

## 6.9 修学旅行のルートを決めよう

さいたま市立大宮東中学校  
浜田 兼造

### 概要

中学校3年で実施される修学旅行の見学ルートプランを考える教材を開発し、数学的・社会的価値認識による判断力をはぐくむことを目的として、中学3年生に対して授業を行った。その結果、事象を「点」で、関係を「線」で図形的（図的）にとらえ、事象間の複雑な関係を図を用いて課題を解決することができた。課題の構造を図形化（図的）することで簡潔に考えていく数学的な考え方の素晴らしさを生徒に感じさせ、生徒の解決過程や授業感想より数学的・社会的価値認識から社会的価値による判断力をはぐくむことができたと考える。

### 6.9.1 教材について

#### 《 来年の修学旅行計画書 》

来年の大宮東中学校の修学旅行3日目は、班ごとに半日タクシーで京都市内にある世界文化遺産に登録されている17の有名な寺社等を、なるべくたくさん見学することにしました。そこで、多くの生徒が見学すると考えられる7カ所を選びました。なお、宿泊する旅館は、南禅寺から徒歩3分の所にある旅館なので、出発地点は南禅寺にします。到着地点は、新幹線に乗るために京都駅とします。

修学旅行計画書に示したように、タクシーを使って半日でなるべくたくさん世界文化遺産を見学することにしました。見学しようとした場所は、次の7カ所です。

【金閣寺】【天龍寺】【清水寺】【銀閣寺】【二条城】【東寺】【上賀茂神社】

来年の修学旅行に行く後輩のために見学ルートのプランをつくってください。

出発地は南禅寺、到着地は京都駅です。

日程は次のようにします。

8:30 南禅寺（旅館）からタクシーに乗り出発する。

\* 見学地として選んだ7カ所の寺社等を見学するルートをつくる。

13:30 この時間までに京都駅に到着する。

《使用できる時間は、5時間(300分)》



図1 京都散策マップ

7カ所の世界文化遺産および出発地の南禅寺、到着地の京都駅は、図1の京都散策マップより、それぞれの場所を確認することができる。しかし、図1の地図では、【課題】を解

決することはできない。そこで定式化を行う。

## A：プロセス能力

### ① A-1：定式化

単純化・理想化された「スケジュールマップ」及び「京都移動時間早見表」<sup>1)</sup>が、7つの世界文化遺産を見学するルートを考えるための指標になる。

さらに、次の点を理想化することにする。

◇移動時間は渋滞がなく、示された時間で移動できる。

◇駐車場に到着してから見学して、タクシーで出発するまでの時間を30分とする。②

### A-2：数学的表現

図2のように、社寺等を「点」で、関係（見学順）を「線」で表す。それに、表1の京都移動時間早見表から必要な情報を取り出し関連づける。

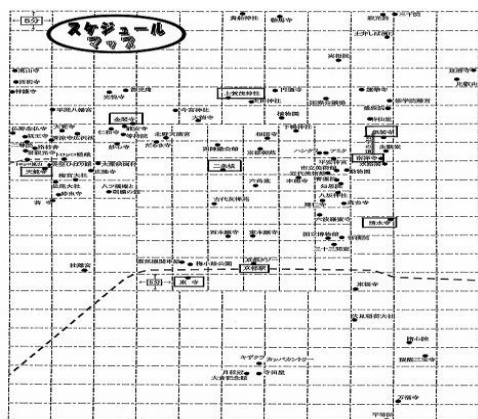


図2 スケジュールマップ

表1 京都移動時間早見表  
京都移動時間早見表

								京都駅
							清水寺	20
						南禅寺	15	30
					銀閣寺	5	20	40
				上賀茂神社	25	25	30	40
			二条城	15	20	20	25	25
		金閣寺	15	15	30	35	35	35
	天龍寺	20	20	25	45	45	50	30
東寺	25	25	25	35	40	35	20	10

例えば、次のような見学ルートは、図3のように表現することができる。

G 南禅寺 → D 二条城 → A 東寺 → B 天龍寺 → C 金閣寺 →

→ E 上賀茂神社 → F 銀閣寺 → H 清水寺 → I 京都駅

### ② A-3：数学的推論・分析

このとき、移動時間の合計は170分、7カ所の見学時間は $30 \times 7 = 210$ （分）となる。したがって、1時間20分オーバーしてしまい、京都駅に到着するのは14:50になる。これでは、13:30までに京都駅に到着することはできない。よって、この見学ルートは不可である。

そこで、【金閣寺】【天龍寺】【清水寺】【銀閣寺】【二条城】【東寺】【上賀茂神社】の7カ所を見学するルートをつくることのできるのか、できないのかを改めて考える。

したがって、この問題は、7カ所すべてを見学することが可能であるか、不可能であるか、2つの選択肢をもつ数学の問題になる。可能であると考えた生徒は、図2と表1を使って、7カ所すべてを

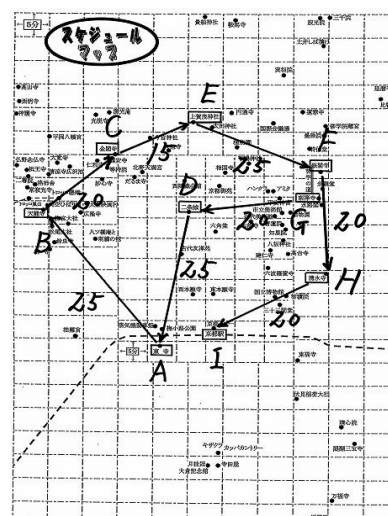


図3 スケジュールマップ

見学することができるルートをつくることになり、不可能ではないかと考える生徒は、7カ所見学することはできない根拠を示すことになる。

結論は、7カ所すべてを見学することは不可能である。なぜなら、7カ所すべてを見学しようとする見学時間は  $30 \text{ (分)} \times 7 \text{ (カ所)} = 210 \text{ (分)}$ 、使用できる時間は300分なので、移動に使える時間は、90分になる。

図4のようにD二条城以外を線で結んで見学ルートを考えると、6カ所の最短移動時間は、135分であることがわかる。6カ所の最短移動時間がすでに135分であるので、仮に7カ所見学したとしたときに使用できる移動時間を超えていることがわかる。

