

## 6.7 水の分配

東京学芸大学附属国際中等教育学校  
本田 千春

### 概要

Bowland Maths. の教材の1つである「利用可能な水の量」をもとに、「水の分配」という授業を開発し実践した。人口、面積、国内で得られる利用可能な水の量、農業における経済活動人口、耕地面積等のデータをもとに、グループで指標を作成し判断した。個人解決、グループ、学級での発表・評価などを通して、集団（グループや学級）での相互作用の質が、そこでの数学的判断の質に結びつくことがわかった。数学的判断力のプロセス能力の水準を1から3に引き上げるためには、その要因として「他者」が影響するので、個人内の水準とは別に、集団における相互作用がどのように成立するかをあらかじめ予測し、必要に応じて手立てを講じなければならぬことがわかった。

#### 6.7.1 教材について

中近東および北アフリカには水資源が不足して困っている国がたくさんある。国際支援機関（WWRB）では、アルジェリア、ヨルダン、トルコの3か国のうち、どの国が最も水を必要としているのかを考えている。データを分析してどの国が最も水を必要としているのかを調べて WWRB に提案しよう。

国	人口 (百万人)	農業における 経済活動人口 (万人)	面積 (km <sup>2</sup> )	耕地面積 (km <sup>2</sup> )	1年間に 利用可能な水 (km <sup>3</sup> )
アルジェリア (Algeria)	35	316	2,381,740	84,350	12
ヨルダン (Jordan)	6	12	89,320	2,830	1
トルコ (Turkey)	72	817	783,560	242,940	214
日本 (Japan)	127	152	377,950	46,090	430

Bowland Maths. の教材の1つである「利用可能な水の量」をもとに、日本の中学1年生の実態に合わせて「水の分配」という授業を開発した。「利用可能な水の量」は、中近東および北アフリカの国々へ水資源を提供するという任務を背負った架空の国際支援機関（WWRB）からの依頼を受け、データ分析者の立場で、各国における利用可能な水の量を公平に比較し、どの国がいちばん援助を必要としているかを判断するための指標を作成することを目標とした教材である。FAO（国際連合食糧農業機関）が公開している、各国の人口、

面積、利用可能な水の量のデータを与えて、各国の一人当たりに必要な水の量を計算する必要性に気付かせるという流れになっている。本実践では、上記のデータの他に、農業における経済活動人口、農地面積のデータも与えた。それは、人間の基本的な生活のために必要な水よりもはるかに多くの水を農業で必要とするという状況を踏まえることにより、つくり出される指標に多様性が出てくることを期待したからである。

「公平」という価値観を数学的にどう反映させるかが鍵となる。具体的には、変数の選択や仮定・仮説の設定をし、それをもとに指標を作り、優先順位を決めたり、その指標に応じて比例配分したりする。

### 6.7.2 数学的判断力に関する枠組みと関連

A：プロセス能力	
A-1：定式化	A-2：数学的表現
A-3：数学的推論・分析	A-4：解釈・評価
A-5：数学的コミュニケーション	A-6：数学的・社会的価値認識
B：数学の内容	
B-1：代数的	B-4：統計的
C：選択支援	
C-3：評価式	C-2：指標・指数
D：社会的価値観	
D-1：公平性・公正性・平等性	D-2：多様性・多面性・協調性
D-3：責任性・自律性	

### 6.7.3 授業の実際

本授業は、国立大学附属中等教育学校1年生に対して2月に行った。はじめから「配分」を考えさせると、水準1にとどまる生徒が少なくないと判断し、「3か国のうちのどの国が最も水を必要としているのか」を考えさせることにした。さらに、限られたデータを有効に活用し判断するという意義のある場面設定と、水準2や3の思考を促す目的から、6.7.1に示した表のデータを提示した。

個人解決の後にグループ(3~4人)で話し合い、ひとつの提案にまとめるようにした。このグループは、授業者の判断に基づき、水準2と3と思われる生徒が混在するように構成した。

