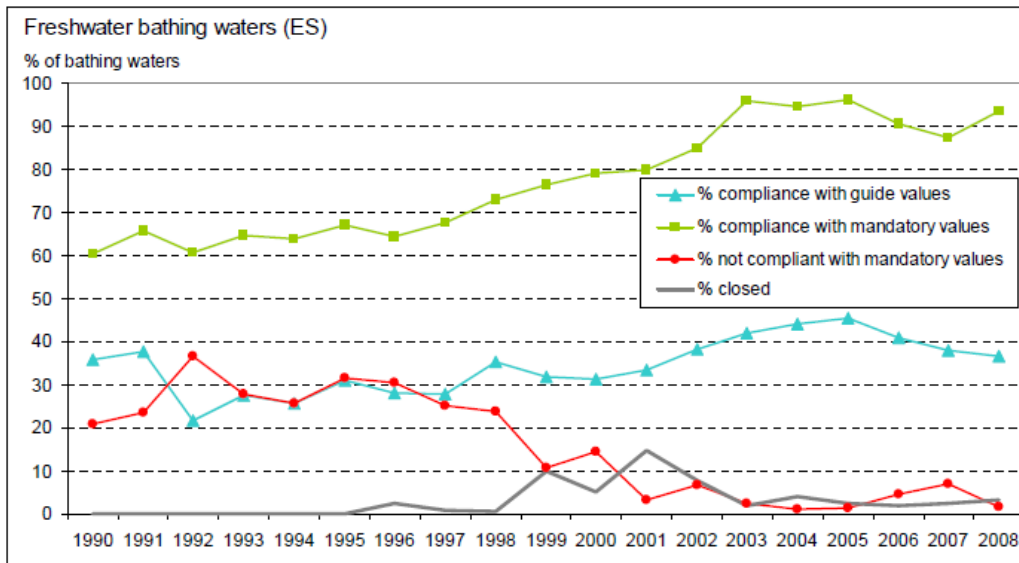
オランダの内陸部の水



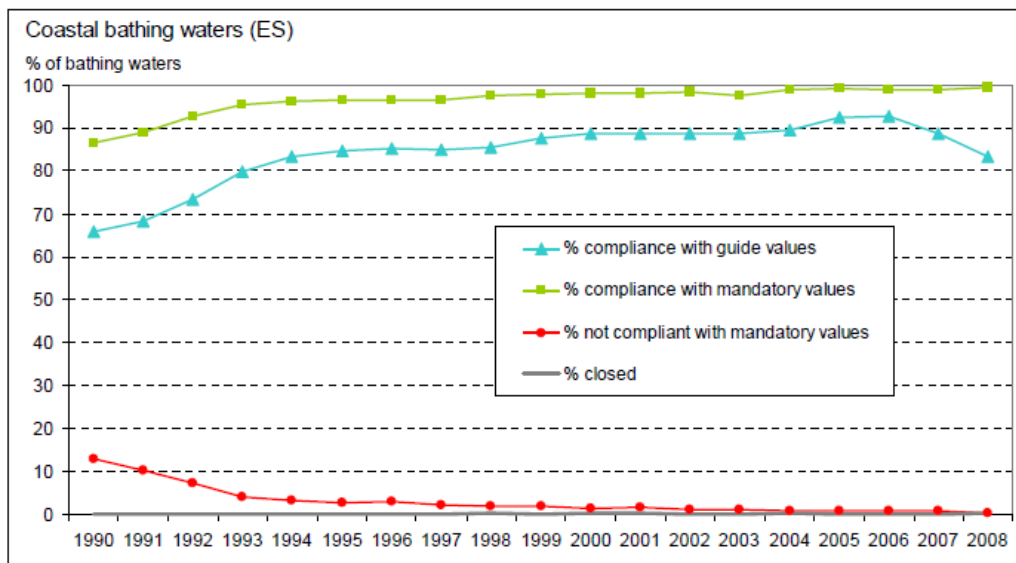
オランダの沿岸部の水



スペインの内陸部の水



スペインの沿岸部の水



- 図表 1 と 2 を比較して、どんな結論を出すことができるか。
- グラフによると、特に目立つ年があったか。これらの年のどういうことが特殊か。
- 図表 3 と 4 を比較して、どういう結論を出すことができるか。
- あなたはこの二国間の水質の違いについてどういうことが言えるか。どちらの国の水質が優れているか。

教材名 : Dangerous cold

1 概要

The situation

低体温症は、お年寄り、コミュニティにおける最貧困層の人々、もしくはとても低い温度にさらされている人にとって危険な問題になる。また、暑い天候では、数千人もお年寄りに熱射病の危険がある。熱の損失を抑え、暖かさを保つ方法を知ること、もしくは暑いときには涼しく保つ方法を知るとは、命を救うことになる。



暖かく保ち、温度を維持することは自然界にとっても、人口の環境においても重要な原則となる。自然界では、人間を含む動物は、生き残るために体温を保ち、制御する必要がある。今日の世界では、我々は出来る限り低いコストで、居住スペースの温度を保つ必要があり、そして二酸化炭素排出量を少なくしなければならない。これは、我々個人の経済性のためだけではなく、世界の利用可能な燃料を大切に使い、燃料を燃やすことによる環境への影響を減らすために重要なのである。

Guiding questions

- 熱エネルギーはどのように循環しているか？
- エネルギーの流れや温度の変化を、どのようにモデル化できるか？
- 低体温症を防ぐために何ができるか？

Final product

生徒たちの課題は、低体温症の危険を認識させる上で役立つ簡単な道具を用いて、説得力のある論証を行うとともに、そのリスクの減らし方を知ることである。論証は、冬に一人で生活しているお年寄り、新生児の両親、山歩きに行く友達、街中で野宿をする若い人々を対象に行う。生徒たちはまず、その危険について論証し、そしてその危険がどのようにして削減されうるかを示す。次に、濡れている衣服と対照的に、乾燥した衣服の重要性について示すために、道具を用いた実験による論証の計画を立てる。

The task plan

Unit	Mathematics	Science
1	課題 1：状況の導入（流れと熱） <ul style="list-style-type: none"> 水、交通、熱は、場所から場所へとどのように移動しているか？ エネルギーの流れや温度の変化どのようにモデル化できるか？ 低体温症を防ぐために何ができるか？ 	
2	課題 2：水についての類比を通して、熱の流れをモデル化する。 <ul style="list-style-type: none"> 水を用いて、熱の流れをどのようにモデル化できるか？ コンテナに出入する水の流れを、グラフでどのように表すことができるか。 流入と流出が同じであるとき、何が起こるか？ どのような状況下において、水（もしくは温度）の段階は平衡に達するだろうか？ 	課題 3：温度の概念と熱の流れを探求する。 <ul style="list-style-type: none"> 水を用いて、熱エネルギーの流れをどのようにモデル化できるか？ ろうそくにより加熱されたとき、水の温度には何が起こるだろうか？ 熱平衡に対して、水の流れの類比はどのようなものであるか。
3	課題 4：家に流入，流出する熱の流れ 家の内外が暖かいとき、そのうち家の温度はどのようになるか？ <ul style="list-style-type: none"> 室内と室外で大きな温度変化がある場合、何が起こるだろうか？ 温度変化が少ない場合、何が起こるだろうか？ 室内外の温度が同じ場合、熱の流れには何が起こるだろうか？ 	課題 5： <ul style="list-style-type: none"> 違う温度のブロックがお互いに触れると、何が起こるだろうか？ ブロックの素材が何であるかは重要か？ お湯と水を混ぜたとき、何が起こるだろうか？混ぜたものの温度を予測できるか？お湯よりも冷たい水のほうが多いかどうかは重要だろうか？ 水が張られた水泳プール全体を温めるにはどのようにしたらよいだろうか？
4	課題 6：エネルギーの流れと家の温度に対する，熱源と断熱材の効果 <ul style="list-style-type: none"> 外の温度，熱源の数，温度伝導率，壁の厚さを変化させることによる効果は何か？ これらの関係を，構造的に調べるには，どのようにすればよいか？ 明らかに奇妙な結果はどのように説明さ 	課題 7：熱エネルギーの流れを制御すること <ul style="list-style-type: none"> フラスコ内にある熱湯が，ビーカー内にある水よりもゆっくりと温度が下がっていくのはなぜか？ フラスコ内の冷水が，ビーカー内にある水よりもゆっくりと温度が上がっていくのはなぜか？