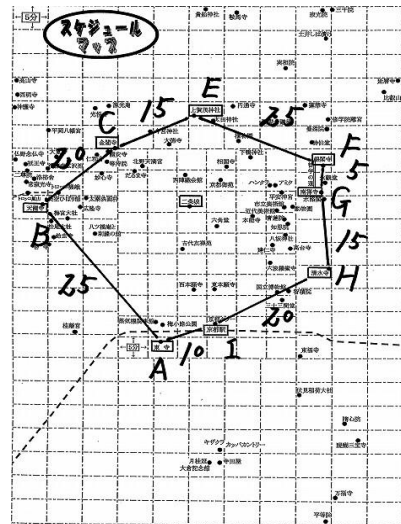


図4 6カ所のスケジュールマップ

### ③ A-4: 解釈・評価

以上のことより、7カ所すべてを見学するルートをつくることが不可能なことがわかり、次の課題が生まれる。

7カ所全てを見学するルートは、つくれないことがわかりました。それでは、来年の後輩のために、改めて見学プランをつくってください。なお、7カ所の世界文化遺産から見学する場所をはずす場合、その理由を書いてください。また、帰りの新幹線のこともあるので、なるべく早く京都駅に到着するように見学ルートをつく

この課題から、幅広い選択肢を検討する必要性が生じる。7カ所の世界文化遺産より見学する場所をはずさなければならないので、定式化された図や表のデータから数学的結果を得るプロセスが繰り返される。

定式化された図や表のデータから数学的結果を得るプロセスの例を次に示す。なるべくたくさんの寺社等を見学するので、7カ所の世界遺産から1カ所はずして見学ルートをつくることを考える。

#### (1) A 東寺を見学場所からはずして、見学ルートをつくる。

図5 (G 南禅寺→F 銀閣寺→H 清水寺→D 二条城→E 上賀茂神社→C 金閣寺→B 天龍寺→I 京都駅) の見学ルートでは、移動にかかる合計時間は  $5+20+25+15+15+20+30=130 \text{ (分)}$ 、見学時間の合計は、 $30 \times 6=180 \text{ (分)}$  となる。5時間を超えてしまうので、この見学ルートは不可である。

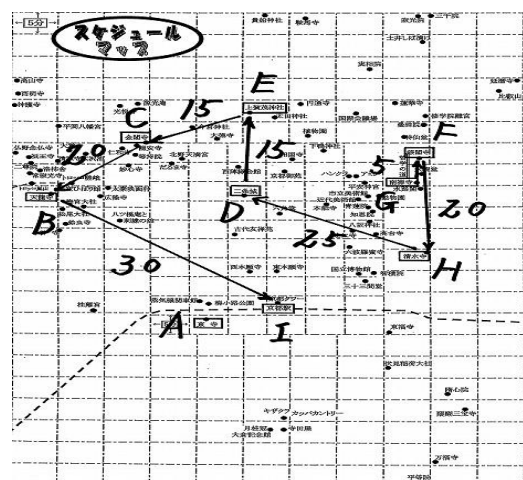


図5 A 東寺をはずした見学ルート

#### (2) B 天龍寺を見学場所からはずして見学ルートをつくる。

図6 (G 南禅寺→F 銀閣寺→H 清水寺→D 二条城→E 上賀茂神社→C 金閣寺→A 東寺→I 京都駅) の見学ルートでは、移動にかかる合計時間は、 $5+20+25+15+15+25+10=115 \text{ (分)}$ 、

見学時間の合計は $30 \times 6 = 180$ (分)となる。  
5時間(300分)以内なので、この見学ルートは可である。

授業では、個別や小グループでの解決を行い、さらに学級全体で比較検討を行う。解が一意でないために「正解」があるわけではない。どの見学ルートにするかについては、決定した理由も含めて個々に記述させ発表することにより、その見学ルートの価値についても認識できるようにさせたい。

個別や小グループでの解決、さらに学級全体での比較検討により、A-5 数学的コミュニケーションおよび A-6 数学的・社会的価値認識が行われると考える。また、B 数学の内容については、B-1 代数的と B-2 図形的(図的)、C 選択支援については、C-1 シミュレーション、D 社会的価値観については、D-3 責任性・自立性、D-5 効率性・有限性、D-6 快楽性・愉悦性を考えることができる。

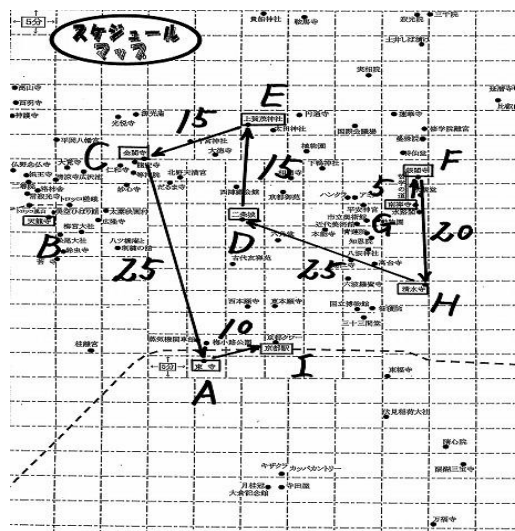


図6 B天龍寺をはずした見学ルート

### 6.9.2 数学的判断力に関する枠組みとの関連

A: プロセス能力	A-1: 定式化	A-2: 数学的表現
	A-3: 数学的推論・分析	A-4: 解釈・評価
	A-5: 数学的コミュニケーション	A-6: 数学的・社会的価値認識
B: 数学の内容	B-1: 代数的	B-2: 図形的
C: 選択支援	C-1: シミュレーション	C-4: 確率・統計的推測
D: 社会的価値認識	D-3: 責任性・自律性	D-6: 快楽性・愉悦性
	D-5: 効率性・有限性	

### 6.9.3 授業の実際

日時: 平成24年2月12~14日までの数学の時間 2時間

対象生徒 さいたま市立中学校 3年1組(男子18名 女子12名)