授業展開の概要：

[50分授業]×

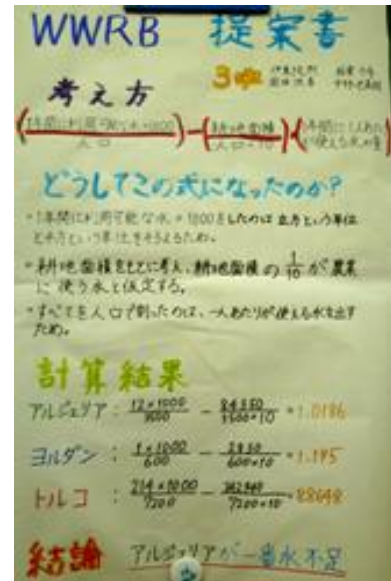
4

- 0～20分 **導入**：中近東および北アフリカの国々への水資源を提供するという任務を負った架空の国際支援機関（WWRB）では、水が不足していく国（アルジェリア、ヨルダン、トルコ）への公平な水の分配を考えているということを伝えた。どのようなデータが必要かを話し合った。人口、面積、降雨量、ダムの貯水量などのデータが欲しいという意見が出た。FAO（国際連合食糧農業機関）のaqastatという情報システムで公開されているデータから必要な部分だけをとってまとめた表を配布した。
- 20～30分 **学級全体**：比較方法について意見交換を行った。人口だけを比較した例を挙げて、その方法がよくない理由を話し合った。
- 30～50分 **個別解決**：データを分析してどの国が最も水を必要としているのかを個人で考えた。主に、次のような考えが見られた。
- 一人あたり（100万人あたり）の利用可能な水の量を求め、最も少ない値のヨルダンが最も水を必要としている国であると判断
  - 農業人口は2倍の水を使用すると仮定
  - 農業のことも利用可能な水に含まれているから考えなくてもよい
- 50～80分 **小グループでの話し合い**：個人の考えに基づいて、4名のグループで指標を作成した。誰の指標が一番よいかではなく、それぞれの指標を理解し、よりよい指標づくりを行った。
- 80～90分 **学級全体**：一人あたりの利用可能な水の量だけを比較して判断しているグループに発表をさせ、意見交換を行った。生活に必要な水よりも農業に必要な水のほうが多いのだから農業のことも考えるべきだという意見が出された。
- 90～100分 **小グループでの話し合い**：意見交換を受けて指標の再検討を行った。農業のことを考慮するようになったグループや、あえて農業のことは指標に入れないグループが見られた。後者では、その理由を明確に述べるグループもあった。
- 100～150分 **小グループでの活動**：提案書を作成した。主に以下のような指標が作られた。
- 最も多かった指標
- 一人あたり（100万人あたり）の利用可能な水の量を求め、最も少ない値のヨルダンが最も水を必要としている国であると判断
- 農業に従事している人は一般の人よりも2倍の水を使用すると仮定
- $$\begin{aligned} & (1 \text{ 年間に利用可能な水}) \div \{ (\text{人口} + (\text{農業における経済活動人口})) \} \\ & = (\text{百万人あたりが使用する水}) \end{aligned}$$
- を求め、数値が最も小さいヨルダンが最も水を必要としている国であると判断

$$\left( \frac{(1\text{年間に利用可能な水}) \times 1000}{\text{人口}} \right) - \left( \frac{(\text{農地面積})}{(\text{人口}) \times 10} \right) = (1\text{年間に一人あたりが使える水の量})$$

を求め、最も数値の小さいアルジェリアが最も水を必要としていると判断

人口における農業人口の割合、国土における耕地面積の割合、1km<sup>2</sup>の農地面積で使える水、一人が1年間に利用可能な水を、それぞれ計算し順位をつける。最後に国ごとに順位の和を求め、和が最も小さい国であるアルジェリアを最も水が必要な国と判断



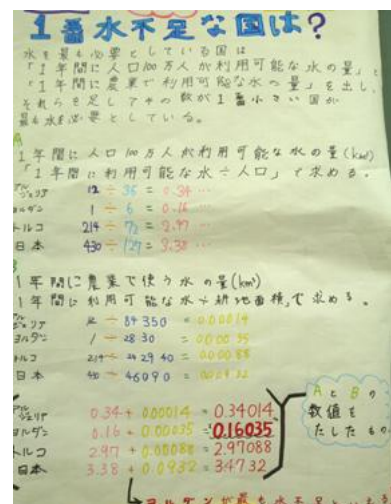
- 150～ 学級全体：ポスターセッションを行った。
- 180分 各グループの提案書の説明を聞き、質問や評価を行った。活発に質問をする様子が見られた。
- 180～ 学級全体：互いに評価を行った。
- 200分 どのグループの提案がよかったか、どのような数学を活用したかについて話し合った。