	<p>れうるか？たとえば、熱源の数を二倍にしても、内部の温度は二倍にならないなど。</p> <ul style="list-style-type: none"> このモデルの限界は何だろうか？ 	<ul style="list-style-type: none"> 熱エネルギーの流れと、温度変化に対する断熱材の影響について、何がわかるだろうか？
5	<p>課題 8：低体温症のリスクを軽減する要因の論証</p> <ul style="list-style-type: none"> 低体温症と熱平衡の主要な考え、熱エネルギーの流れ、断熱材と伝導率、温度は、どのようにつながるか？ 低体温症のリスクを認識させ、そのリスク軽減の仕方を知らせるためには、どのようにすればよいか？ 低体温症のリスクについて納得させ、予防を取る方法を示すために、この問題をどのように論証することができるか。 	

2 特徴

○ どのような数理的意味決定が想定されているか

低体温症の危険から人々を守るために、熱に関する流入、流出の概念を用いて、低体温症の危険を軽減させたり、予防するための方策を考え、それを明確に示すことが求められている。

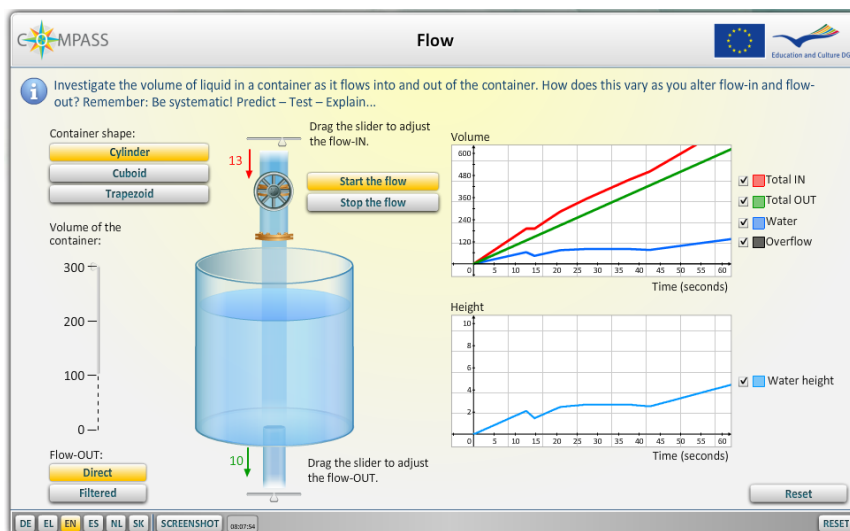
○ その方法の特徴

課題 3 では、下図のシミュレーションソフトを用いて、円柱、直方体、台形の四角柱のコンテナに対して、水を流入、流出したとき、体積や高さはどのように変化していくかをグラフにて考察する。具体的には、次の問いを考えさせている。

- ▶ 赤い線の傾斜は何であるか。赤い線をより急勾配にすることはできるだろうか。
- ▶ 赤い線が緑の線よりも急であるとき、コンテナ内部では何が起きているだろうか。
- ▶ もしも青い線が平行線であるならば、コンテナ内では何が起きているだろうか。

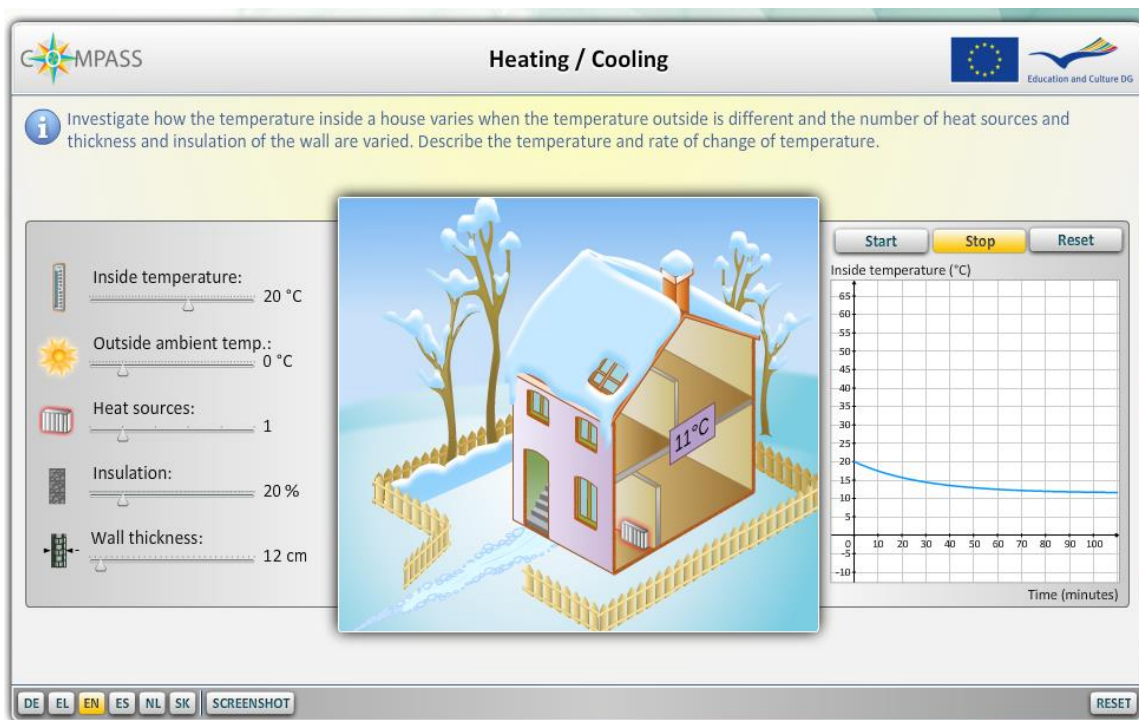
この活動によって、「平衡」の意味を捉えさせている。

また、教師ノートでは、予想 - 試行 - 説明の手続きが重要であることを強調している。



課題4では、下図のシミュレーションを用いて、家の中の温度、外の温度、熱源の数、断熱率、壁の厚さを変数とし、それらの変数の値を変化させながら、家の中の温度がどのように変化していくかを探求する。

この活動を通して、エネルギーの流れについて理解させようとしている。



教材名 : Dangerous Rain

1 概要

The situation

過去10年間に、ヨーロッパのいくつかの地域においては干ばつを引き起こすような降雨量の傾向が減少したのに対して、他のいくつかの地域においては洪水が生ずるような非常に激しい降雨が増えた。洪水による環境破壊の危険性を最小限にするためには、様々な異なった条件下において水がどのように流れるかを理解することが不可欠である。洪水は特定の場所で発生し、しばしば予測するのが非常に困難である。しかし、数学と科学をより良く理解することは、適切な予測し、最悪の事態を避けるための我々の能力の向上に役立つだろうか。



Guiding questions

- 雨水はどこに行くか。
- 我々は実生活における雨水の流れをどのようにモデル化することができるか。
- 洪水を防ぐために何ができるか。

Final product

生徒は、グループで、科学委員会（scientific committee）としてプレゼンテーションを行い、特定地域における新たな洪水災害の危険を減らすための様々な行動を提案する。生徒の課題は、様々な提案をするために、数学と科学の授業で水の流れについて学んだことを利用することである。数学と科学の授業で行った実験のいくつかを利用し、被災地の農民、エンジニアと居住者たちにできる限りよい助言を与える。

The task plan

Unit	Mathematics	Science
1	課題 1：状況の紹介：流れと洪水 <ul style="list-style-type: none">• 水や交通や血はある場所から別の場所へどのように移動するか。• 雨水はどこに行くか。どんな状況下で、それは危険になりえるか。• 洪水の危険性を減らすために何をすべきか。	
2	課題 2：屋根からの流れのモデル化 <ul style="list-style-type: none">• 屋根からの雨水の流れをどのようにモデル化することができるか。• どんな要因が、屋根からの水の流れに影響を与えるか。	課題 3：異なる場面における流れの概念の理解と測定 <ul style="list-style-type: none">• 水が移動しているとき、どんな点で交通や群衆に似ているか。• ある物質が流れているとき、その量にどんな変化が起こるか。