プロセス能力については、学級の大半の生徒は水準2にあると考える。

授業展開上の工夫:

7カ所を見学するルートをつくるのが可能か不可能かについては、個々で課題に

取り組むようにした。7カ所を見学するルートをつくるのが不可能であるということが明らかになり、6カ所を見学するルートをつくる場面からグループをつくり、グループで課題に取り組むようにした。しかし、はずした見学場所がそれぞれのグループの中で3つに分かれていたため、再度はずす見学場所同士でグループを再構成して、見学ルートをつくるようにした。

また、授業の終わりには、グループごとに、世界文化遺産の寺院等の見学ルートの発表を行い、その見学ルートのよさについて発表させる。

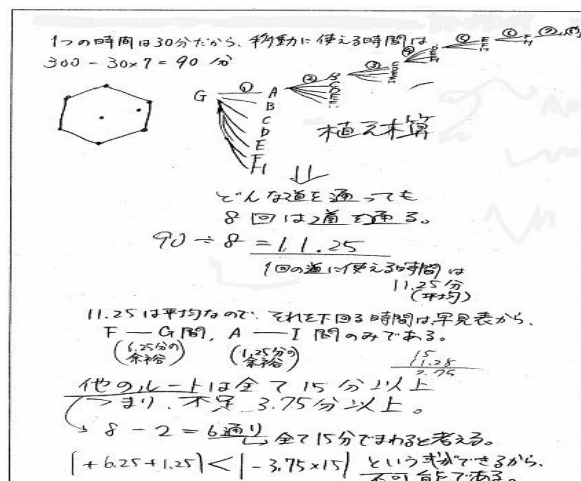
授業展開の概要：

**導入：**生徒はこの6月に修学旅行に行っているのだから、その旅行を想起させた。まず、提示した現実場面を、数学的な場面に作り替える活動を行った。修学旅行でスケジュールマップと移動時間早見表は実際に使用しているが、改めて見方について丁寧に説明した。その上で、世界文化遺産7カ所を見学するルートをつくらせた。

**個別解決：**個別解決を行う中で、生徒より7カ所見学するルートが可能か不可能かという話し合いになる。可能であると考えた生徒は、個人で7カ所見学するルートをつくり、不可能ではないかと考えた生徒は、その根拠を明らかにする。

**例1 不可能である根拠**

樹形図より8回移動しなければならぬことを確認している。そして、 $90 \div 8 = 11.25$ より、1回の移動に使える時間11.25分を算出し、F銀閣寺-G南禅寺とA東寺-I京都の見学ルートが11.25分以内になるが、その他の見学ルートは全て15分以上になり、計算から不可能であることを示している。



**グループでの話し合い：**7カ所すべてを見学することが不可能であることがわかったので、1カ所をはずした6カ所を見学するルートを生徒はつくることになる。そこで、6人のグループをつくり、そのグループの中での話し合いを通して、新しい見学ルートを考えさせた。グループの新しい見学ルートを確認したところ、写真1のグループでは、はずした見学場所が3つに分かれた3種類の見学ルートがつくられていた。右隣のグループも、同様にはずした場所が3つに分かれる3種類の見学ルートがつくられていた。そこで、はずした見学場所同士で再度グループを編成して、そのグループで活動を行うようにした(写真2)。

その生徒が作成した具体的な見学ルートの例を次に挙げる。例2は上賀茂神社をはずし

写真1 生徒のグループ活動の様子

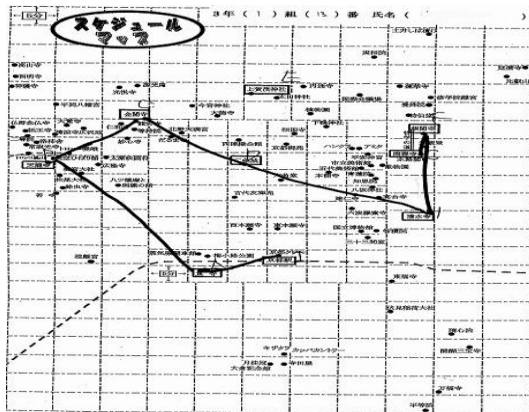


た見学ルートプラン, 例 3 は天龍寺をはずした見学ルートプランである。共に見学時間は, 5 時間以内に収まるようにつくられている。

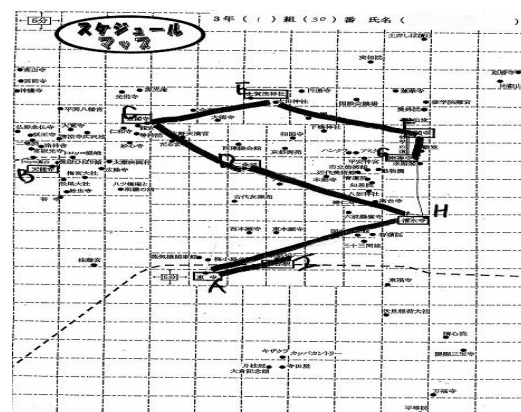
写真 2 新しいグループ活動の様子



例 2 上賀茂神社をはずした見学ルート



例 3 天龍寺をはずした見学ルート



学級全体での発表：学級全体でグループごとに発表を行った。天龍寺をはずしたグループが 2 つ, 清水寺をはずしたグループが 2 つ, 上賀茂神社をはずしたグループが 1 つ, 東寺をはずしたグループ (1 人) が 1 つであった。



#### 6.9.4 授業の考察

生徒の反応例から, 上記の枠組みがどのように実践できたかを分析する。

##### 【第 1 時】

提示した現実場面を, 数学的な場面に作り替える活動を行った。修学旅行でスケジュールマップ (図 2) と移動時間早見表 (表 1) は実際に使用しているが, 見方について丁寧に説明した。

T: 5 時間つまり 300 分以内で見学できるルートをつくってみましょう。



S: 先生, これはできないよ。

S: 5 時間で 7 ヲ所全部をまわるのは不可能だよ。

S: いや, できそうだ。

S: 先生, もう少し待っていて。絶対できるから。

S: できないと思うけどな。

S: できるよ。

T: できるという人と、できない不可能だという人に分かれたね。でも、このまま話をしても解決はしないと思います。できない、不可能だという人は、なぜできない、不可能なのかを示す必要があります。できると考える人は、できるんだという言葉ではなく、できるという見学ルートつくり示す必要があります。そうしないと、できるという人も、できないという人もお互いに納得しないと思います。どうですか。