#### 6.7.4 授業の考察

本稿では、二つの班（5班と6班、各4名）に着目する。はじめに6班について述べる。この班の生徒が個人解決で作成した指標と、もっとも必要性が高いと判断した国を整理すると、次の通りである。（生徒名は仮名）

- 遠山：「利用可能な水」を農業用と生活用に二等分し、それをもとに耕地面積1km<sup>2</sup>当たりと百万人当たりの水量を求めたが、国は選べていない。
- 奈良：百万人あたりの水量、国土面積に占める耕地面積の割合（「耕地面積の割合が高いほど水が必要になる」）、全人口に占める農業人口の割合、面積1km<sup>2</sup>当たりの水量を求めたが、国は選べていない。
- 中野：百万人あたりの水量を求め、ヨルダンとした。
- 古田：一人当たりの水量を求め、ヨルダンとした。



遠山は、ワークシートに次のように記述している。

「水の量が÷2されているのは、水は人が使うことと農業に使うことという2種類の使い方があって、それらはだいたい水を半分ずつ使うだろうと予測したから。」

これらの国の人が困窮せずに暮らすには、生活水だけでなく、食料も必要であり、そのためには農業用の水も確保する必要があると考えたと推察される。そして、これらの考えをもとに、班で話し合った結果、国ごとに「1年間に利用可能な水÷人口」と「1年間に利用可能な水÷耕地面積」を加えた値を指標として利用し、その値がもっとも小さいヨルダンという判断をした。

中野は、この話し合いの様子を振り返り、次のように記述している。

「・・・この2つをたしたのだが、これは総合を求めるための式です。これはみんなが農業をやっているという条件つきです（中略）自分たちで話しあったために、最初はわけが分からなかったけど、最終的には「これでよし！」といえるような結果が出せるところは楽しかったです。」

一方、5班では、個人解決において、3名が百万人当たりの水量を求め、ヨルダンとした。残りの1名は、「(1年間に利用可能な水)÷(人口+農業人口+耕地面積)」を求め、その値がもっとも小さいトルコとした。この生徒は、この指標の根拠を次のように説明している。

「「人口」の単位は「人」で、耕地面積は「km<sup>2</sup>」で単位は違うけれど、それぞれの国で足しているものは同じなので差や違いはないと思う。1年間に利用可能な水からそれらを足したものを割ることで、水を必要としている人や物1つあたり水がどれ位配れるかが分かるはず。（中略）面積を足さなかった理由（は）もし面積が狭くとも人口が多かったら、水を必要としている人は多いから、面積は関係ないと考えた。」

しかし、「農業における経済人口」や「耕地面積」を利用する理由は説明していない。そして、班での話し合いでは、農業についてどうするかが問題になったものの、「農業は普通の生活水より多い。でも、それを特別視するのは…。」「農業で使う水の量が定かではなく仮定してみるとするとその値がもし違ったものだったら、答えが変わってきちゃう。それなら、仮定などせずに与えられた情報のみで考えよう。」（いずれも生徒の記録より）という意見から、一人当たりの水量を指標にして、ヨルダンという判断をした。

これら二つの班では、どの生徒も個別解決において自ら指標を作成していたが、それを用いて国を選ぶことまではできなかった生徒が見られた。

班での話し合いでは、「農業で使う水」をどう位置づけるかが話し合われた。6班は、「農業で使う水」に関する価値観が共有されたことにより、「(1年間に利用可能な水÷人口)+(1年間に利用可能な水÷耕地面積)」という指標が創出されたと考えられる。他方、5班の生徒は、上述のように、農業について、特別視すべきではない、正確でなくなるという理由で排除しており、「農業で使う水」に関する価値にまでは迫っていなかったと考えられる。実際、各班の発表を聞いた後で、はじめて、「農業で使う水」も加味した方がよかったと記述している。これらのことから、「プロセス能力」におけるA-1定式化の水準

2にあたる生徒が、グループや学級での相互作用によって、水準3に引き上げられたことがわかる（第2章 表2-2参照）。つまり、グループや学級での相互作用の質が、そこでの数学的判断の質に結びつくことを意味している。