	<ul style="list-style-type: none"> これらの要因は、屋根からの水の流れにどのように影響を与えるか。 屋根に降った水の深さは、どのように側溝にたまる水量に関係するか。 どれくらいの降雨と屋根の幅であったら、水があふれ出ることなく側溝をいっぱいに満たすことになるだろうか。 	<ul style="list-style-type: none"> 穴の大きさは、容器に対するある物質の流入と流出に、どのような影響を及ぼすか。
3	課題 4: : 容器に対する流入・流出のモデル化 <ul style="list-style-type: none"> 様々な容器に対する雨水の流入と流出をどのようにモデル化できるか。 容器に対する雨水の流入と流出をどのようにグラフによって表すことができるか。 容器に対する流入と流出が変化する時、何が起こるか。 流入と流出が等しい時、何が起こるか。 容器の大きさや形は水の溢出の速度にどのように影響するか。 	課題 5: : 種類の異なる土壌を通る水の流れ方を調査する <ul style="list-style-type: none"> どんな状況で容器はあふれ始めるか（溢出し始めるか）。 土壌は何から構成されているか。 土壌の構成は、それを通り抜ける流量にどのように影響を及ぼすか。 土壌の種類はなぜあふれ出る可能性に影響を及ぼすか。
4	課題 6: 洪水災害の危険を減らすことについての生徒のプレゼンテーション <ul style="list-style-type: none"> 雨が山腹に降り川に流れ込むのをシミュレーションするために、家の屋根の雨量を、どのように用いることができるか。 側溝の水の流れは、どのように川の流れと比較することができるか。 山腹から川への水の流れを予測する際に考慮すべき重要な要因は何か？ これらの要因は、洪水の危険性を減らすのにどのように用いられるか。 	

2 特長

○ どのような数理的な意思決定が想定されているか

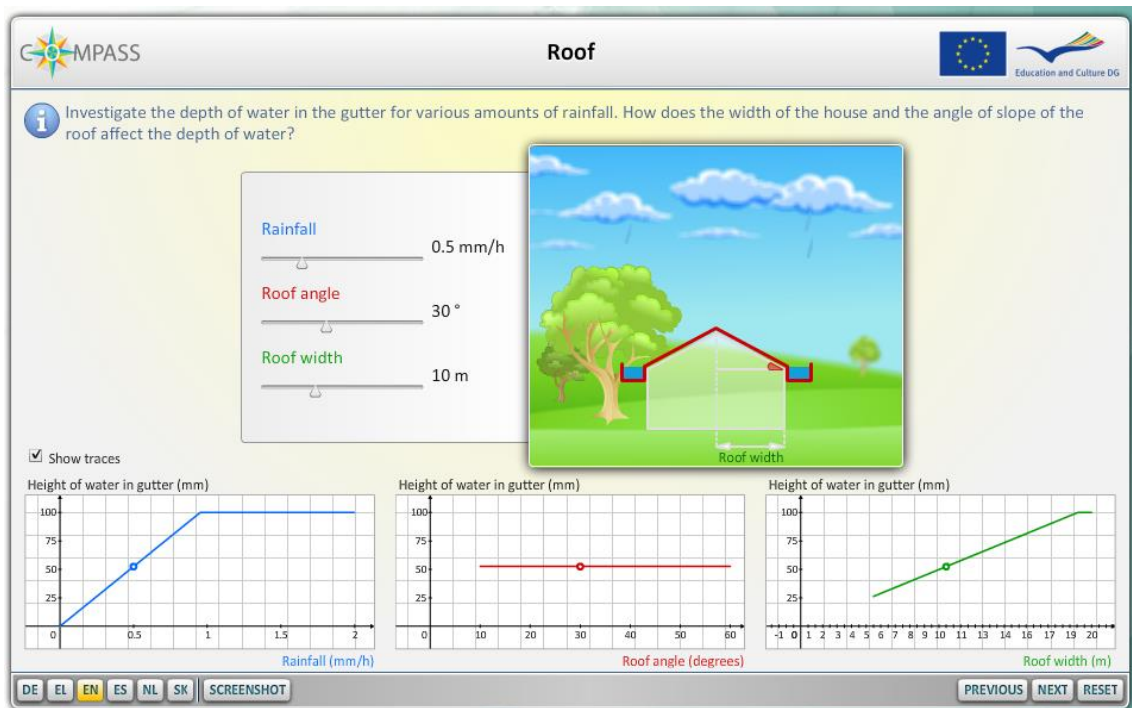
災害防止対策を考えるという任務を与えられた科学委員会のメンバーという想定のもとで、洪水が再び発生する危険性を大きく減少させるような対策を、シミュレーションや実験を通して得られた知見に基づき提案する。

○ その方法の特徴

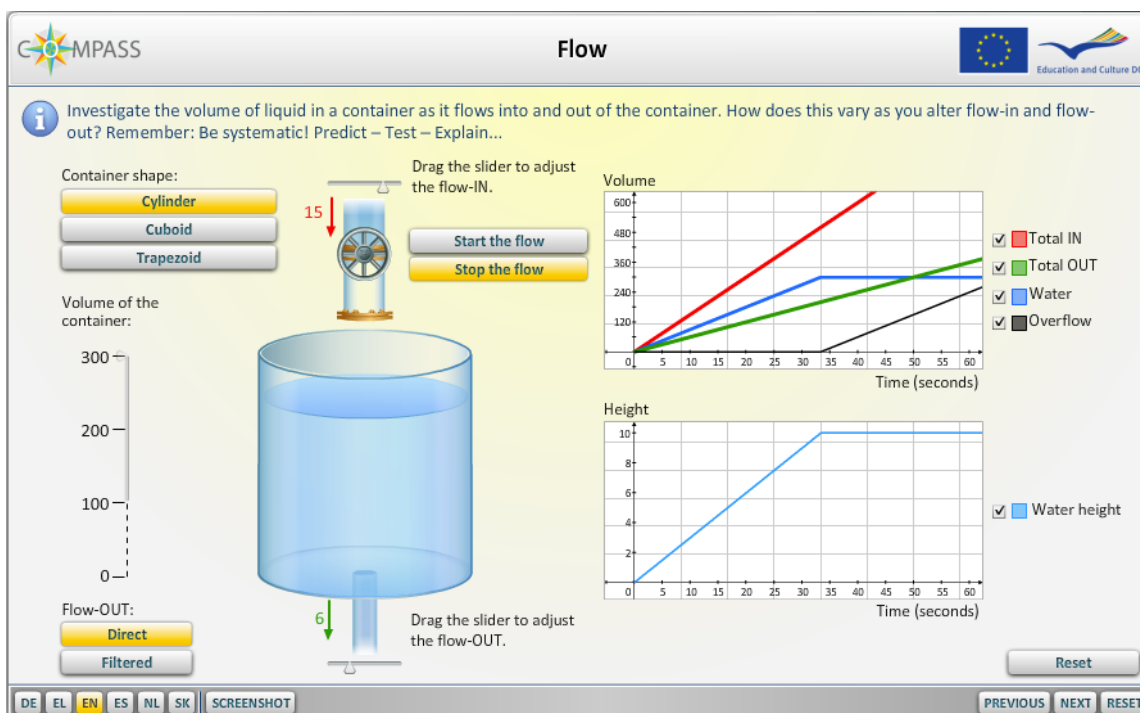
課題 2 では、下図のシミュレーションソフトが用意されており、降雨量、屋根の角度と

幅を変えながら，それらが側溝の水深にどう影響するかを探究する。そして，雨が，例えば丘の上に降り水路や川に流れ込む時に必然的に発生する問題を理解できるようにする。

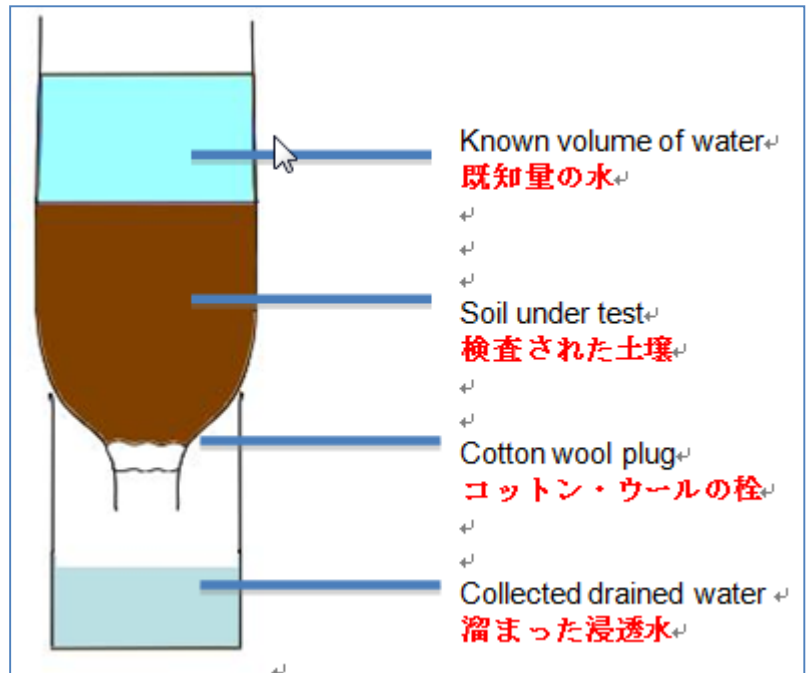
予想し，テストし，その結果を説明するというプロセスが強調されている。そこでは，シミュレーションの計画，すなわち，3つの変数をどのように制御するかも考えることになる。