S: わかりました。

生徒同士の話し合いの結果、不可能であることを示した記述を次に示す。

ワークシート[ 1 ] 3年(1)組(7)番 氏名( )

(課題)  
50分以内(300分)以内の7ヶ所見学するプランを  
たててほしい。

$G \rightarrow F \rightarrow \begin{cases} H \rightarrow A \rightarrow \begin{cases} D \rightarrow \begin{cases} E \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow I \rightarrow E \\ E \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow I \rightarrow E \\ E \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow I \rightarrow E \end{cases} \\ C \rightarrow \begin{cases} E \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow I \rightarrow E \\ E \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow I \rightarrow E \\ E \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow I \rightarrow E \end{cases} \\ E \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow I \rightarrow E \end{cases}$

①  $G \rightarrow F \rightarrow H \rightarrow A \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow I \rightarrow E$  150分  
②  $G \rightarrow F \rightarrow H \rightarrow A \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow I \rightarrow E$  155分  
③  $G \rightarrow F \rightarrow H \rightarrow A \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow B \rightarrow I \rightarrow E$  55分  
④  $G \rightarrow F \rightarrow H \rightarrow A \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow B \rightarrow I \rightarrow E$  150分  
⑤  $G \rightarrow F \rightarrow H \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow I \rightarrow E$  160分  
⑥  $G \rightarrow F \rightarrow H \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow I \rightarrow E$  165分  
⑦  $G \rightarrow F \rightarrow H \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow C \rightarrow I \rightarrow E$  155分  
⑧  $G \rightarrow F \rightarrow H \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow C \rightarrow I \rightarrow E$  160分  
⑨  $G \rightarrow F \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A \rightarrow H \rightarrow I \rightarrow E$  140分  
⑩  $G \rightarrow F \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow E \rightarrow B \rightarrow A \rightarrow H \rightarrow I \rightarrow E$  155分

A. 不可

図7 生徒 S.O

ワークシート[ 2 ] 3年(1)組(5)番 氏名( )

見学時間は(30x7)=210分なので  
移動時間は8回、移動時間の合計は90分以内にはなければ  
ならない。  
(行き先などは考える)移動時間の短い順に  
並べて。

$G \rightarrow F \dots 5$ 分  
 $A \rightarrow I \dots 10$ 分  
 $H \rightarrow G \dots 15$ 分  
 $D \rightarrow E \dots 15$ 分  
 $C \rightarrow D \dots 15$ 分  
 $C \rightarrow E \dots 15$ 分  
 $H \rightarrow I \dots 20$ 分  
 $F \rightarrow H \dots 20$ 分  
 $A \rightarrow H \dots 20$ 分

→ 短い時間から  
足して行ってモ 115分  
↓  
90分以上

よって50分以内で7ヶ所見学するプランは  
立てられない。

図8 生徒 T.S

図7(生徒S.O)は、表1の京都移動時間早見表を利用して、南禅寺からスタートして局所的に一番短い時間で行くことができる場所を順に選択して、全ての見学ルートを示し、それぞれの見学時間を計算した上で、不可能であることを示している。

図8(生徒T.S)は、見学ルートを考えるのではなく、移動時間90分に着目して、京都移動時間早見表から移動時間が短い方から順に8個選びその合計時間を計算している。その合計時間は115分になり、90分以内にならないことから不可能であることを示している。

上記の例1の生徒Y.Aは、樹形図より8回移動しなければならないことを確認している。そして、 $90 \div 8 = 11.25$ より、1回の移動に使える時間11.25分を算出し、F銀閣寺-G南禅寺とA東寺-I京都の見学ルートが11.25分以内になるが、その他の見学ルートは、全て15分以上になり、計算から不可能であることを示している。

以上のように、生徒の記述を全体で発表し、不可能であることをクラス全体で共有した。

## 【第2時】

第1時で7カ所すべて見学することが不可能であることが示された。そこで、7カ所のうち1カ所をはずして見学ルートをつくることになる。その際、D社会的価値観のうち、D-3責任性・自立性、D-5効率性・有限性の効率性、D-6快楽性・愉悦性の愉悦性が付与されたと考える。その理由は、次の通りである。D-5効率性は、13:30までに京都駅に到着しなければならないため、なるべく短い時間で見学できるようにすることが求められるからである。D-3責任性・自主性とD-6快楽性・愉悦性は、1カ所をはずす理由や見学する順番の根拠を明らかにし、自他が納得する見学ルートをつくる必要があるからである。

次に生徒が考えた見学ルート例を示す。

### 《天龍寺をはずす》

天龍寺をはずした生徒M.Yのスケジュールマップと天龍寺をはずした理由の記述を示す。(図9, 図10)

生徒M.Yは、天龍寺をはずした根拠として、D-5効率性を挙げている。記述では、F銀閣寺→E上賀茂神社→C金閣寺の見学ルート(合計110分)とF銀閣寺→C金閣寺→E上賀茂神社の見学ルート(合計120分)を挙げているが、移動時間がより早く到着できる110分より120分の見学ルートを選んでいる。これは、銀閣寺→金閣寺の順に見学することの社会的価値を優先して、F銀閣寺→C金閣寺→E上賀茂神社の見学ルートの120分を選択している。