### 6.7.5 成果と課題

本実践では、上記のデータの他に、農業における経済活動人口、農地面積のデータも与えた。このことにより、つくり出される指標に多様性が出てきた。農業をどう扱うかを考えことで、「公平」という価値観を数学的に反映させたり、仮定や仮説を設定したりして、指標を作成することができた。

授業の実践を通して、個々の子どもを水準1から3に引き上げていくことが目標となるが、その要因として「他者」が影響するということが実証されたと考える。集団（グループや学級）における相互作用がどのように成立するかを考えることが今後の課題である。授業においては、グループや学級において、相互作用がどのように成立するかをあらかじめ予測し、必要に応じて手立てを講じなければならないからである。

また、授業後の協議会では、「クラス全体での話し合い」が話題となった（次ページ参照）。いくつかの考えに焦点を当て、よりよい判断になるように練り上げる場面を設けることもできたと考えられる。そのような授業展開について考えることも今後の課題である。

### 引用・参考文献

Bowland Charitable Trust (2008). "*Bowland Maths*". (DVD)

本田千春 (2012), 「活用する力を育成する指導と評価ーオープンな問題の実践を通して」日本数学教育学会『第94回総会特集号』, p.368

西村圭一・本田千春・山口武志・久保良宏・青山和裕・松寄昭雄(2012), 「数学的判断力の育成に関する研究ープロセス能力の水準化とその実際ー」, 日本数学教育学会『第45回数学教育論文発表会論文集』, pp.329-334

## (資料) 研究協議の記録

平成24年2月15日(水)の授業は、イギリスからお招きした、マルコム・スワン先生、アリス・オニオン先生、ハドソン・ドミニク先生、畠中倅さんにも参観していただいた。(授業及び研究協議の発言は、ワイヤレスシステムにより、逐次翻訳が伝えられている。)

以下に、授業後の研究協議の記録(抜粋)を示す。

[敬称略]

マルコム：グループ活動についてですが、あるグループで行き詰まってしまったり、間違った方向に行きそうになってしまったとき、どのようにサポートしていきますか？

本田：まず質問してみる、考えを聞いてみるということを心掛けています。それで、行き詰まっているところには声をかけて、まず「今どう考えているの？」と少しだけ進めるようなアドバイスをします。それから、間違った方向にいつているグループがあった場合には、それが間違っているとはなるべくはっきりは言わないようにして、「他にはどんな意見があったの？」とか、なるべく介入しないようにしています。それで発表して、他のグループから指摘されて間違っていると指摘されてもいいのではないかと、それが学習なのではないかと思えます。最終的に振り返って、自分たちのグループの発表はこういう点で間違っていると言えればいいのではないかと思っています。

Q：Bowland Maths.の教材をアレンジしたとのことですが、Bowland Maths.では授業の最後の部分はどういう展開になっていくのですか。今回のように、プレゼンテーションさせて終わるのでしょうか。

本田：グループごとに作成したポスターを掲示して、その掲示されたポスターを見て生徒が評価する、そして数学との関連について振り返るというものになっています。

松寄：あと2時間ぐらいあったらいいかなと思った。その理由は、今回は4時間で発表して振り返りをして終わりという感じになるが、グループで活動する中で自分の意見が消されてしまったり、他の班の発表を見てこういう視点を取り入れなくてはいけないんだなと思った子どもがいっぱいいると思うんですね。それをふまえた改善版の提案書をもう一回出す、次はグループではなくて、個人でいいと思えますが。それがあると、モデル化の二巡目になるわけです。

なぜ、そう思ったかと言うと、プレゼンテーションでよく分析していた7班ですが、あの子たちは、全体の面積から耕す部分の面積をひいて人が住む面積を出して、それをもとに計算していましたよね。あれって実はウソですよ？変な言い方ですけど、全体の面積から耕す部分の面積を引いたって、全部が住める地域なわけではない。それを子どもたちは知っているはずなんですよ。ただ単純に引き算をしているから、残りは人が住めるなんて言っていますけど、そんな簡単には発想してなくて、いろんな文脈を考えているわけですよ。例えば、7班みたいに、耕す面積を引いた残りの面積に注目してやるというので、さらに分析してみるとか。あとは今回のデータは国連の食糧農業機関が出しているものをもとにしているので、農業や食糧事情にフォーカスしますよね。でも水を使うのは農業だけではなくて、工業のほうはずっと水を使う訳ですよ。そういうことも考えてできるように、2時間プラスしてやる意味があるのではないかと思いました。