課題 4 では，水が異なった形の容器に流入したり流出したりする様子をシミュレーションする。溢出や洪水は，ある場所に対する流入・流出の流速の差の分析によって説明することができる。課題 2 と同様，予想し，テストし，その結果を説明するというプロセス，シミュレーションの計画に加えて，グラフを事象と関連づけてよむことが大切にされている。



課題 5 では、土壌を通り抜ける時の流速は土壌の構成とどのように関連しているかを捉え、土壌の構成を洪水の危険性と関連づけるために、右図のような実験をする。この実験は、種類の異なる乾燥した土壌を用意し、彩色した水を注ぎ、彩色した水がビーカーの底に達するのに要する時間や流出量に関するデータを集めるものである。また、発展的に、土壌がすでに湿っていた場合にはどのような違いが生じるか。さらに、水を遅めに注入した場合と早めに注入した場合にどんな違いが生じるか。



実験データの処理、分析とともに、実験結果を公正で信頼性のあるものにするにはどうしたらよいかや、データにはどのような不確定要素があるか、またどうしたらこれらの不確定要素を減らすことができるかを考えるよう促される。

教材名 : Food

1 概要

The situation

若者たちが彼らの食べるものによって早い年齢で肥満になっているということが、大変懸念されている。ヨーロッパの多くの国ではこの状況について大変心配し、生徒たちが学校で提供される食事中に食べるものを管理しようとしている。例えばイギリスでは、学校の昼食は厳しい栄養に関するガイドラインに従っており、生徒たちが自動販売機で買えるものについても管理している。



脂肪、塩、炭水化物の多い食事はイギリスの学校では禁止されるだろう

2005年9月以降のこの禁止は、労働党の協議会において教育省長官ルース・ケリーによって発表された。校内の自動販売機ではチョコレート、ポテト・チップス、炭酸飲料を販売することは許されないだろう。学校の食事に関する検討委員会は来週、学校の食事において許される食材に関する栄養基準の詳細を発表するだろう。「学校の売店で毎日提供されているジャンク・フードについてのスキャンダルを終わりにしなければならないことを十分に認識している」とケリー氏は述べた。

禁止すべき食品

「肉のスラリー」と「機械的に再生された肉」から作られたバーガーとソーセージ

チューインガム、リコリス、ミント、フルーツ・トローチ、トフィー、マシュマロを含むスイーツ類

チョコレート、チョコレート・バー、ウエハース/ビスケット

ポテト・チップス、トルティーヤ・チップ、ソールト・ナッツ、オニオン・リング、ライス・クラッカーのようなスナック類

Guiding questions

- ・食品のどのような構成成分が健康的であるか、あるいはそうでないか。なぜこのことに関心を持たなければならないか。
- ・食品の個々の構成成分の人体に与える影響はどのようなものか。
- ・私たちの家族は何を食べているか。私たちの食べる物の影響はどのようなものが考えられるか。
- ・どうしたら食品から得るエネルギーを私たちの行う運動によって確実に消費することができるか。

Final product

あなたの代表的な食品の摂取を分析するポスターをデザインしなさい。あなたの食品の摂取と運動を一般に勧められているものと比較しなさい。

健康的な食事について諸勧告を配慮した学校売店のメニューを考案しなさい。

The task plan

Task	Science	Mathematics
1		課題 1 数学:導入-食品中のエネルギー 一日あたりどれくらいのエネルギーを消費すべきか。
2	課題 2 物理学:食品中のエネルギー 食品中にどのくらいのエネルギーがあるか, どのようにしたら調べることができるか。	
3	課題 3 生物学:食品の構成成分は何か。 食事についての討論。食事のデータを記録するための日誌を考案する	
4	課題 4 生物学:炭水化物, 脂肪, タンパク質について知っているか。 生徒たちが日中に食べるものについてのポスターの制作。カロリー・ピラミッドの上に様々な種類の食品を配置する。	
5	課題 5 化学:食品中の炭水化物, 脂肪, タンパク質の存在を検査する。 グループによる実験的作業。	
6	課題 6 化学:あなたの日常の食事についてはどうか。 日誌から得られるデータを要約する。	
7		課題 7 数学:何を食べているか。 食品中の個々の栄養素の量と消費されるエネルギー量の算出。 日誌についての評価と消費されるエネルギー量の算出。
8		課題 8 数学:適切な食事をしているか。 統計学的評価とポスターのデザイン。
9	課題 9 生物学:学校の売店のメニューを考案する。 見直しをし, 要約し, この知識を応用する。	
10		課題 10 数学:どうしたら最も有効な方法で食品を買うことができるか。 食品の現行の諸価格を調べ, 統計的に比較する。

2 特長

○どのような数理的意味決定が想定されているか

わたしたちに必要なエネルギー量やさまざまな食品のカロリーを計算するなど、現実の問題をモデル化して分析する。分析結果をもとに、自分たちの食生活を見直し、健康的な学校売店のメニューを考案する。

○ その方法の特徴

課題1において、生徒たちは、以下の簡単な方法（これらの数式は大人用であることに注意）を用いて、代表的な人物の1日当たりのカロリーの必要量を計算する。

男 性 : 体重(kg)×24×活動係数

女 性 : 0.9×体重(kg)×24×活動係数

活動係数(AF):

体を動かさずに座っている	1	全く運動しない+1日の大半は学校か家にいる
軽い活動	1.2	週3回の規則的な運動+1日の大半はデスクでの仕事か家にいる
活動的	1.4	毎日体を動かす+1日の大半は立って働く
非常に活動的	1.5	毎日強く体を動かす+1日の大半は建設作業







これらの計算は、体重しか考慮していない、大人用であったので、生徒たちには合わない結果となる。次に体重に加えて身長と年齢を考慮した複雑な方法を用いて、日単位のカロリー必要量を計算する。

男性:活動係数×(66.47 + 13.75 × 体重 (kg) + 5 × 身長 (cm) - 6.76×年齢 (years))

女性:活動係数×(655.1 + 9.65 × 体重 (kg) + 1.84 × 身長 (cm) - 4.68×年齢 (years))

活動係数

	男性	女性	
休息している	1.0	1.0	寝ている, 横になっている
体を動かさずに座っている	1.3	1.3	最小限の運動, 大体は座っているか横になっている
軽い活動	1.6	1.5	歩行を含む軽い活動
適度	1.7	1.6	軽い肉体労働
非常に活動的	2.1	1.9	農作業, 兵役, 相当な建設作業
極めて活動的	2.4	2.2	日々激しいトレーニングをする運動家, 建設労働者, 鉱山労働者など

Worksheet 1.5 – People Profiles	
	
Name	James
Age	29
Occupation	Builder
Weight	78 kg
Height	182 cm
	
Name	Antonio
Age	42
Occupation	Office worker
Weight	82 kg
Height	191 cm
	
Name	Jenny
Age	22
Occupation	Dancer
Weight	62 kg
Height	171 cm
	
Name	Marta
Age	36
Occupation	Farm worker
Weight	65 kg
Height	165 cm
	
Name	Maria
Age	32
Occupation	Engineer
Weight	65 kg
Height	173 cm
	
Name	Sonja
Age	24
Occupation	Athlete
Weight	61 kg
Height	165 cm

次に、彼らが今日食べたもののカロリー量が与えられ、適切なレベルの運動と、彼らのエネルギー摂取量と出力量のバランスを良くするために、ふさわしい運動のレベルと、どのくらいの時間を運動に費やすべきかについて提案する。もし摂取量が十分でない場合、他に何を食べたら良いかについても提案する。