図10の記述からは、D社会的価値観のD-5効率性・有限性の効率性とD-6快楽性・愉悦性の愉悦性が示されていると考えることができる。

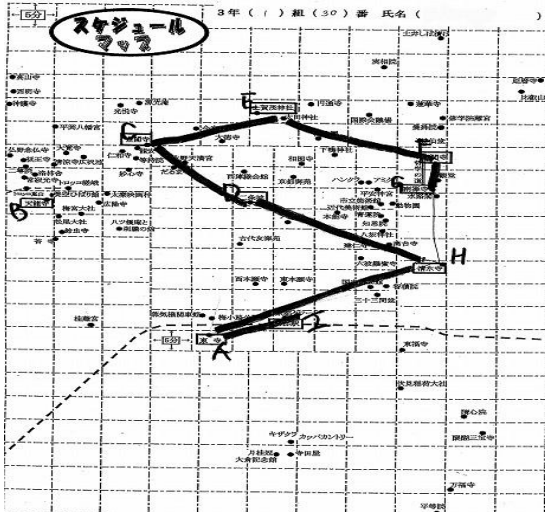


図9 生徒M・Y

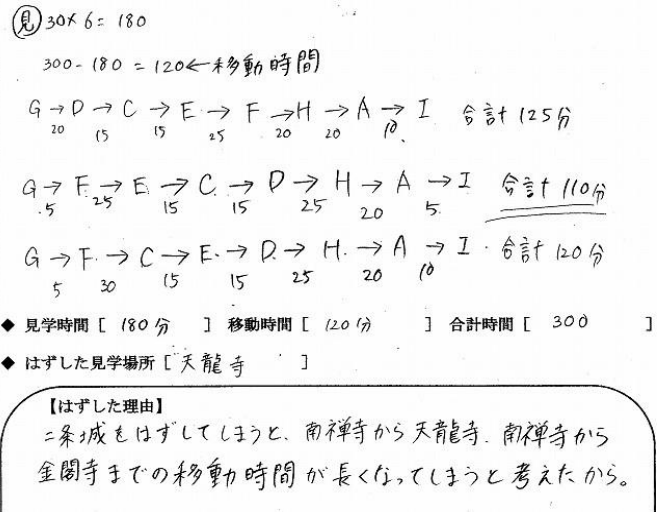


図10 生徒M・Y

### 《東寺をはずす》

生徒D.Oのスケジュールマップとその根拠を示す(図11, 図12)。図12ではD二条城→H清水寺→I京都駅の見学ルートをつくっているが、図11では、D二条城→H清水寺→I京都駅ではなく、D二条城→H清水寺→A東寺→I京都駅とA東寺を見学ルートに組み入れ、7カ所すべてを見学するルートをつくっている。その根拠を見学時間が少しでも短くなれば京都駅から一番近い場所にあるので、東寺にも行くことができるとしている。これは、5時間以内に7カ所すべてを見学するルートをつくりたいという価値観を実現す



るために、1カ所の見学時間を30分とするという基準を変更している。この基準の変更により、自分の納得する見学ルートをつくるという解答を出していることがわかる。これは、D-6 快楽性・愉悦性に加え D-3 責任性・自律性が示されていると考える。

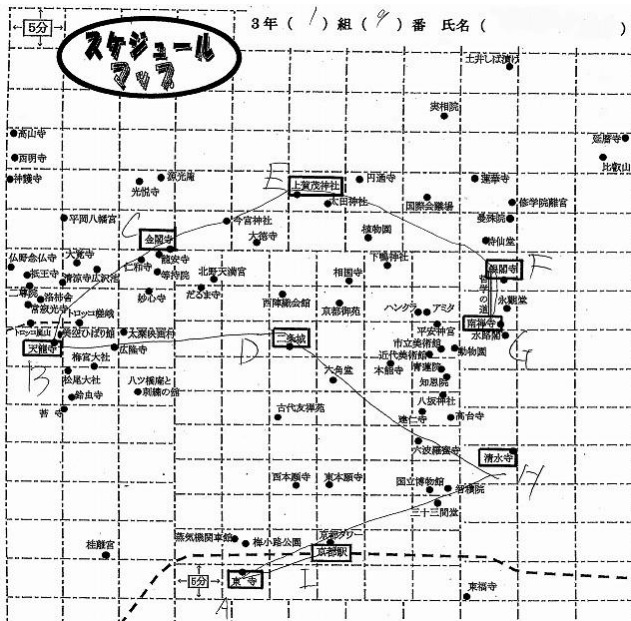


図 11 生徒 D・0

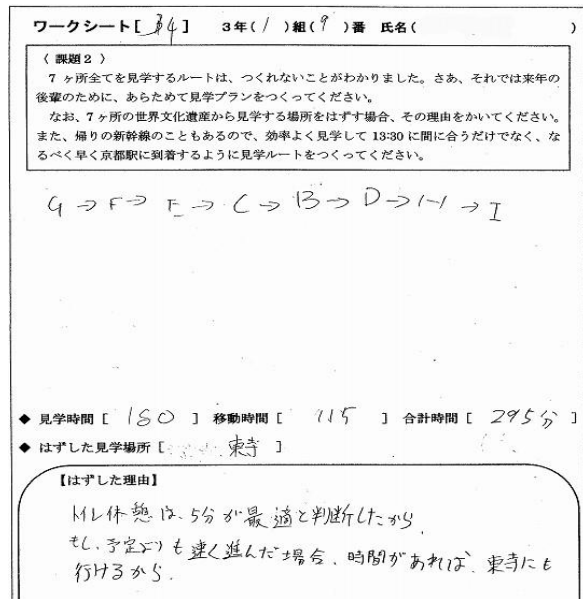


図 12 生徒 D.0

これらの授業課題を解決した後の生徒の学習感想例は、図 13～図 20 の通りである。

図 13, 図 14 からは、これまでの数学とはちがっていることに触れられている。これは、この修学旅行見学ルートの授業が、数学の内容に依存していないことによるものとする。

図 15～図 16 の授業感想例からは、使う数学の内容は平易であるが、どのようにその平易な数学を組み立てて構成するかということ、そして、その構成した中に生徒個々の価値観を織り込み、他の生徒に自分が構成したもののよさをいかに伝えていくかということの難しさやそのおもしろさが記述されている。

いつもの問題を解くだけの数学と異なり、日常生活をもとにした数学は、新発見にあり、楽しめました。  
 ただのルート決めの裏にも数学というものは存在しており、その数学を明らかにすることでルートの問題やその可否も浮き上がってくる。  
 今までと違った数学の可能性を、かほ見た気がしました。