本田：授業で厳しい場合には、レポート課題にして、さらに自分が欲しかったデータなども調べて追究させたいと思います。例えば、工業のことも気にしたり、生活に必要な水とはどのくらいの量なのかについて、仮定を置いて考えたのかもしれないが、その自分たちがおいた仮定が正しいのか実際に調べて、妥当だったのかなども追究するようにできるといいなと思います。

Q：クラス全体での議論がなかったが、どこに焦点を当てたかったのか？

マルコム：生徒たちからいろいろな案がせっかく出てきているので、それを取り入れるためにディスカッションしてもよかったと思う。また、プレゼンテーションした直後に、それぞれでちょっとディスカッションしてもよかったのではないかと思った。

質問ですが、昨日も今日も、全グループがプレゼンテーションをしていたが、あれは本当に必要なのか。その時間を使って、同じような考え方の代表に発表させて、それについて議論することはできないか？

本田：今回の授業は、グループで1つの提案書をつくるということがあったので、クラス全体で取り上げるということはしませんでした。ただご意見いただいたように、発表前のディスカッションがあった方がさらによい提案書づくりに生かされたでしょうし、プレゼン後のディスカッションも時間を工夫すれば作れたと思います。これからいろんな方法を探っていこうと思います。

アリス：マルコム先生が言いましたように、生徒がいろいろな答えを出していたので、ある生徒やグループの考えの一部だけを取り上げて、それについて全体でディスカッションするといった方法もあったのではないかと思います。

ドミニク：授業の中ほどでプレゼンテーション（中間発表）をさせたのがとてもよかったと思います。とてもタイミングがよかったと思います。それによって、グループで考え直すことができていました。中ほどで一度発表させるというのはよいですね。

Q：今日、ポスターを見てまわる時間をとっていましたが、そのとき、すごくたくさん子どもたちが集まっているいろいろたずねていました。みんなが疑問に思っていることですので、次回、全体の場で、どんな点が疑問だったのかを問うことも必要でしょう。また、それぞれの指標の意味を振り返るような時間を設けるとよかったのではないかと思います。

マルコム：生徒たちがポスターを見てまわるときに、質問をポストイットに書いて貼らせて、また、それに対する答えもポストイットに貼って、共有できるようにするとよかったのではないか。

本田：Bowland Maths.に「ポスターウォーク」というのがあり、今日、それをちょっとだけやってみたんですけど、やはり4組は同じような発表が多かったので、もっとポスターウォークの時間を取って、そのようなことができればよかったのではないかと思います。

Q：ベストアンサーは持っていたのか？ ちょっと考えるとユルダンと思える。いろいろ考えても、やっぱりユルダンなのか。それともよく考えてみると他の国ということもあるのか。そうであれば、調べてみる意義もあるのだが・・・。

本田：人口と農業のことを融合させて考えるとアルジェリアになる。

Q：グループでディスカッションして決めて、それを発表して、それについてみんなでデ



イスカッションしたとしても、自分たちの考えたことが本当にそれでよかったのか、確信を得られないで終わってしまう。こう考えればもっと考えられたというところまで、生徒は知りたいのではないか。先生が、こう判断できたらいいい、と思っているところまで練り上げなくてよいのか。

本田：教師が、「これがよりよい考えです」というようなことを言うことは考えていない。生徒に気づいてほしい。発表中に書かせていたプリントには、農業のことを考えるべきだったという記述も見られた。振り返りを書かせることによって、発表して終わりではなく、さらに、そこからが大事だということが生徒に伝わっている。

西村：イギリスで、授業後に生徒に正解がないことについてどう思っているかたずねたところ、「こういう考え方を学んだ」「友だちの考えからこういうことを学んだ」という答えが返ってきた。日本の生徒にはないのではないかと感じた。

島中：「他の生徒が言っていることから、よりよくするためのヒントを得た」とも言っていましたね。今日の授業でも、振り返りのプリントを見たら、そういうことを書いている生徒はいた。それが共有できればもっといいが、今日もあったと思う。

Q：プレゼンによって、数学的に高めていかなければいけないと思う。そこに教師の役割がある。例えば、今日は、同じような考え方が続いて発表されたが、同じ考えだという声が上がらなかった。式を見れば、根拠を聞けばわかるはず。そこを強調するのは教師の役割ではないか。また、方法だけを説明して、根拠がないところもあった。先生が、根拠や仮定を聞いていくということも考えられるのでは。