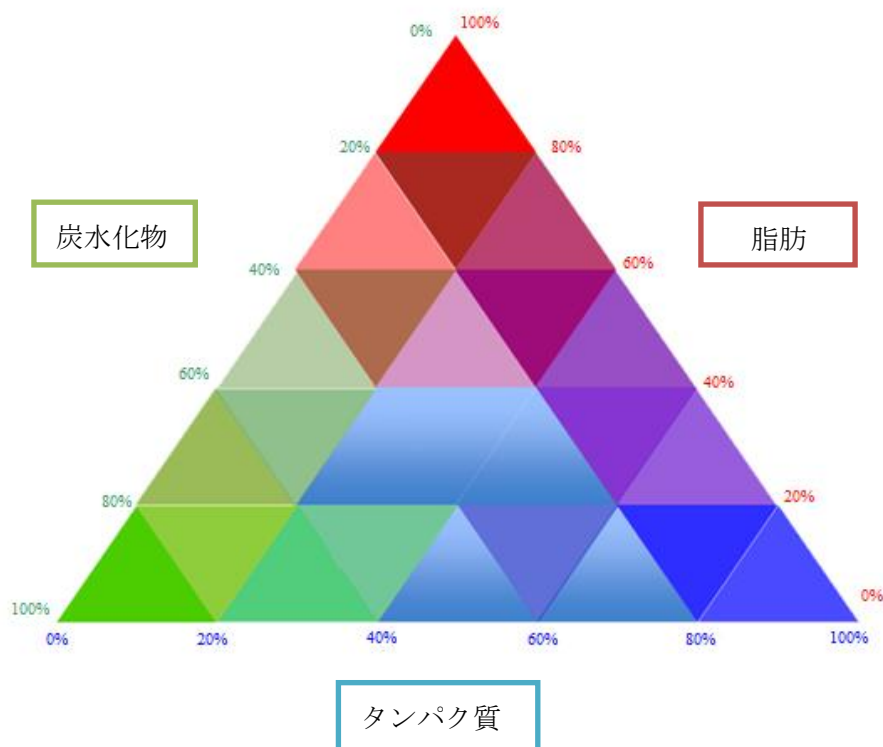
Name	エネルギー摂取量 (kJ)
James	32 567
Antonio	18 213
Jenny	9 605
Marta	12 435
Maria	16 215
Sonja	25 331

様々な運動に対する代表的なエネルギー出力量が与えられている。

運動	燃焼した カロリー (kg/hour)	運動	燃焼した カロリー (kg/hour)
サイクリング(適度の)	8.0	テニス(普通程度の)	5.0
ランニング(時速 10 マイル)	16.0	ウォーキング(適度の)	3.5
トラック・ランニング	10.0	ウォーキング(非常に活発)	4.0
スケートボード	5.0	重量挙げ/ボディービル	6.0
サッカー(競技的な)	10.0	バレーボール(競技的な)	4.0
水泳(プールの数回往復)	10.0	水泳(のんびりした)	4.0
エアロビックダンス	8.0	アイススケート	5.5
バスケットボール	6.5	ローラースケート	7.5
サーキットウエイト・トレーニング	11.0	ジョギング	8.0
サッカー	7.0	クロスカントリー	10.0
乗馬	3.0	バレーボール	4.0

課題7では、自分の食生活を記録し、どのくらいの炭水化物、脂肪、タンパク質を消費したか計算し、各食材のエネルギー値を決定し、各食事で摂取したエネルギー取得の割合を計算する。また、1日全体の摂取量がカロリー・ピラミッド上のどこに位置しているかを記す。

Course	Food	量 (g)	タンパク質 (g)	炭水化物 (g)	脂肪(g)	エネルギー
Breakfast						
	Total					
Break (snack)						
	Total					
Lunch						
	Total					
Afternoon						
	Total					
Dinner						
	Total					
Supper						
	Total					
Total						



食べたカロリーのうち 45% から 65%は炭水化物から取るべきである。
 食べたカロリーのうち 20% から 35%は脂肪から取るべきである。
 食べたカロリーのうち 10% から 35%はタンパク質から取るべきである。

一般的に薦められている以下のデータと比較する。

栄養素	子ども		思春期の少年		思春期の少女	
	11 - 14 years		15 - 18 years		15 - 18 years	
	Boys	Girls	座ったまま	軽度の活動	座ったまま	軽度の活動
Energy/kJ	10,500	10,000	12,500	15,000	9,600	11,500
Proteins/g	50	52	60	69	50	55
Fats/g	80	75	85	100	65	80
Carbohydrates/g	397	377	496	602	378	453

課題 9 では、これまでの探究をふまえて、学校の売店のメニューを考案する。課題 10 では、課題 9 で考えたメニューを売店で販売するために必要な食材の量などを計算する。

教材名：Water Shortage

1. 概要

The situation

進行する世界の水不足に関する実証が増大している。この問題はまたヨーロッパにとって中心的な問題である。というのは、世界の人口の13パーセントがヨーロッパに住んでいるのに対して、世界の水の8パーセントしかヨーロッパに存在しないからである。イギリスだけでなく南ヨーロッパの多くの地域では深刻な水不足に悩んでいる。特にこの数年、降雨量の少ない数カ月の後に高温の天候が続いた時にはそうであった。「この問題は、気候の変化がヨーロッパや他の地域において干ばつの発生を増大させる可能性があるので、なかなか解決できない」と研究者たちは報告した。



研究者や政策作成者は、ヨーロッパの河川が細流にならないうちに、ヨーロッパにおける長期的な水の供給に関するより良い解決策を見つけようと模索している。提起された解決策として、貯水池や水ダムの数を増やすこと、新しい真水化プラントを建設すること、さらに最も重要なこととして、消費者に水の利用を節約し水を浪費しないように促すことなどがある。さらに専門家や研究者は、水を飲むという目的だけでなく諸生物の生存のためにも水質の重要性を強調している。利用できる真水の量は減少している。さらに利用できる真水の多くは、硫酸、肥量、ガソリンなどの有害な要因によって汚染されている。これらのことは、真水が水(文)循環によって循環する際に発生する。

Guiding questions

- ・ヨーロッパにおいて深刻な水不足を引き起こす主要な原因は何か。
- ・どのような多種の有害な要因（例えば、肥量、ガソリン、硫酸など）が真水を汚染するか。
- ・水を節約するためにはどのような方法/戦術を用いることができるか。
- ・人々に真水を提供するためにはどのような方法が利用できるか。
- ・個人的なレベルにおいて様々な戦略や態度が採用された場合、どれだけの量の真水が保存できるか。

Final product

授業単元の最後に、生徒たちは個人的なまた国家的なレベルにおいて水不足の問題に直面する。科学的な観点から見ると、生徒たちは水の循環や水質について探索し、より深い理解を得る。同時に数学的な観点から見ると、生徒たちは水の保留地（例えば、どこに真水化プラントを造るか、など）に関わる重要な決定を行う際に数学的な概念やプロセスがどのように利用できるかを研究する。個人的なレベルでは、真水を節約するためにどのような戦略や態度を取ることができるかを探索する（例えば、浴室、台所、洗車、ガーデニングにおいて水の使用量を減らすなど）。より一般的なレベルでは、生徒はより多くの人々に真水を提供するためにどのように多様な方法が用いられるか（数多くの国々で既に用いられてきたか）について研究する（例えば、真水化プラント、他国からの水の輸入など）。生徒たちの研究結果の発表は、パワーポイントによる発表、ウェブページの考案、ポスター、書類による報告、そして、あるいは前記の発表方法の組み合わせの形を取る。

The task plan

Task Number	Mathematics	Science
1	課題 1: 文脈への導入 <ul style="list-style-type: none"> 真水の不足は EU 諸国にとってどれほど重要か。 水不足の問題は抑制することができるか。どの方法が一番適切か。 	
2		課題 2: 回って、回って、回って！水の循環 水の循環とそれが水不足の問題とどのように関わっているかについて研究する。また、どのように有害な要素が水の循環に入り込み、水質に影響を与えるかについて調査する。水質がどのように水不足の問題とつながっているかについて調査する。
3		課題 3: 愛すべき故郷よ！私の美しい湖よ！ (*) (この活動は課題 2 の拡張課題として用いることができる)。教師はまた COMPASS project においても開発された水質活動の諸課題を用いることもできる。 さらに近くの湖(あるいは川)の水質を調査し、生物有機体について観察する。その調査結果をダムの水質と関連させる。
4		課題 4: 真水化の世界! 飲料水の将来的に可能性のある水源について学ぶ。実践的な活動を通して、真水化の工程について学ぶ。
5	課題 5: 新しい真水化プラントを建設する! 4つの都市の需要に十分応えられるように、新しい真水化プラントを建設する最適な場所はどこかについて調査する。 様々な四辺形とその性質(対角線、同一線上の点、角度)について研究する。	
6	課題 6: ここで水を採取しよう! 水を採取する可能な限り最良の場所を調査しなさい。グーグルアースにルートを描	

	き、水の価格を計算し、環境について考えなさい。代数的な関係を調べ、平均値を計算し、グラフを用いなさい。	
7	課題 7:今こそ水を節約しよう！ 一家族が一年間にどのくらいの水を節約できるか調べなさい。 比例、率、モデル化について研究する。	
8	まとめの課題 8: 水不足は抑制できる！ ヨーロッパにおける水不足問題との戦いにおいて得られた全ての情報と開発の結果をまとめる。	

2 特長

○どのような数理的意思決定が想定されているか

数学と科学において数多くの活動を経験し、これらの活動で得られた知識を応用する。現存の諸知識と学際的な諸活動への取り組みに基づいて、個人的なまた国際的なレベルにおいて水不足に直面するための包括的な戦略を開発する。