図 13 授業感想例 1

今日この授業を受けて感じたのは、数学らしくない数学というものを感しました。  
 つまり数学にみえないものも本当は数学で解決できるのだと思いました。  
 皆と協力して答えをみちがき出すことがみんなにも大切なことだとは思いませんでした。

図 14 授業感想例 2

このような方法で数学を使うのは初めてです。  
 いろいろな所で、数学が関係しているだと思いましたが、  
 使う計算は簡単でもよく考えないでもないような  
 問題で、おもしろく感じました。  
 また、色々な考え方や方法があって、とても  
 興味を深めました。  
 数学はどんな舞台にものせられる  
 無限なものだと思いました。

図 15 授業感想例 3

図 18 の授業感想例からは、授業  
 の中で数学的にコミュニケーション  
 をとることの楽しさが述べられている。  
 図 19 の授業感想例からは、数学  
 的な根拠を述べたり社会的価値観  
 について触れ根拠としていることから、  
 国語的な授業の内容が感じられたとの  
 記述である。

いつもとは違う授業形式で、とても新鮮だった。  
 自分と同意見の人同士で算ったり、異なる意見と  
 持つ人の発表をきくのはとても面白かった。

図 18 授業感想例 6

「これは無理」「あり得ない」「成り立たない」と言うのは簡単ですが、  
 然らざるを根拠を提示して証明するのは少し手間がかかるな  
 と思いました。

数学の証明のとき、「～よ」「だから」「～よ」という言葉を  
 使いますが、私はそれが日常生活に活かされている、あるいは  
 自然と活かしていると思います。

例えば、本を読まずして作家、作品をけなしている人や、  
 音楽を聴かずしてアーティストをけなしている人がたまに  
 理論立てて反対する、批判することとけなすことは格別か  
 違うと思います。

話が脱線はしたか？

今回の授業では、「理論立てて説明する」

この大切さ、大変さを改めて知ることができました。

図 16 授業感想例 4

「7つの場所を見学することは不可能だ」というものを説明するよりも、  
 できるだけ多くの場所を見学するには、このようなルートを使えばよい  
 というものを説明することの方が難しかったです。

「何となく」という考えで組み立てたわけではないので、そこには必ず  
 何らかの根拠や思考がある、たまたまの、数学的に説明すること  
 がうまくいきませんでした。

しかし、これらの説明に使った考え方はそんなに難しいものでは  
 なかったと思うので、その時その時に、ふさわしい考え方を見  
 つけて納得がいくように説明できるようにすることが必要だと  
 感じました。

図 17 授業感想例 5

通常の数学の授業と違、た数学をやってみて  
 本当の意味でこれからの日常生活に大きく  
 関わってくるものだと思います。

今回の数学は、計算だけでなく、国語力  
 まで含まれていたと思います。

とても今までと違う数学の考え方が  
 少し難しかったけれども、カリカリき  
 かれて良かったと思います。

図 19 授業感想例 7

### 6.9.5 成果と課題

図1の京都散策マップから図2のスケジュールマップと表1の京都移動時間早見表を使うことにより数学の問題として考えることができるようになる。また、移動時間や見学時間を理想化するなどのA-1定式化を行った。A-2数学的表現では、B-2図形的表現を使うことにより選択支援のC-1シミュレーションを行うことができた。5時間(300分)以内で世界文化遺産の7カ所を見学するルートをつくるのが可能か不可能か、その根拠を数学を用いて探すことになる。この根拠を探すために、この授業では、個別解決→グループ活動→話し合い→発表→考え方を共有、という授業を通してC-1数学的コミュニケーションの力を高めることができた。

7カ所を見学するルートをつくるのが不可能であることが示され、全体で確認された後、5時間(300分)以内で世界文化遺産7カ所から1カ所をはずして見学するルートをつくる「数学の問題」になる。この問題には「正解」は存在せず、どのような見学ルートをつくれればよいかという価値基準が必要になる。それがA-6数学的・社会的価値観であるととらえる。この授業では300分以内に見学ルートを納めるだけでなく、13時30分までに京都駅に集合することから、なるべく早く到着できる見学ルートをつくらうとするD-5効率性・有限性が価値基準になると考える。次に世界文化遺産7カ所から1カ所ははずさなければならない。また、見学する順番も問題になる。これは、生徒がそれぞれの世界文化遺産の社会的価値観をどのようにとらえるかの問題になる。この2つの価値基準をどのように自分自身に納得させて、最良の見学ルートをつくるべきか、この価値基準をD-3責任性・自主性、D-6快楽性・愉悦性と考える。この授業を通して生徒に、数学の問題の解に社会的価値観をもつことの必要性をはぐくむことができたと考える。

世界文化遺産7カ所から1カ所をはずして見学するルートをつくる場面で、個別解決からグループ活動を行い、話し合い活動を行った(1班から5班に分けてグループ活動を行った)。ところが、1班でははずした場所を確認したところ、はずした場所が東寺・清水寺・天龍寺の3カ所に分かれていた。2班も同様に3カ所に分かれていた。そのため、急遽、グループを解体してはずした場所同士で再度グループをつくり、話し合い活動を行わせ、そのグループで発表を行わせた。

3年1組の場合、1カ所ははずした場所のそれぞれ的人数は、図22の通りである。これは、社会的価値観を解に織り込むことにより、図22からわかるように幅広い選択肢を検討することができたことがわかる。

また、この結果からわかるように、東寺をはずしたのは、生徒D・Oの1人であった(図12, 図13)。発表の場面でも生徒D・Oは、1人で自分の社会的価値観を根拠を用いて発表することができた。生徒D・Oの発表からも、わかるように基準や仮定

金閣寺 (0人)	天龍寺 (10人)
清水寺 (15人)	銀閣寺 (0人)
二条城 (0人)	東寺 (1人)
上賀茂神社 (4人)	計 (30人)