「どのデータを選んできて、どのような基準で比べて、結論がこうなった」、それが考え方として共通している。データや基準は違っても考え方は同じ。そういうプレゼンだからこそ、数学的なプレゼンであり、そこが数学の授業として大事ではないか。友だちはこういうふうに比べてこういう根拠で、でも自分たちはこうしたということがわかれば、子どもは結論が1つでなくても満足すると思う。

Q：なんでもいいんだよ、でなくて、ベストアンサーを見出そうと子どもが思うことが大事ではないか。

マルコム：教師の役割は根拠を明確にさせること。つまり、考えていることの奥にどういう理由づけがあるかを追究するような、的確な質問をすることだと考えています。今日の授業でいうと、生徒は、これとこれをかけて答えが出たと長々と説明していたんですけど、そういうところで量に注目するのではなくて、それがどういう意味か、なんでそういうことをやったのかとか、常にそれをやるかということを追究していくことが大事ではないでしょうか。

また、教師の役割は授業の段階でも変わってきます。最初は、質問することによって、その問題に入っていかなせる、次の段階では、違う観点から見ることはできないかと問い、観点を換えさせること、そしてグループでお互いに考えたことやその推論の過程を説明できるように、そして教師に対しても説明できるようにすることです。

アリス：教師の役割の1つに、教師が、生徒に何を達成したかを考えさせること、『メタ認知』を促すこともあります。

ドミニク：そのためには、授業全体を通して、教師は、生徒がどういう状態にあるのか、よく聞き、よく見て、観察することが必要です。そして、介入すべきなのか、ほって

おいてもよいのか、そして介入するならば、個々のグループですべきなのか、クラス全体に広げて考えさせるべきなのか、そういうことを実際に考えて授業をしています。

マルコム：アリスさんからの教師の役割の話で付け足したいことなのだが、生徒により効率的に作業を進めていくにはどうしたらよいかということ認識させるということ、例えばただ単純に「そうだね。そうだね。」と賛成するのでもいけないし、逆にそれは違うとただつきはねてしまうのもいけない。相手の言っていることを確実に理解し、その上で、その上に build するような意見を出す。その出し方がモデルとなり、そのことによって、生徒たちの会話の質を高めていくことができるのです。

マルコム：(昨日も話題になった内容が簡単ということについて) 数学の状況設定のある問題を与えられたときに、生徒が普通に使うのは最近習ったものではなくて、2, 3年前に習ったこと、要するに、確実に自分の身になっているものでないと出てこない。使わせるには、もう一工夫必要だということです。

まずやり方としては、問題をなげかけて、とにかく何でもいいからやらせる。そうすると古い道具を、自分の使いやすいものをもってきて、いろいろな方法を試してみる。それをやった段階で、次に彼らに完全ではないけれども、新しい道具を使ったやり方を示してみる。そのとき、不完全であるということが非常に重要で、その不完全な提示をもとに生徒が考えて、それを完全にするために新しい道具を使っていく。そのような方法をとると、パワフルなストラテジーとなり、生徒は向上していきます。

アリス：最初にいろいろなやり方、簡単なやり方で考えているときは、「数学化」させることが目的。次の段階で、そのパワフルなストラテジーを使わせるときは、まさに新しくなった道具を使うということが目的。異なる2つの目的があるということ、最初に考えていかなければいけないのではないか。

(西村)

- ・授業の最後をどうするかは、今後の検討課題である。

グループで出された考えから、一番よいものを選びたい。それには、それぞれの考えをもとに、ベストアンサーを練り上げていくということも含んでいる。

↑↓

教師の発問や振り返り等で、考え方(プロセス)に焦点を当てれば十分。

- ・水が必要な国の方が値が小さい。だれも逆数を取ろうとは考えなかった。「速さ」の学習で経験しているが、生かされていない。
- ・複数の指標に対して、重み付けをしたり、掛け合わせたりする子どももいなかった。グループで話し合っているときにいろいろな考えがあったが、重み付けする力も融合する力もないから、結局、1つになってしまったとも言えないか。
- ・このような考え方ができないのなら、授業で学ばせなければならない。それをどう実現するかが、「練り上げ」や「教師の役割」の話につながる。
- ・手に入ったデータだけで、よりよい答えを出すという考え方も大事である。