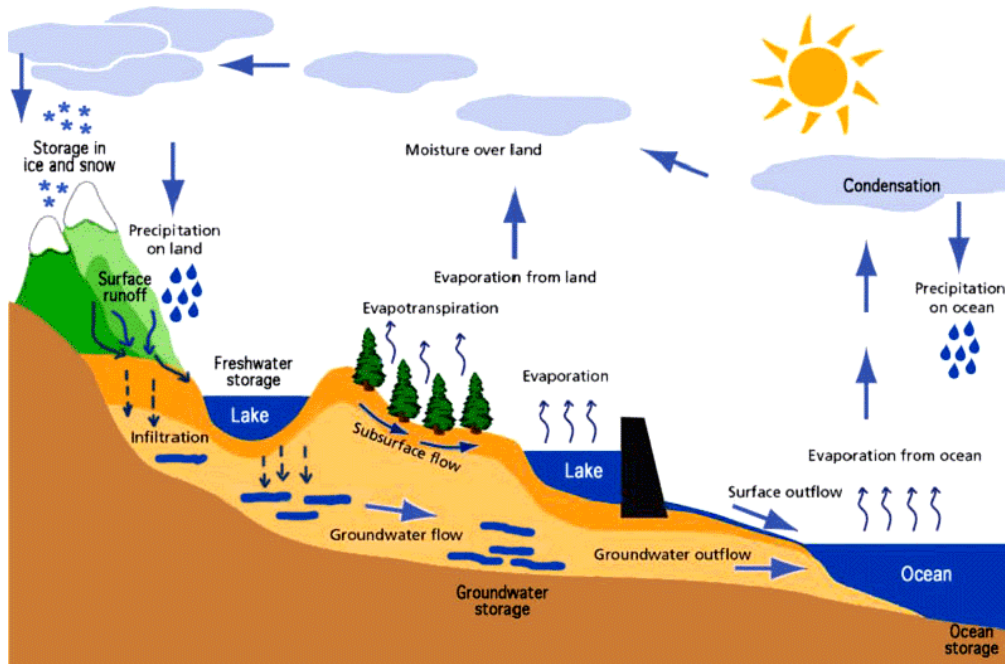
○ その方法の特徴

課題1では、世界の水不足に関する情報が与えられ、以下のことを3，4人のグループで議論する。

- ・世界的な水不足の主要な理由は何か。
- ・砂漠化とは何か。またそれは水不足とどのように関連するか。
- ・人々に真水の入手方法を提供するのに用いることのできる一定数の戦略リストを作る。
- ・水を節約するために用いることのできる一定数の戦略や態度のリストを作る。

教師は、Webサイトを用いて、生徒たちの研究を指導するか、各グループに役割（国会議員、農業経営者、ビジネスマン、エコロジー組織のメンバーなどの）を与えて、グループ間の討論を組織してもよいと指導法が提案されている。

課題2では、活動1で水循環の多様な相を確認し、蒸発、凝縮、沈殿のプロセスのそれぞれがどこで発生するかを確認する。また真水が水循環の間にどのようにして有害な要素によって汚染されているかについて理解する。



次の活動2において、さらに水循環について調査し、どの「段階」において有害な要素が水循環に入り込み水を汚染するかを確認する。そして、3人グループで、以下のプリントに蒸発、凝縮、沈殿のラベルを張り、各構成要素において水循環に入り込む有害な要素を確定し、浸透などの他のプロセスについて、また諸要素がどのように水を汚染するかについて報告する。

課題3では、真水の中の水質汚染物質の影響がどのようなものであるかを、現地を訪ねて検査（実験）する。さらに湖や川にする動植物について研究することによって、課題2「水循環」において確認したことをさらに探究する。検査では、湖の水質を測定するために、アルカリ度、リン酸塩、pH、硝酸塩、そして温度に基づいて水質を測るために5つの異なる実験を行う。

課題4では、焦点を真水化プラントに当てて飲料水の現存のあるいは将来の可能性としての水源を検討する。活動1で、3人のグループになり、先駆的な水開発技術者として作業し、新しい飲料水の水源を考え出し、自分たちの考え方/解決法をコストと便益の視点とさらに環境の観点から分析する。

Worksheet 2.1 – Water Cycle

1. The picture below represents the water (hydrologic) cycle. Working with your peer, try to identify the processes of the water cycle marked with arrows.

2. Which are the water phases during water cycle?

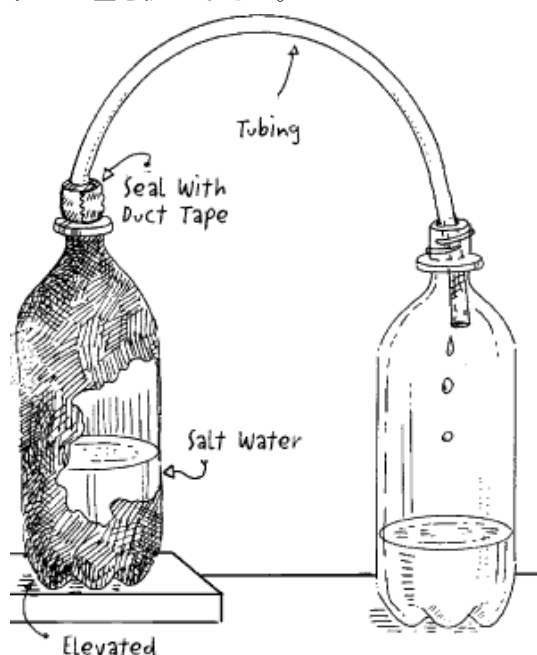
解決法の例)

- ・ダムを建設し、雨水を採集する新しい方法を発見する
- ・真水化プラント
- ・水プラントを操業するために再生可能なエネルギー源を用いる
- ・飲料水を生産するために川の水を用いる
- ・水をリサイクルする

活動2では、自分たちの真水化プラントを建設する。

ワークシート 4.2-あなた自身の淡水化プラントを建設しなさい!

1. 透明なピッチャーの中で、1クォートの水に1/2カップの塩を混ぜなさい。
2. この塩水を黒い1.5リットルのビンに注入しなさい。
3. 両方の1.5リットルビンに透明のチューブを付け、ダクトテープで固定しなさい。裏面の図表を見なさい。
4. 日のあたる窓のところに両方のビンを設置しなさい。黒いビンを通明のビンより高く設置しなさい。
5. 数日後、水は黒いビンから通明なビンに移動しているだろう。
6. 水の塩分の変化を舐めずに示すために、低度の技術しか要しない卵によるテストを試みなさい。塩水のボウルの中では生の卵は浮かび、真水では沈むだろう。水の塩分濃度の変化を記すためにこの卵テストを活動の前後に用いなさい。

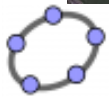


今日の実験ができなかった級友に塩辛い水の混合物から真水をどのようにして採取できたかを説明しなさい。

活動3では、蒸留作用と真水化について学ぶ。過去50年間にわたって飲料水の乏しい海辺の人口集中地点では、塩水を真水に変える淡水化プラントが建設されてきた。その淡水化プラントの長所と短所を理解する。この活動の目的は、活動2で行った実験を実際の真水化工程と関連付けできるようにすることである。

探究5では、4つの都市の需要に応じる新しい真水化プラントを建設するための様々な可能性について研究する。この活動を解決するために、新しい真水化プラントを建設するための最適の場所を見付けるために Dynamic Geometry Software (DGS) パッケージを用いて作業する。また、この活動の諸目的のために、Geogebra software を用いることができる。

ワークシート 5.1



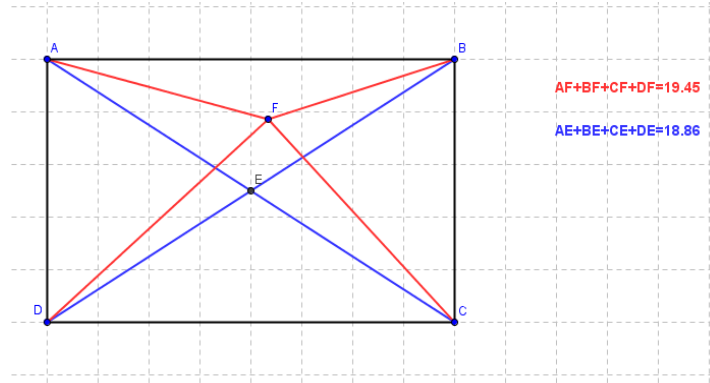
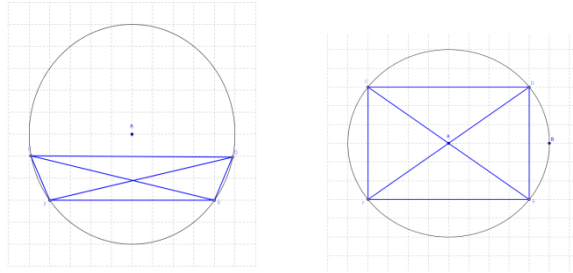
(非商業的な諸目的に対する許可を得た市当局ウェブサイトからの写真)