図22 3年1組

を変更することによる見学ルートの作成を通して、数学的・社会的価値認識から社会的価値による判断力をはぐくむことができたと考える。

課題としては、グループの構成を、はずした見学場所同士で再編成したことである。1・

2 班が、はずした見学場所が 3 ヲ所に分かれた場面を、より高い判断力を高めることができる場面としてとらえることにより、3 ヲ所に分かれた同じグループの中で話し合い活動が続けることも考えられる。違った社会的価値観をどのようにまとめて高めていくのかという過程を通して、より高い数学的判断力をはぐくむことができると考える。もう一度授業を行うとしたら、上記の課題で述べたようにグループの構成を考えて授業を行いたい。

## 注

- 1) この「スケジュールマップ」及び「京都移動時間早見表」は株式会社日本旅行により発行されたものである。

## 引用文献・参考文献

- 浜田兼造 (2012), 「日常生活と数学をつなげる力の育成をめざしてー「修学旅行のルートを決めよう」を題材としてー」, 日本数学教育学会『第 94 回総会特集号』, p.364
- 文部科学省, 『中学数学学習指導要領解説 数学編』(平成 20 年 9 月)
- 島田茂 (1996), 『算数・数学科のオープンエンドアプローチ』, 東洋館出版社, pp.9-21
- 長崎栄三 (2001), 『算数・数学と社会・文化のつながり』, 明治図書
- 西村圭一・長崎栄三 (2008), 「数学教育における算数・数学と社会をつなげる力の意義と学習指導に関する研究」, 日本数学教育学会誌第 90 巻第 9 号, pp.2-12
- 西村圭一・山口武志・久保良宏 (2011), 「数学的判断力の育成に関する研究ーその意図と授業の枠組みとについてー」, 日本数学教育学会第 44 回数学教育論文発表会論文集, pp.237-242
- R. J. ウィルソン (2010) (西関隆夫・西関裕子共訳), 『グラフ理論入門 原書第 4 版』, 近代科学社
- るるぶ情報館, 『京都るるぶ 11~12』, JTBパブリッシング

## (資料) 研究協議の記録

平成 24 年 2 月 15 日 (水) の授業は、イギリスからお招きした、マルコム・スワン先生, アリス・オニオン先生, ハドソン・ドミニク先生, 畠中倅さんにも参観していただいた。(授業及び研究協議の発言は、ワイヤレスシステムにより、逐次翻訳が伝えられている。) 以下に、授業後の研究協議の記録 (抜粋) を示す。

(敬称略)

**Q: 今日の教材のどこに数理・数学がありますか?**

浜田: 実は前回の授業で 2 人ほど生徒が「先生、これって数学なんですか?」と聞いてきました。まず修学旅行の問題では、7 箇所巡ることは“不可能”であるということをおぼろげと最初のほうで生徒に投げかけました。すると生徒は、数学は解けて当たり前、先生が解けない数学を出すわけがない、と思っているので一生懸命に問題に取り組みました。しかし、時間をかけたところでうまくはいかないので、生徒の 1 人が「これ無理なんじゃない?」とぼそぼそと言いました。するとそれに対して別の生徒が「いや、無理じゃないよ」と言いました。そういった掛け合いが授業の中で続いていきました。ここで、無理か無理でないかをいくら議論したところで結論はでないわけです。

なぜならあくまで仮定の話ですから。なので、無理なら無理できちんと根拠をもって主張しようではないかということで、授業が進んでいきました。つまり、数学というものは定理を用いてエレガントに解いていくものもあるが、それだけではないのではないか。確かに（今回）加法・減法しか使ってはいないが、どう組み立てて他の人に納得してもらえるかということに数学を使うのではないだろうか。使っている数学の難しさではなくて、易しい数学であってもそれをどう構成していくかという、その部分も数学であるということを生徒に伝えると、生徒は納得したようであの授業になった訳です。班を作り、話し合わせて、発表させる。そこで無理である、ではどうしようか、ということで今日の授業につながってきたのです。ですから、その部分だけでも十分に意味があるものであると考えます。

さらに、考える過程で、(三角形を用いて)図形的に捉えたり、早見表の中で一番短いところを追っていく、順路を考えていくといった作業を生徒はしていました。正しいかどうかは別として、そういう意味では十分数学になっているのではないかと自分は考えています。使っている数学は加法だけですが、構成している部分というところで思いました。

ただ、今日(のクラス)に関しては、前の時間で失敗しました。何故失敗したのかというと、1つ外すことに関して、ただ新しいプランを作ってごらんとしか言いませんでした。つまり、新しいプランを作って後輩に提示するわけですが、新しいプランの価値は何なのかということに言及しなかったということです。そのため、子どもたちは1個(ルート)を作ったらあとは授業に向かなくなってしまった。つまり、子どもたちのモチベーションを保てなかったということです。また、ある班は何故そこを外したのかという理由に、別の班はいかに早く行くかというところに価値を求めていました。最短ルートを考えること、そこを外すということに関してその価値はなんなのか、ということを明らかにさせることによって、子どもたちの意識のようなものを出させるべきであったと感じました。

Q: 生徒は何をすべきかはわかっていた、しかし何を学ぶべきかはわかっていたのではないのでしょうか?

浜田: その通りです。今回の授業に関しては、非常に抑えが甘かったです。前回は、不可能であるということをしちんと推測し証明することができました。今回の授業で、1つは価値というところに行きましたが、そこからさらに深めるべきだと自分も思っています。あの終わり方、あるいはこれから何を数学的に出すのかということは、これからやらなければならないことだと考えています。

Q: 今日考えた見学ルートのどれが一番良かったという価値付けはどうするのですか?

浜田: 今回はまだ2時間目なので、次の授業ではワークシートを集めて、意見を述べさせて、そこで深めさせようとは思っています。ワークシートを2枚子どもに配布させているので、その2枚を集めて、それで発表させて、どれがいいのかということは、子どもたちが何故それを選んだのかということは私も聞きたいので、そこはやります。

Q: 子どもたちが言っていたことの中で今日の価値付けにおいて、より良い考え方、そうでない考え方あったんですか?