4都市がそれらの需要に応えられるような1つの淡水化プラントを建設することを決定した。プラントの最適な場所を見付け、あなた方の解決法を記録しなさい。様々な仮説を用いることができる(例えば、都市の人口や景観など)。

あなた方の問題をモデル化するために Geogebra ソフトウェアを用いてもよい。Geogebra は <http://www.geogebra.org> から自由にダウンロードできる。

1. 問題をモデル化する際に用いる諸仮説を記録するのに下記のテキストを用いなさい。
2. 淡水化プラントの最適地についてのあなたの仮説はどのようなものか。
3. あなたの問題をモデル化するために Geogebra を用いなさい。あなたの仮説をテストし、あなたの解決法を立証するようにあなた方の諸研究を用いなさい。あなたの研究成果を一般化しなさい！
{ Geogebra 環境におけるあなたの作業のスナップショットをとるために下のスペースを用いなさい }
4. 手紙を書き、あなたの解決法を記録し、級友にあなた方の解決法が可能な限り最良であり、考えられる限りの全ての都市の状況に重要な意味を持っていることを納得させなさい。

教師用のメモには、最適な場所の見つけ方について、「諸都市の位置の様々な変化を実験した後で、最終的に問題解決のよい一般的なモデルに到達することが期待される。真水化プラントを建設するための「最適な」場所は、4つの市からの距離の総計が可能な限り最小の地点である。」と記述されている。そして、以下の解決策サンプルがあげられている。また、「可能ならば、市の人口や風景などのより多くの現実世界の諸条件を用いて、問題を一層深く探究することができる。」と記述されている。

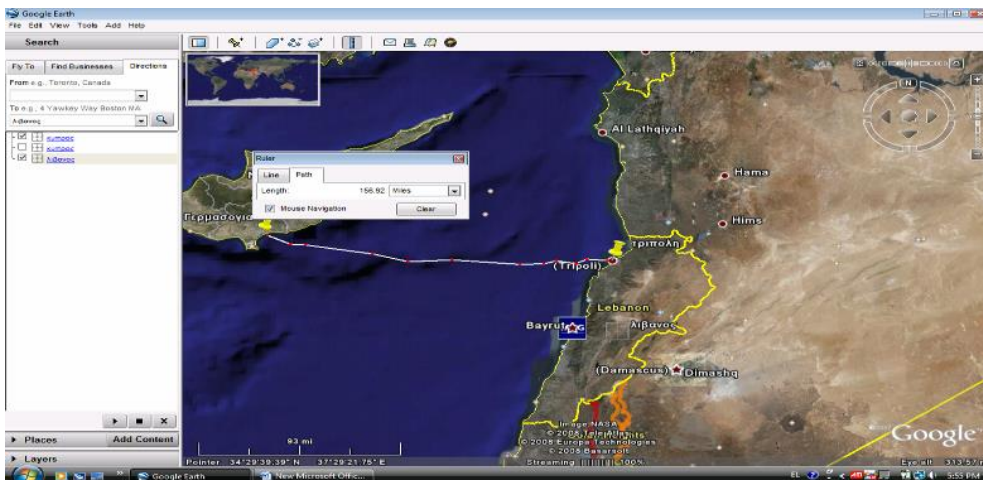


真水化プラントのための解決策サンプル

課題 6 では、以下の課題に取り組む。

キプロスはヨーロッパの他の国々同様に、水不足と闘うための手段として、2つの真水化プラントを建設するとともに、近くの国から水を購入することを決定した。4つの国がキプロスに水を売ることに関心を示した。あなたの課題は、水を購入するのに考えられる限り最良の場所を見つけ、調査結果を当局者に伝達することである。

キプロスと水を喜んで供給しようとしている国々との間の距離を見出すためにグーグルアースを利用することによって正確な計算を行い、タンカーの航路を一層精密に描き、最終的に様々な国々を「訪問して」それらの国々の主要な港を調査することができる。



グーグルアースの環境

課題7では、個人と家族のレベルにおいて、どれ位の水の量を節約することができるかを探究する。そのために、以下の活動を行う。

- ・水の消費に関連する日常的な活動をリスト化し、水を節約する方法を確認する。
- ・家族の日常の活動をリスト化し、水を節約する方法を確認する。
- ・家族は1週間に/ 1か月に /1年にどのくらいの水を節約できるか計算する。

4人家族を取り上げる。水の量は、数学的モデル化プロセスを用いて、ウェブで検索して計算したものである。

活動	行動	人数	節約された水の量
歯磨き	歯を磨く時蛇口を閉める	4人 x3	30リットル/日
シャワー	風呂の代わりに5分のシャワーを浴びる	4x2	1人当たり180リットル/日
トイレ	ハーフ・フラッシュを使う	4	6リットル/回
洗濯機	フル・ロードを使う	--	50リットル/回
食洗機	フル・ロードを使う	--	20リットル/回
ガーデニング	家庭排水を用い、雨センサーを用いる	--	多様に変化する
洗車	ホースを使わない	--	200リットル/回

課題8では、水不足に対抗する包括的な解決法を提示し、水質汚染を防ぐために、これまでの課題において達成した全ての情報と開発を組み合わせる。期待される成果は、以下のとおりである。

- ・水を節約するために家庭や学校で用いる様々な戦略や行動についてのクラス討論。
- ・水の循環モデルと有害な要素が水質にどのように影響するかについての発表。
- ・新聞記事と/あるいは発表を記述し、水不足という深刻な問題について情報を提供する。

教材名 : Solar Car : Speeding on clean air

1 概要

The situation

交通部門は、特定の汚染物質の放出の著しい低下をもたらした交通技術や燃料調整における様々な進歩にもかかわらず、EUにおいて最も急速に成長するエネルギーの消費部門であり温室効果ガスの産出部門である。

環境とエネルギーは、ともに、それ自体の中にも課題があるが、「交通の持続可能性」というテーマを考えると明らに結びつく。というのは消費と排出はかなり緊密に結合しているからである：すなわち、燃料タンクに入ったものは様々な形で排出管から出されるのである。

EU 諸国はいま動き出している。私たちが用いるエネルギーのおよそ 21% は人々や物資のある地点から別の地点に輸送するのに用いられている。輸送エネルギーの 83% が道路輸送によって消費されている現状では、消費されるエネルギーの 90% 以上が石油産出物から得られていることを考えると、このエネルギー消費様式はそれだけで最大のガスは排出源となる。その結果、2004 年においては交通からの温室効果ガス排出の 93% は道路輸送によるものであった。

Guiding questions

- 空気汚染の主たる源は何か。
- 交通からの排出物の空気汚染や自然環境に対する影響はどのようなものか。
- 交通から発生する空気汚染を減らすために私たちは何ができるか。
- ガソリン車の代わりにソーラー車が用いられると、ガス排出はどの程度まで減少させることができるか（例えば、近辺、町、国、EU などにおいて）。

Final product

この単元の最後には、生徒たちはモデル・ソーラーカーを設計し、つくり、動かすだろう。車を設計しつくりながら、生徒たちは交通における（さらにその先の分野での）（再生可能な）太陽エネルギーの利用の意義とともにその諸制約について深く学び、モデル・カーをつくり動かしながら数学的・科学的知識を探究するだろう。

生徒たちの研究結果の発表は、パワーポイントでの発表、ウェブページ、ポスター、書類による報告、そして/または上記の方法を組み合わせた形式を取るだろう。



The task plan

Task Number	Mathematics	Science
1	課題 1: 導入 <ul style="list-style-type: none"> ● 再生可能なエネルギーはどのようにして空気汚染問題にせまることができるか。 ● ソーラーカーはどのようにして排出物を減らすことができるか。 	
2		課題 2: あなたのソーラーカーに動力を供給する: 太陽光発電ユニット (PV) の出力に関する探究 <p>モデル・ソーラーカーに動力を供給するのに何個の太陽光発電ユニットが必要か。太陽光発電ユニットを配置するのに最適な場所はどこか。</p> <p>生徒たちは2つの探究を行う。最初に太陽光発電ユニットの表面積と産出される動力との関係を研究する。次に光源の角度と産出される動力との関係を探究する。</p>
3	課題 3: あなたのソーラーカーを形にしてみよう! <p>生徒たちは動的幾何学環境下で提供されるツールを、車の表面積を測量するのにどのように利用できるかを探究する。</p> <p>生徒たちは基本図形やそれ以外の図形の面積をどのように測るか、さらにその面積の見積もりをするのに、その車の様々な見方をどのように用いるかや組み合わせるかについて探究する。</p>	
4	課題 4: 2次元から3次元への道のり! ソーラーカー物語! <p>様々な平面基本図形をつなぎ合わせることでどのように展開図ができるか、次にその展開図を組み立てて、ソーラーカーの3次元の形がどのようにつくられるかについて研究する。</p>	
5		課題 5: あなたの車を動かす! <p>様々なタイプやサイズのギアを探究し車を動かす。</p>

6	課題 6: あなたの車が世界を征服する! あなたの車の販売価格を分析する調査を行い、最良の販売価格を見つけなさい! あなたの車の長所を強調することによってあなたの車の販売を促進しなさい。	
7	まとめ: ソーラーカーは事実となった! ソーラーカーの設計と生産に関する情報や諸開発についてまとめなさい。	

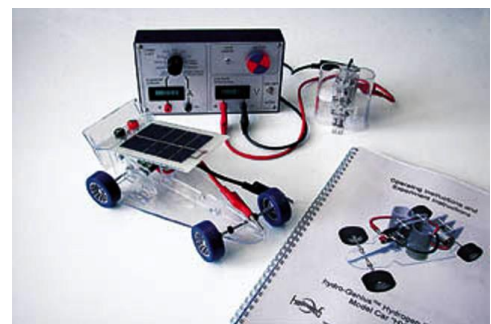
2 特長

○ どのような数理的意味決定が想定されているか

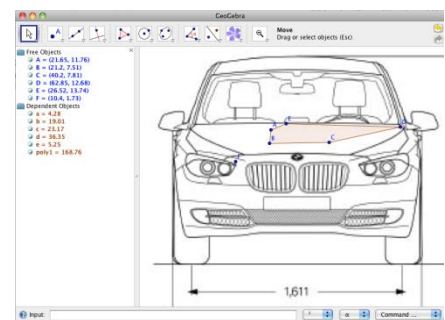
ソーラーカーを設計し動かすために、ソーラーパネルを用いた実験をし、使用するパネルの枚数や角度を決定する。また、コンピュータソフトを用いて、表面積の計量や設計図の作成をするとともに、ギアの歯車の数や直径と速度の関係を探究し、使用するギアを決定する。また、利益を最大にするような販売価格の決め方について探究する。

○ その方法の特徴

課題 2 では、太陽光発電パネルの面積と産出される電力との関係、光と太陽光発電パネルとの角度と産出される電力の関係について探究する。生徒は、右のようなキットを用いた実験を計画し、ソーラーパネルの表面積や角度と出力の関係を見いだす。

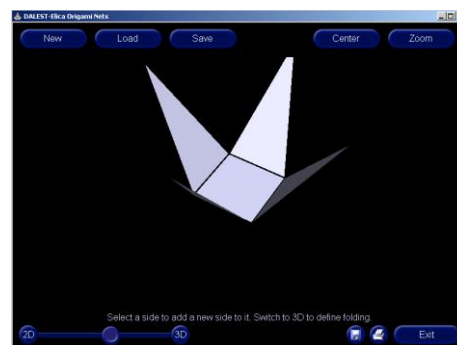
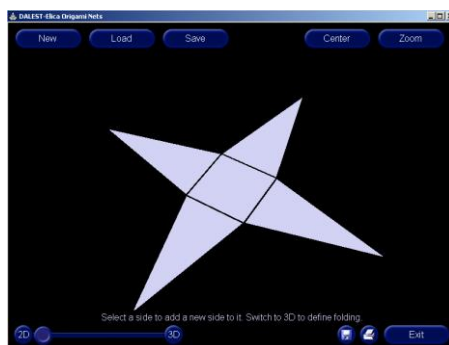


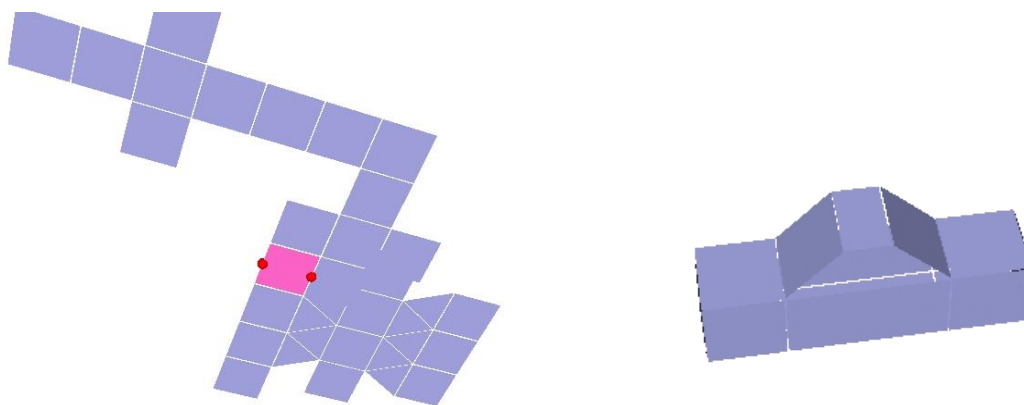
課題 3 では、モデル・ソーラーカーのために必要な材料を見積もるために、GeoGebra を用いて実際の車の投影図（平面・側面・立面図）から、そのおよその表面積を求める。



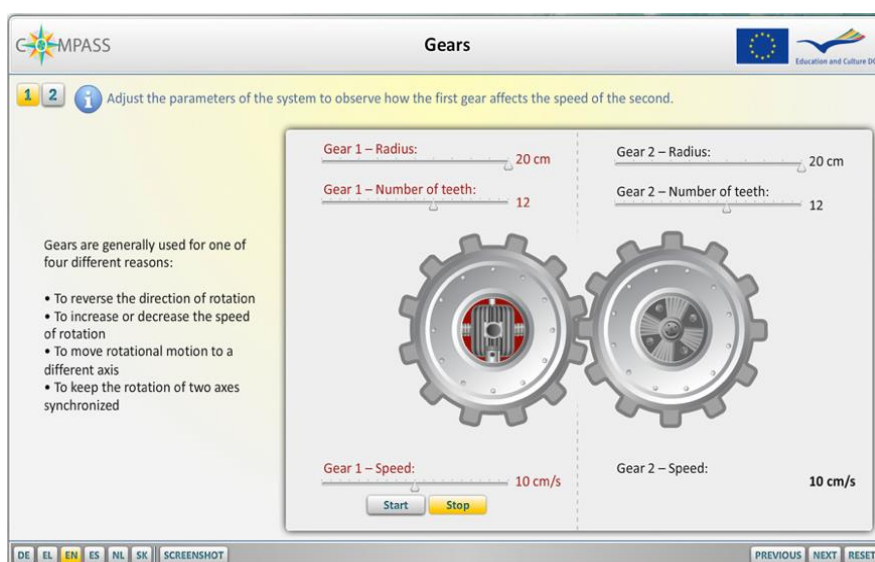
課題 4 では、3D ソフトウェア

www.elica.net/site/museum/Dalest/dalest.html を使いながらモデル・ソーラーカーの展開図を作る。





課題 5 では、モデル・ソーラーカーで用いるギアについて考察する。複数のギアがどのように連結しているかや、ギアの歯の数（ギアがベルトで連結されているときは半径）とギアの速度との関連について、キットや下の図のアプリを使いながら探究する。



課題 6 では、車の販売価格を決定するために、車の販売価格と利益の関係を探究する。次のような仮定のもとで考えたり、実際にオンラインツール www.surveymonkey.com を利用してアンケートをとり、その結果を分析したりする。

「最近の市場調査では、100 人が 35000 ユーロの販売価格でこの車を購入するであろうということが判明した。さらにこの市場調査によると価格が 200 ユーロ増大するにつれてこの車を購入することへの人々の関心が 1 人ずつ減少することが判明した。」

そして、最後には、各課題の成果をもとに、以下のような活動に取り組む。

- 二酸化炭素や他の温室効果ガスの排出を減らす必要性とソーラーカーが持ち得る役割や効果に関するクラス討論
- 設計し製作したモデル・ソーラーカーについての発表や競技会
- ソーラーカーを潜在的な購買者に宣伝する新聞記事や発表用の文章を書くこと

平成 25 年度～平成 27 年度 科学研究費補助金基盤研究(B) 研究報告書

数理的意思決定力の育成に関する
ホリスティック・アプローチ研究

発行日 平成 28 年 3 月 25 日

発行者 研究代表者 西村 圭一

所在地 〒184-8501 東京都小金井市貫井北町 4-1-1
東京学芸大学数学講座数学科教育学分野内

印刷所 (株) 共同印刷