松寄: 以前研究会のときに、浜田先生がこの指導案を提案されて、そのときから私は非常

にこの教材が気に入っていて、良い題材だと思っています。今質問がいくつかありましたけれども、数学が加法だけとおっしゃいましたが、そんなことはありません。非常に豊富な数学がこの教材には含まれています。例えば、京都は碁盤の目上に道がある訳ですが、それぞれの文化遺産含めた様々な観光スポットが点で配置、表わされていますよね。しかしながら、そのうちで世界文化遺産を巡る、タクシーのルートというのは、当然道に沿って進みますよね。それを線で結ぶ訳ですよね、直線で。結んでも、そこ（その直線）でタクシーは5分で行けるとか、10分で行けるとみなしている訳ですよね。そこに必要ではないけれどももっと分かりやすい数学的な表現を使って表しているかだとか、そういうところにまず数学的価値があります。有名なもので、「ケーニヒスベルクの橋」の問題がありますけれども、それこそ、1つの数学的モデルとして見ることができる、あるいは様々な表やデータからそういうものを組み込んで新しい数学的モデルを作っていく、という作業が新しい数学になっていくと考えています。それがおそらく子どもたちにとっては当たり前すぎて、何をやっているのかわからなくなってしまったのだと思いますが、それは新しい数学への価値につながっていくと思っています。私は、これから、新しい数学的な見方・考え方として大事になってくることではないかと強く思います。

また、先ほどコメントにも出ていましたが、1箇所外す理由について、今日の班は効率良く回るために時間を短縮するという点だけに焦点を当てていましたが、東寺を外すと言った1人の男の子がいましたよね。あの子の答え、非常に素晴らしいと思います。何が素晴らしいかと言うと、東寺を外したという理由が、京都駅にまず近いから。当然京都駅に行くためには、近鉄奈良線などを使えばすぐ行けますが、歩いて行くことはできない、バスなどを使えばすぐ行くことができます。時間が余ったならば寄ることができるから、欲を言えば7箇所回れるということなんですよ。そこに、「社会的価値観」なども入ってきますし、当然数学的処理もしています。その両方がうまくはまった、すごく良い答えだった気がします。今回、“社会的文脈における”といったことが頭ありましたので、社会的価値観をどこまで組み込んで数学的処理し、それが現実世界の中でどこまで価値付けられているか、ということができるようになって欲しい、ということがこれからの新しい数学教材の在り方であると思います。今回の授業は、それを示すすごく良い事例ではないかと思っていました。

西村：Bowland Mathsの教材に、ツアーコンダクターになって、時間と予算の中でどう回るかというものを決めるものがあります。ツアーに参加する人の希望も示されます。コンピュータソフトがあり、作成したツアーの評価がお客様の満足度として出るようになっています。そうすると、単に時間内に収めれば良い訳でもなく、かといって、もうけもださなければいけないので、満足させるだけで良い訳でもない。様々なことを天秤をかけながら良いものを探っていく、このような考えをすることは、おそらく現実社会には本当は多いことでしょう。そこまでBowland Mathsの中でやっているということはすごいと私は思っています。何も知らずにその教材を見ると「何故ゲームをやっているのだろう？」と思うかもしれないです。

Q：(授業の)最後のほうでまたグループを組んでいましたが、“どこを外すか”ということでグループ分けをされていました。もしもそのようなグループ分けをしなくて、全

体でディスカッションをすれば、5分～10分短くすることができるなどのオプションも考えられる、その理由づけをするといったようなことも（全体で）できたのではないかと思うのですが、どうしてグループ分けを、しかも“どこを外すか”という基準で分けたのか理由をお聞かせください。

浜田：実は、あのようグループ分けすることはまったく考えてはいませんでした。何故かと言いますと、私自身はそれぞれ班で発表すれば良いだろうと考えていたからです。実は、（席が）前の方の班に「どこを外したんだ？」と聞いたところ、班内で（意見が）3つに分かれていたんです。そのことを聞いた瞬間に、班内で3つに分かれているということは、班ごとで発表しようとしたら、1つの班で3グループ出ることになります。そうすると全部で15グループほど出ることになってしまいます。15グループが前で発表することは不可能だと思います。少人数（1人など）のものは発表させないということにもしようとは考えたのですが、それはやめました。なので、あのとき（グループ分けのとき）ごたごたしてしまったのですが、（外す場所ごとでの）グループに分けるしかないと思い、（外した場所ごとに）手を挙げさせ、人数をみながらそうしました。結果的には良かったと思います。

清水：1つ外した場所ごとにグループとして集めることによって、意見をそれぞれ持ち寄ってどれが最短であるなどの議論ができますよね。それはそれで私は時間があれば、その中でベストを話し合っ決めてたりなど、面白くなったのではないかと思います。そのようなことも考えられてあのようなグループ分けにされたのかと私は思いました。

浜田：あれはドラッグストアの問題と同じ形です。つまり、同じ考えの生徒を集めるという形です。共有したり議論するということは、あの子たちにとってすごく苦手なことなのです。ですから、（班内で）3つに分れたときに、どの班もコミュニケーションがなかったんです。自分たちのことだけで一生懸命になっていて、中での交流がなかった。あれは交流がないわけではなくて、自分たちとまったく違う（考えの）グループがいるために、交流しようがなかったのだと思います。だから、同じ考え同士を集めることは、本当は先生方がおっしゃるように時間があればおそらくあの子たちはもっと仲良くやっていたかとは思いますが、互いに価値観が一緒の集まりですから。そうしたら、どこで最短になるかということももう少し話せたのかと思います。

（西村）

これまでも議論してきたことだが、教師にとって「用いる数学が易しく感じられる教材」の価値を示す必要があることを痛感した。（この教材には、図や表の活用、仮定をおく、トレードオフなど、従来の算数・数学で強調されていない考え方が多数含まれている。）日本の数学的な考え方の「評価規準」をみると、内容への依存度が高く、内容理解とプロセス能力が並行して伸びていくことを暗黙の前提としているように感じる。

イギリスのBMを用いた授業と比べると、グループ活動での話し合い、発表に対する反応の質に課題がある。グループ活動については、BMの教師教育モジュールでも取り上げているテーマであり、「スノーボールアプローチ」（ペア→グループ→クラスと次第に広げていく）をすすめている。浜田先生の授業では、「個別解決→意図的なグループ分け→話し合い→発表」というスタイルだった。